

爆発における原子核物理の役割は？

状態方程式の影響

原子核・ハドロン・宇宙・数値物理

- 状態方程式
- ニュートリノ反応
- 核データ

- 流体力学
- ニュートリノ輸送
- 星の進化モデル

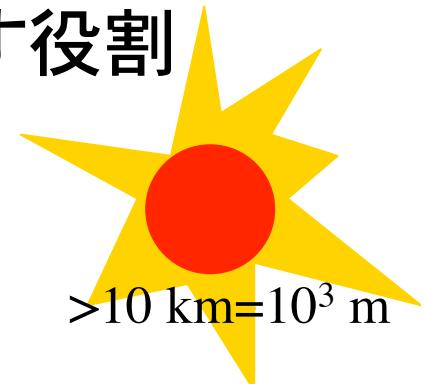
- 重力崩壊型超新星爆発の数値シミュレーション
 - スーパーコンピュータ:並列計算技術

核物理の観点から:

- 高温高密度物質とニュートリノが果たす役割



$\sim \text{fm} = 10^{-15} \text{ m}$



$>10 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$

数値計算コード(球対称)

- 一般相対論的ニュートリノ輻射流体計算
 - » Sumiyoshi et al. ApJ 629 (2005) 922
 - 一般相対論的流体力学計算: Lagrangian
 - » Yamada, ApJ 475 (1997) 720
 - 一般相対論的ボルツマン方程式計算: S_N -method
 - » Yamada, Janka & Suzuki, A&A 344 (1999) 533
- 差分方程式: 流体・輻射を同時に解く
 - 解くべき変数
 - * Hydrodynamics at (t, m) : $r, U, \rho_B, Y_e, \varepsilon, h, \lambda, \Gamma, \phi, m_G, S$
 - * Neutrino transport at (t, m) : $f_\nu(E_\nu, \mu)$
 - Multi-energy, angle for all flavor: $(\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau)$
- 時間に關して陰解法
 - Iterations by the Newton-Raphson method

ミクロ物理、親星の性質

- ν 反応率 (Energy, angle dependent; ρ, T, Y_e)
 - 標準レート: Bruenn ApJS, 1985+N-bremsstrahlung
- 状態方程式 (Nuclear matter, $n, p, \alpha, A; \rho, T, Y_e$)
 - 極限物質(高温高密度, 中性子過剰)研究の進展 Sumiyoshi et al. NPA (2004)
 - Lattimer-Swesty EOS (LS) Lattimer Swesty, 1991, NPA
 - “従来”の状態方程式、質量公式の拡張 ($M_{NS\text{-max}} = 1.8M_{\text{solar}}$)
 - Relativistic EOS (Shen) Shen, Toki, Oyamatsu & Sumiyoshi, 1998, NPA, PTP
 - 相対論的核子多体理論、不安定核データ ($M_{NS\text{-max}} = 2.2M_{\text{solar}}$)
 - Hyperon EOS (Hyperon) Ishizuka, Ohnishi, Tsubakihara, Sumiyoshi & Yamada 2008, J. Phys. G
 - Λ, Σ, Ξ 粒子の混入、ハイパー核データ
 - 違い:柔らかさ・組成 → ダイナミクス・ ν 反応
- 初期条件: 大質量星の進化計算によるモデル
 - $10-70M_{\text{solar}}$, Fe core,
 - Woosley & Weaver (1995), Hashimoto (1995), Tominaga et al. (2007)

Basic equations in spherical symmetry

Misner-Sharp metric

$$ds^2 = e^{2\phi} c^2 dt^2 - e^{2\lambda} \frac{G^2}{c^4} dm^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

Metric, coordinate relations

$$\frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{4\pi r^3}{3} \right) = \Gamma \frac{1}{\rho_B}$$

Equation of motion

$$e^{-\phi} \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{Gm_G}{r^2} - \frac{\Gamma}{h} 4\pi r^2 \left(\frac{\partial p}{\partial m} + \frac{q_v}{4\pi r^2 \rho_B} \right) - \frac{4\pi r G}{c^2} (p + p_v)$$

$$\Gamma^2 = 1 + \left(\frac{U}{c} \right)^2 - \frac{2Gm_G}{rc^2}$$

Energy conservation

$$e^{-\phi} \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + p \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho_B} \right) \right] = -\frac{cQ_v}{\rho_B}$$

$$m_G = \int_0^r dr 4\pi r^2 \left(\rho_B + \frac{u_v}{c^2} + \frac{UF_v}{c^4 \Gamma} \right)$$

Baryon number conservation

$$e^{-\phi} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho_B} \right) = \frac{1}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial m} (4\pi r^2 U) - \frac{G}{c^4} \frac{4\pi r}{\Gamma \rho_B} F_v$$

- General relativity
- Spherical symmetry

Evolution of electron fraction

$$e^{-\phi} \frac{\partial Y_e}{c \partial t} = -\frac{1}{n_B} \int \frac{2\pi E_v^2 dE_v d\mu}{(2\pi\hbar c)^3} \left(\frac{\delta f_v}{c \partial t} \right)_{\text{collision}}$$

ニュートリノ輻射輸送計算

• 1D: 一般相対論下で厳密計算

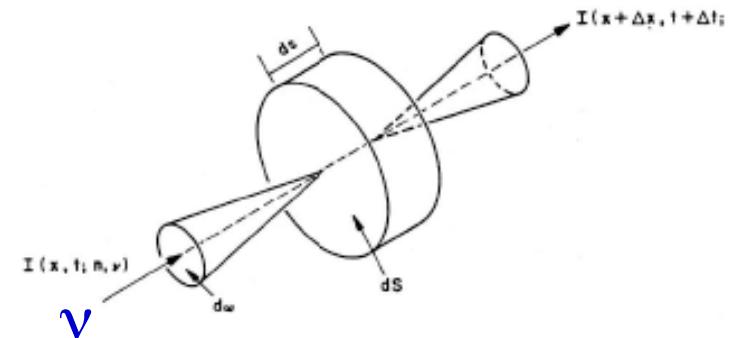
- Boltzmann eq. for $f(t, r, E_\nu, \mu)$: ν 分布関数

- E_ν : neutrino energy, $\mu = \cos\theta$: angle

$$\frac{\partial f_\nu}{c\delta t} + \mu \frac{\partial f_\nu}{\partial r} + \frac{(1-\mu^2)}{r} \frac{\partial f_\nu}{\partial \mu} = \left(\frac{\delta f_\nu}{c\delta t} \right)_{\text{collision}}$$

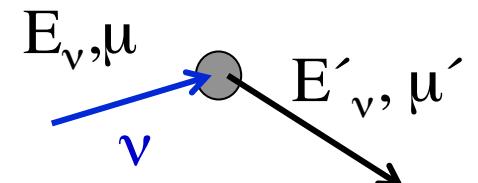
(number change) = (change by collision)

- 球対称で既に3次元



- 衝突項: 全てのν吸収・放出・散乱過程

$$\left(\frac{\delta f_\nu}{c\delta t} \right)_{\text{collision}} = j_{\text{emission}}(1-f_\nu) - \frac{1}{\lambda_{\text{absorption}}} f_\nu + C_{\text{inelastic}} \left[\int f_\nu(E'_\nu, \mu') dE'_\nu \right]$$



- 散乱前後のエネルギー・角度ごとに積分計算

- フェルミ分布によるブロック

- ニュートリノ角度分布の等方・非等方性

- 加熱率

$$Q_\nu^i \approx 110 \frac{MeV}{s \cdot N} \left(\frac{L_\nu E_\nu^2}{R_7^2 <\mu>} X_i \right) \quad <\mu> = <\cos\theta> = 0 \sim 1$$

- ν圧力-エネルギー

$$p_\nu = f \epsilon_\nu$$

$$f = <\cos^2\theta> = \frac{1}{3} \sim 1$$

Boltzmann equation for ν (GR, spherical)

Lindquist, Castor 1972, Bruenn 1985

$$\begin{aligned}
 & e^{-\phi} \frac{\partial}{c \partial t} \left(\frac{f_\nu}{\rho_B} \right) + 4\pi e^{-\phi} \mu \frac{\partial e^\phi r^2 f_\nu}{\partial m} \\
 & + \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \left[2\pi \rho_B \frac{\partial r^2}{\partial m} + \mu e^{-\phi} \frac{\partial \ln(\rho_B r^3)}{c \partial t} - 4\pi r^2 \rho_B \frac{\partial \phi}{\partial m} \right] \left(\frac{f_\nu}{\rho_B} \right) \right\} \\
 & + \left[\mu^2 e^{-\phi} \frac{\partial \ln(\rho_B r^3)}{c \partial t} - e^{-\phi} \frac{\partial \ln r}{c \partial t} - \mu 4\pi r^2 \rho_B \frac{\partial \phi}{\partial m} \right] \frac{\partial}{\partial (E_\nu^3 / 3)} \left\{ E_\nu^3 \left(\frac{f_\nu}{\rho_B} \right) \right\} \\
 & = \frac{1}{\rho_B} e^{-\phi} \left(\frac{\delta f_\nu}{c \delta t} \right)_{\text{collision}}
 \end{aligned}$$

Finite differenced in (t, m, μ)
 $\mu = \cos \theta$

Mezzacappa-Bruenn 1993

線形方程式の並列解法

Sumiyoshi & Ebisuzaki, Parallel Computing 24 (1998) 287

- ブロック三重対角行列
- 並列巡回縮約法

- Mesh size:

radial $N_r=255$,

v-energy $N_E=14$

v-angle $N_\theta=6$

v-species $N_v=4$

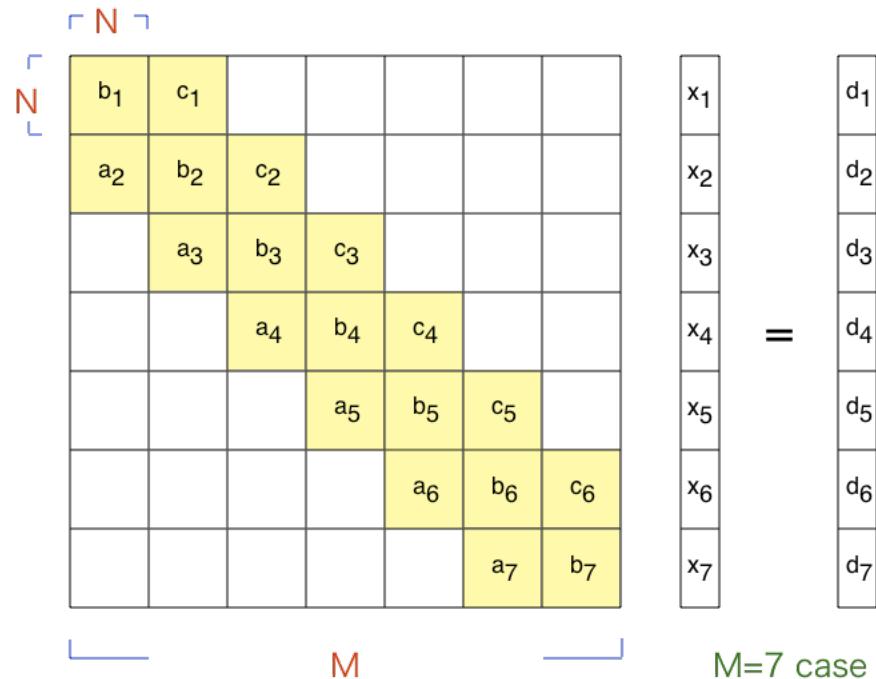
- v-distribution: $f(t, m, E_v, \mu)$

- $v_e, \bar{v}_e, v_\mu, \bar{v}_\mu, (v_\tau, \bar{v}_\tau)$

- Operations

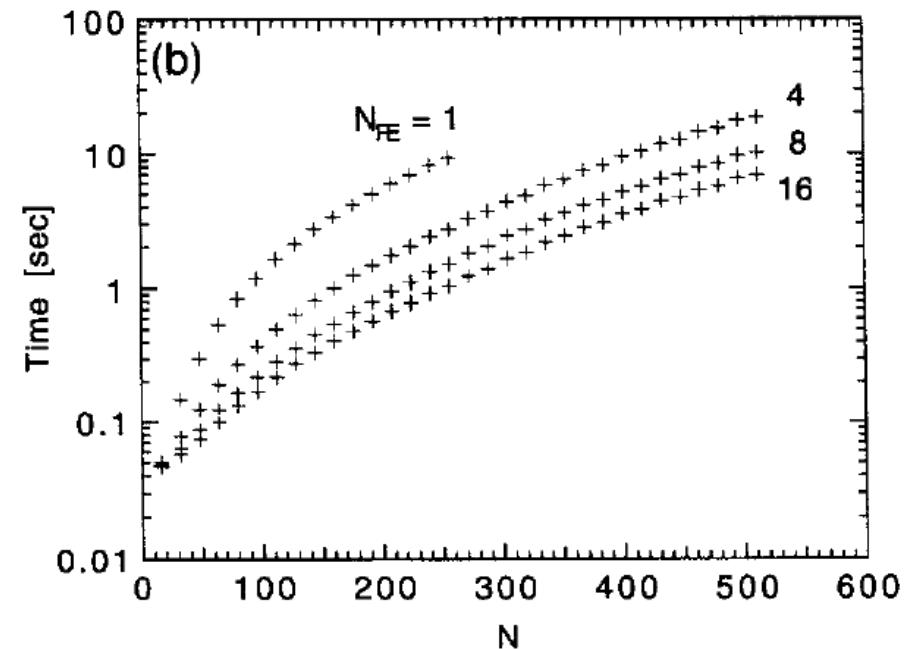
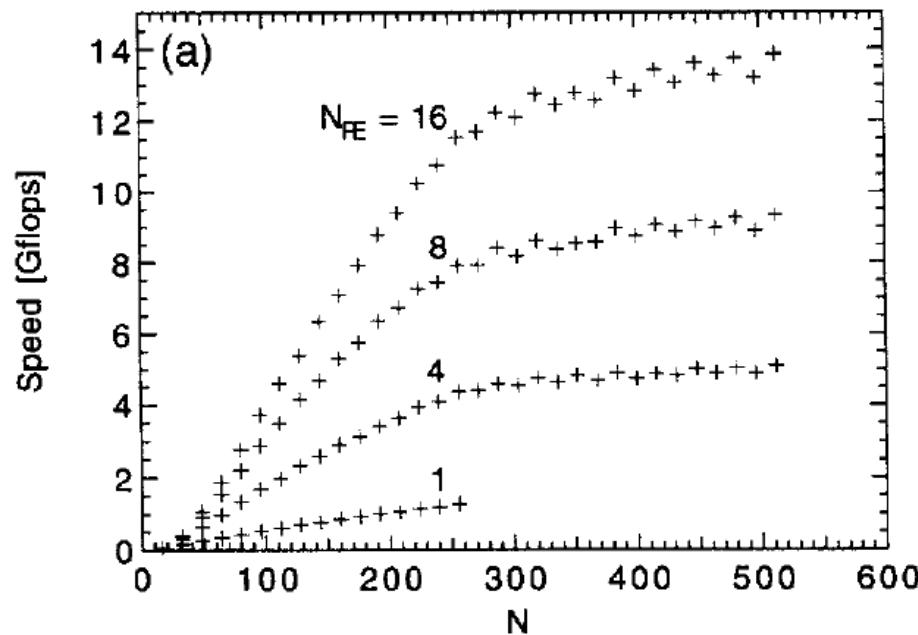
$$\sim N_r * (N_E * N_\theta * N_v)^3 = 255 * (347)^3$$

$\sim 10G$ operations



- Block Size: Energy, Angle
 - N=347
- Block Array: Radius
 - M=255

「昔」の性能測定例: ベクトル・並列



理研VPP500/28
1PE: 1.6Gflops
M=63
 $N_{PE}=1,4,8,16$

- Nが大きい: ベクトル性能が高い
- M>>N_{PE}の時: 並列効率が良い

超新星コアでのニュートリノ反応

輸送方程式の散乱項: ν 個数・エネルギー変化 → 物質の加熱冷却

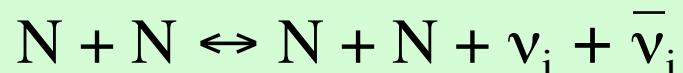
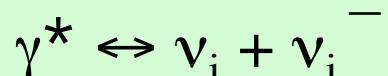
- 放出/吸収:



- 散乱:



- 対生成・消滅:



i=e, μ, τ

- 実験が難しい

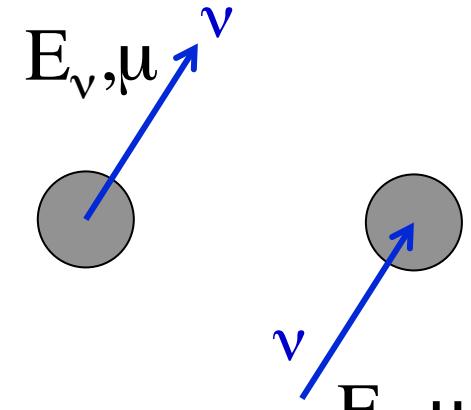
- ν 吸收断面積: $\sigma \sim 10^{-41} \text{ cm}^2$
- 高温高密度物質

- エネルギー依存性

- 相互作用の特性: $\sigma \sim E_\nu^2$
- 原子核の構造を反映: $\sigma \sim A^2$

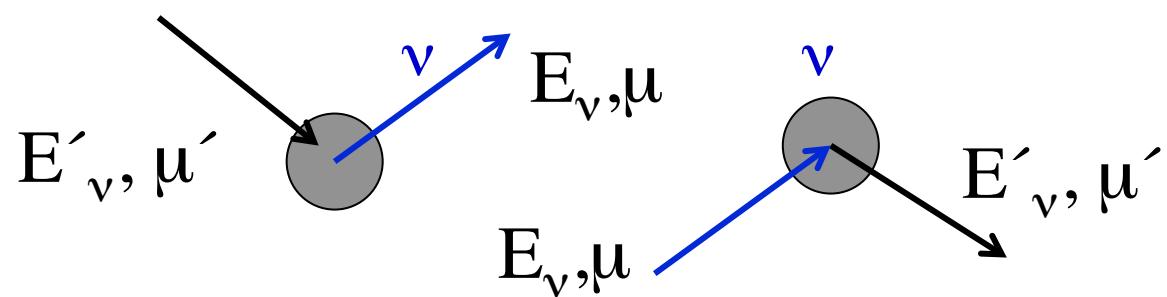
Collision term: change of $f_\nu(E_\nu, \mu)$ at t, r

$$e^{-\phi} \left(\frac{\delta f_\nu}{c \delta t} \right)_{\text{collision}} = j_{\text{emission}} (1 - f_\nu) - \frac{1}{\lambda_{\text{absorption}}} f_\nu$$



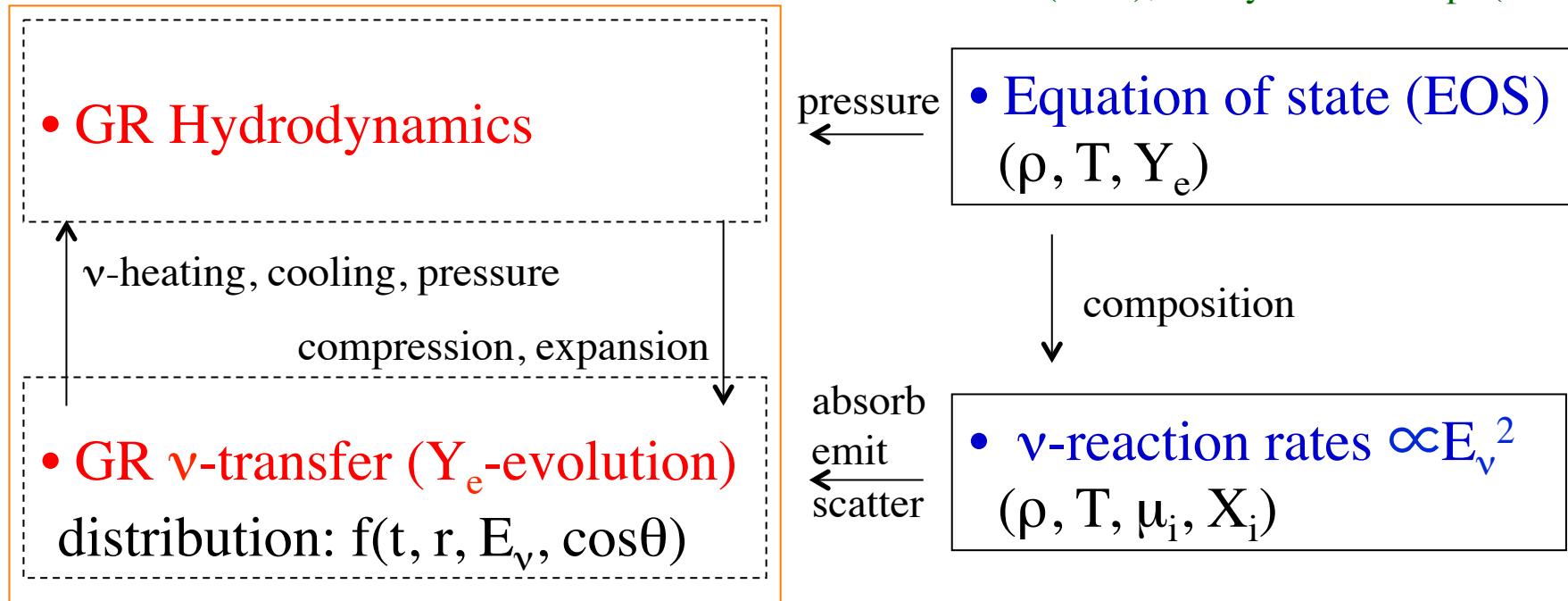
$$+ \int \frac{2\pi E_\nu'^2 dE_\nu' d\mu'}{(2\pi\hbar c)^3} R_{in}^{\text{scattering}}(E_\nu, \mu; E_\nu', \mu') f_\nu(E_\nu', \mu') (1 - f_\nu) \\ - \int \frac{2\pi E_\nu'^2 dE_\nu' d\mu'}{(2\pi\hbar c)^3} R_{out}^{\text{scattering}}(E_\nu, \mu; E_\nu', \mu') (1 - f_\nu(E_\nu', \mu')) f_\nu$$

+ pair processes
at (ρ, T, Y_e)



一般相対論的ニュートリノ輻射流体計算

Yamada (1996), Sumiyoshi et al. ApJ (2005)



- Solve hydrodynamics & ν -transfer at once (Implicit-method: time step \uparrow)
 - Multi-energy, angle for all flavor: $(\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau)$
- Initial model (Fe core, stellar-evolution models)

状態方程式の影響: 重力崩壊からバウンスへ

もしも、爆発させたいなら、、、

- 状態方程式が柔らかく

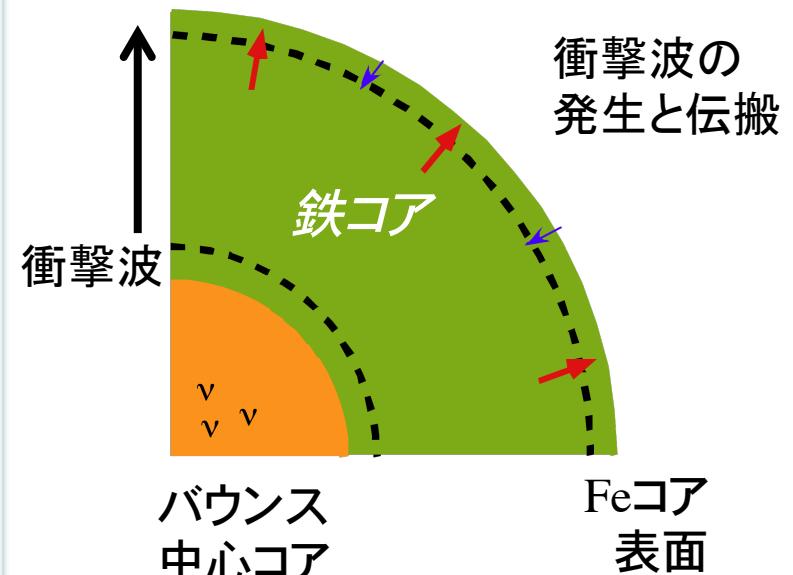
ex. 非圧縮率 $K_0 \downarrow$

- 電子捕獲反応が起きない

ex. 自由陽子の存在比 $X_p \downarrow$
 $(e^- + p \longrightarrow \nu_e + n)$

原子核の捕獲反応率 \downarrow

Baron, Takahara, Bruenn (late 80's)



- バウンス時の中心コアで: 質量が大きい, 半径が小さい
ニュートリノが沢山溜まる

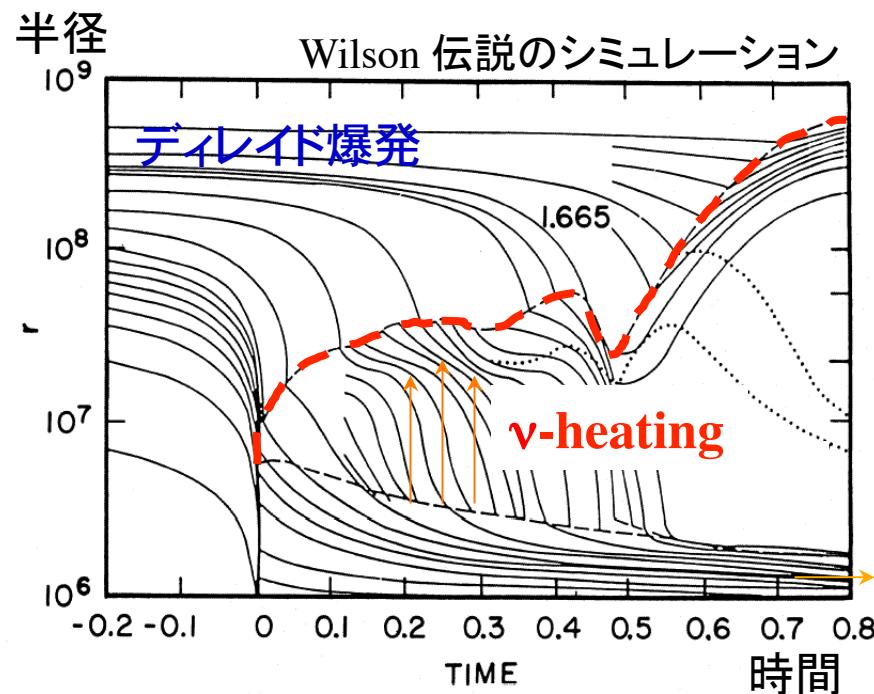
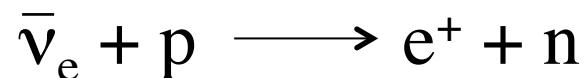
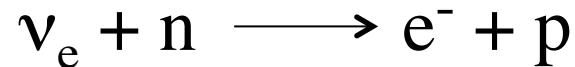
→重力エネルギーの解放 \uparrow , 鉄の分解による損失 \downarrow

E_{loss}
 $\sim 10^{51} \text{ erg}$

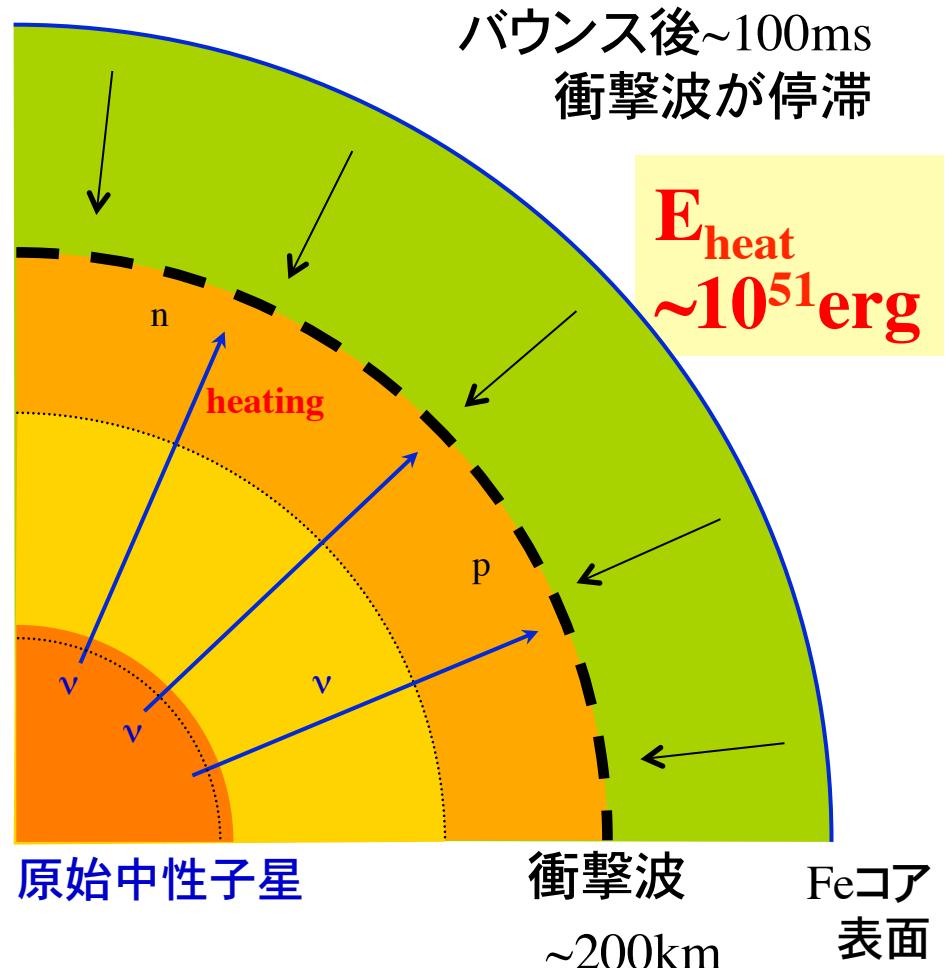
- 実際には、衝撃波は鉄コアの途中で停滞(stall)してしまう。

爆発のシナリオ: ニュートリノ加熱メカニズム

- ニュートリノ吸収反応で衝撃波の後ろを温める



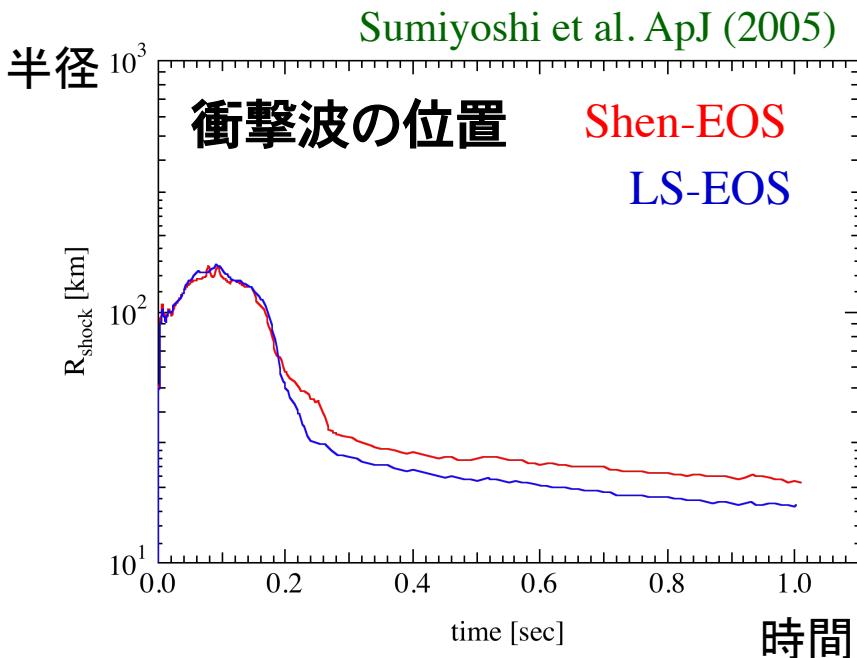
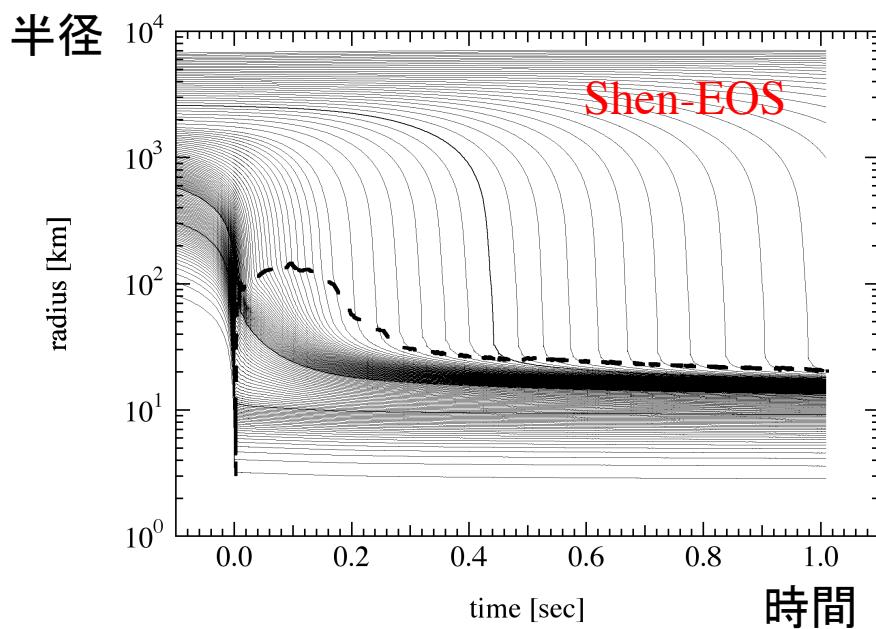
Bethe & Wilson ApJ (1985)



- ニュートリノ放出量・温度・組成 → 状態方程式・ ν 反応は？

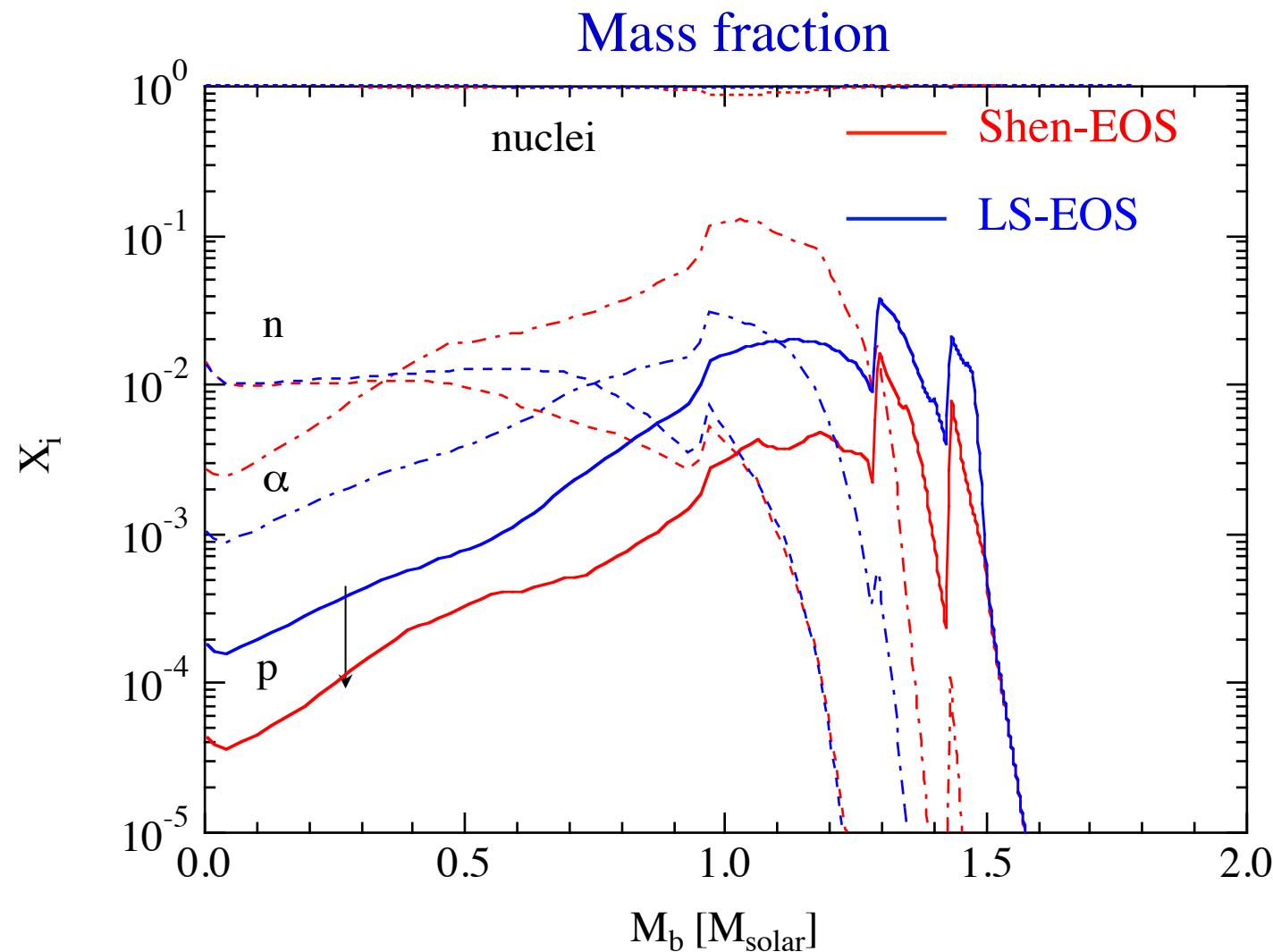
状態方程式テーブルを変えた場合(1D)

球対称では爆発していない、、、。

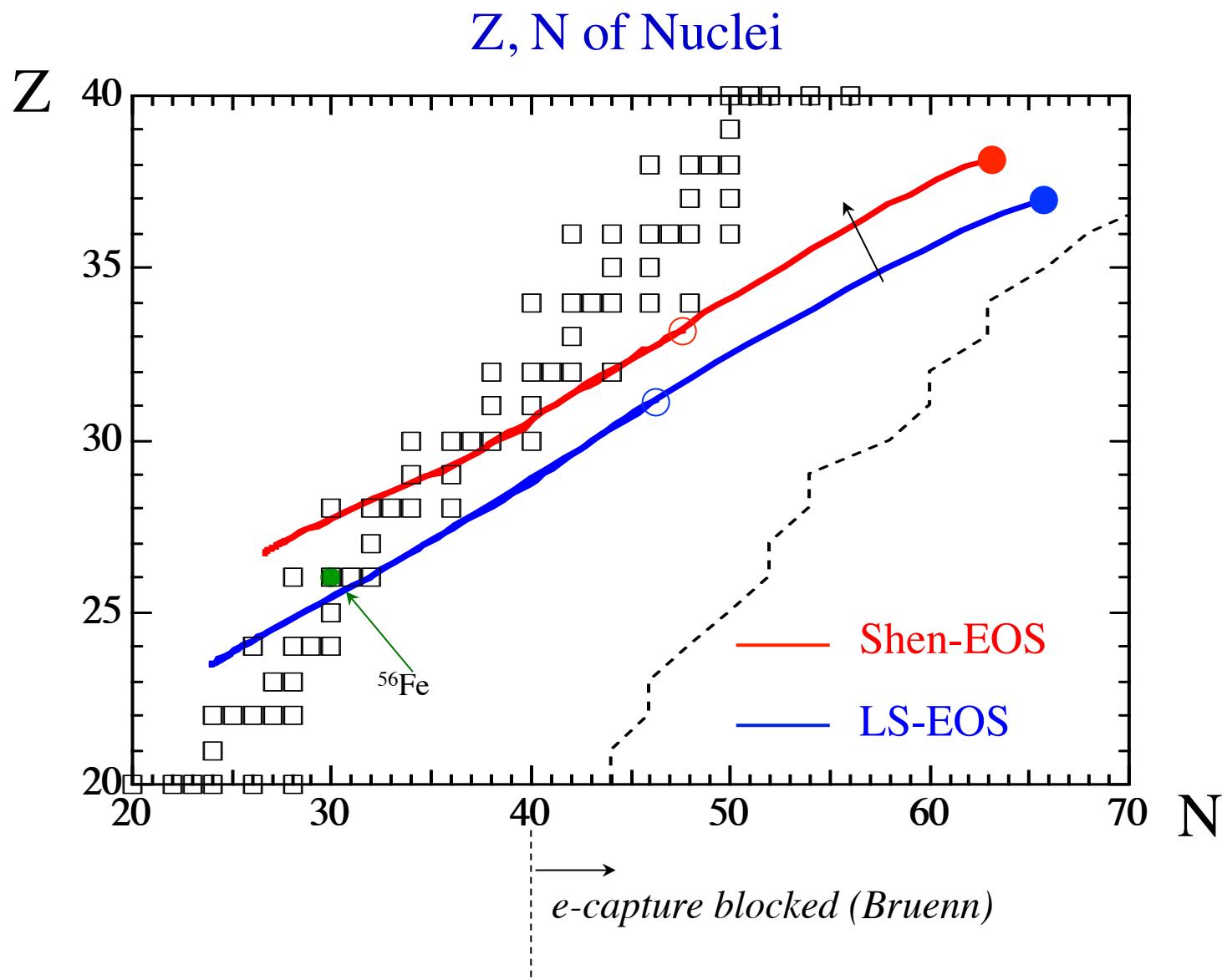


- 現実的な状態方程式の範囲では飛ばない
 - バウンス時の密度にはあまり差がない。 $3.4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ (Shen) vs $4.4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ (LS)
- バウンス後の0.3s以降で差が現れる
 - 原始中性子星に違い → ニュートリノ放出 → ニュートリノ加熱・観測

Composition of dense matter during collapse: $\rho_c=10^{11}$ g/cm³



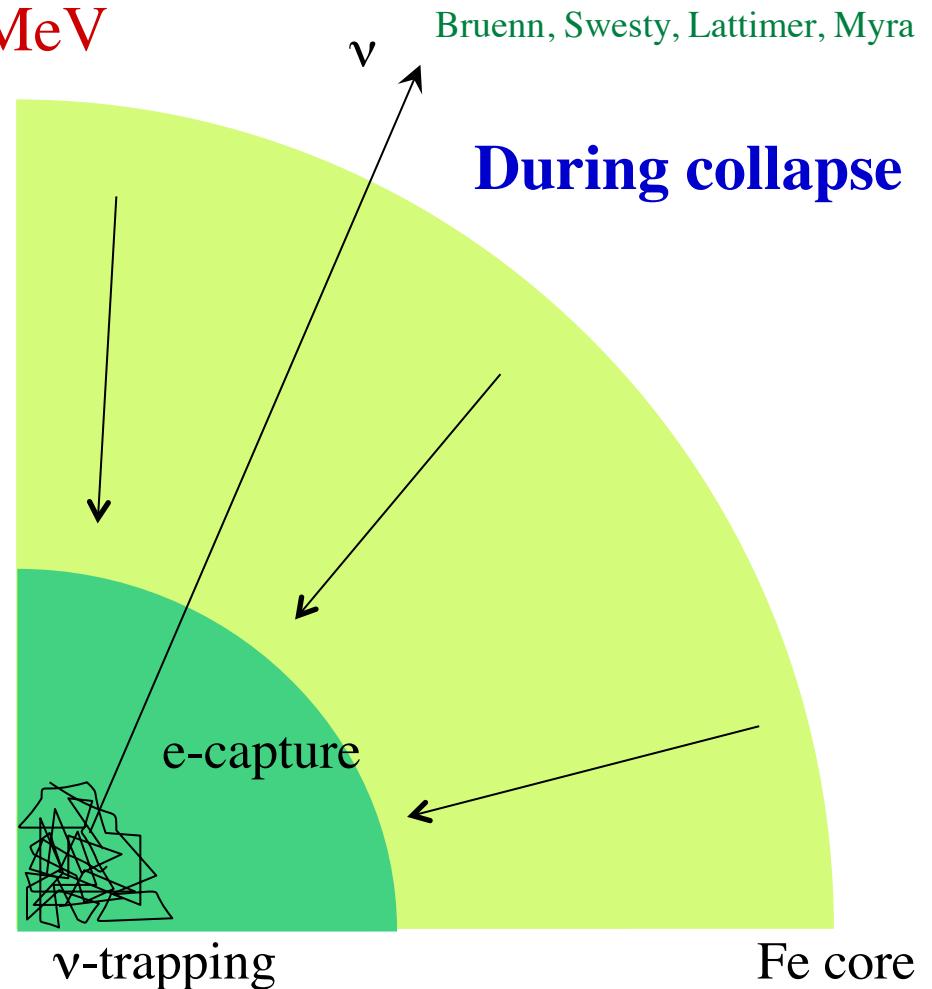
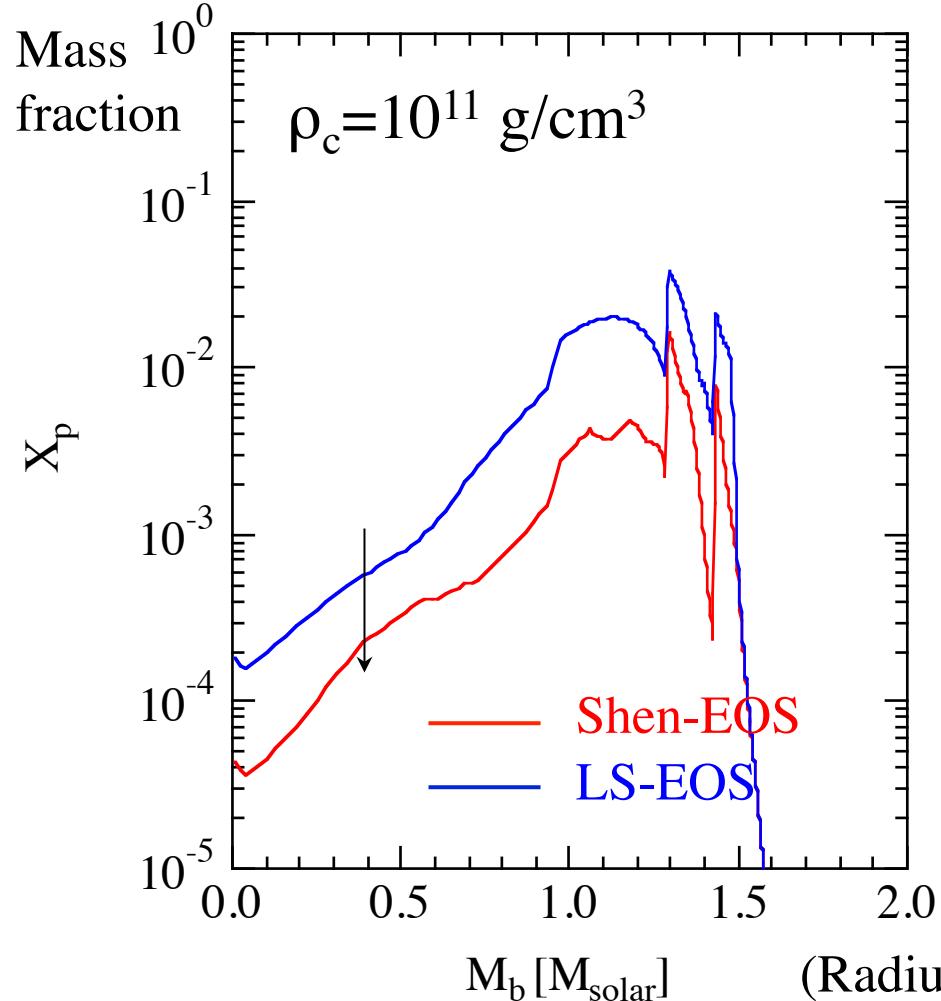
“Different nuclei” appear during collapse: $\rho_c=10^{11}, 10^{12} \text{ g/cm}^3$



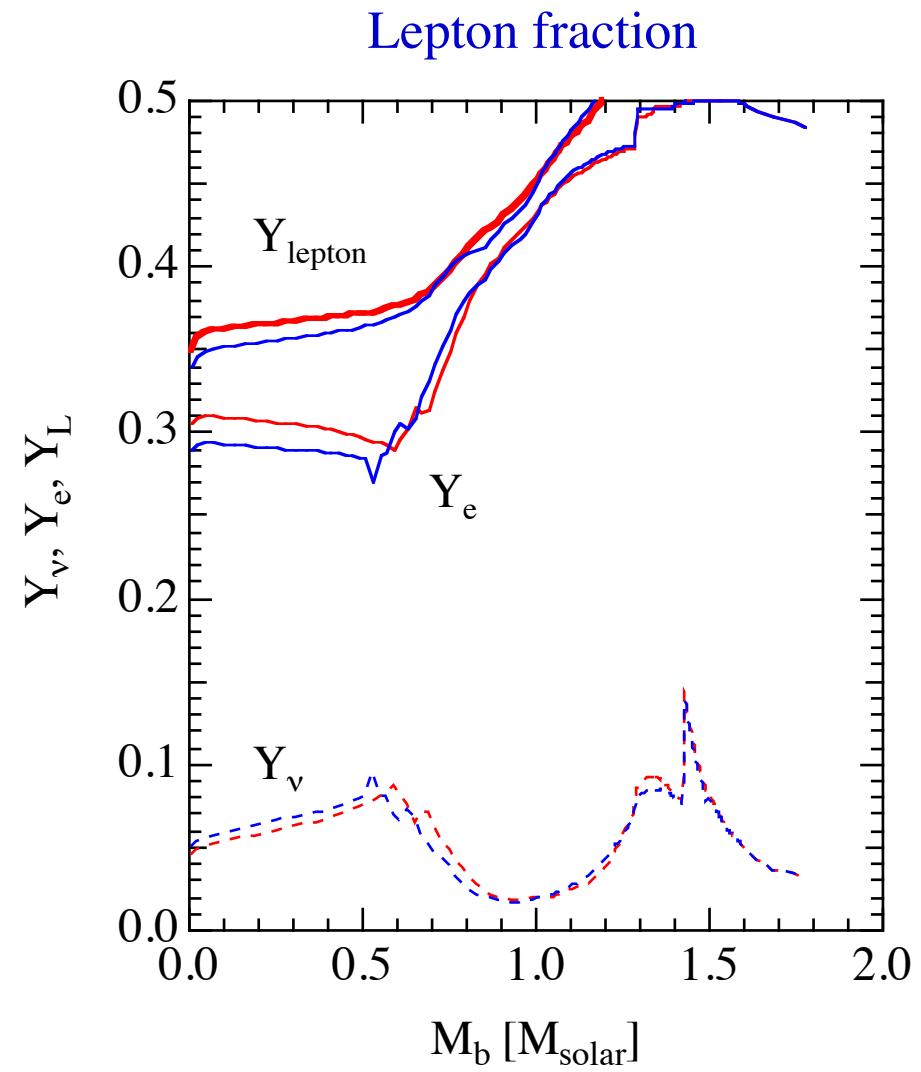
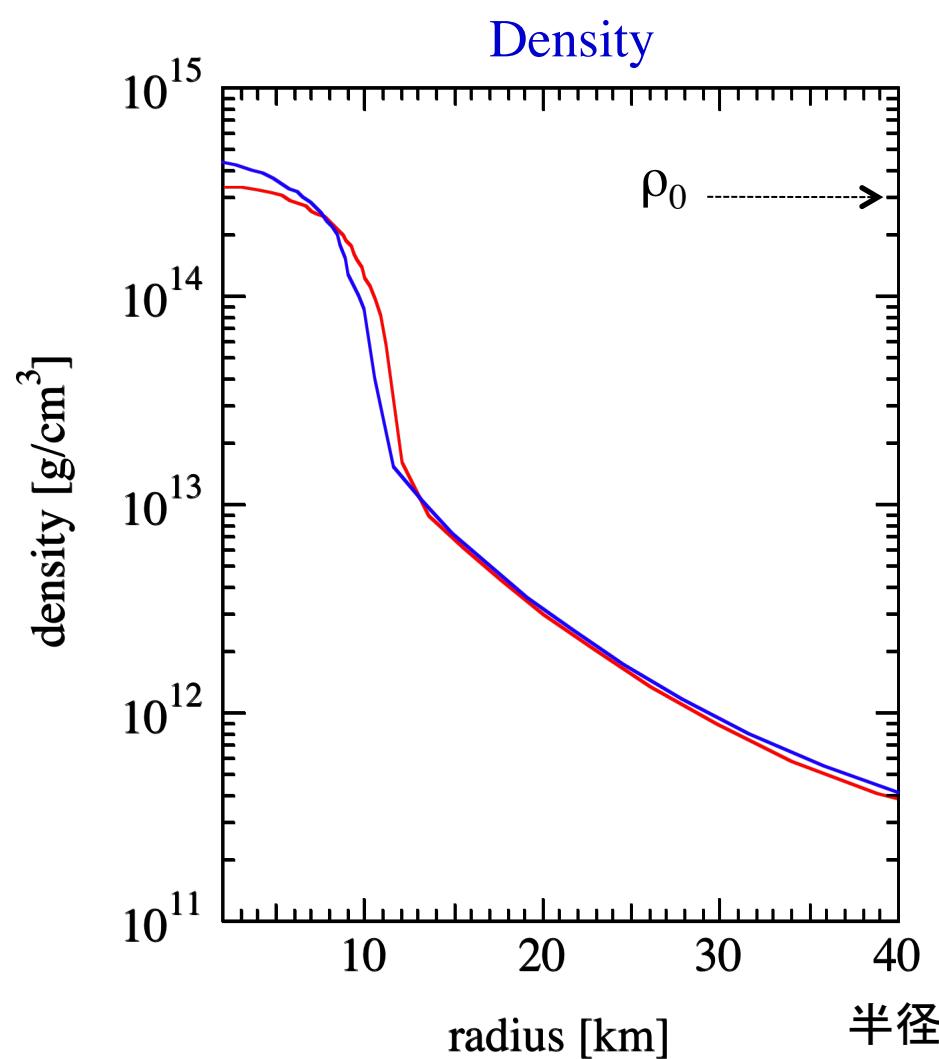
Difference in composition: less free protons

e-capture on protons ↓ → Neutrino trapping ↑

Symmetry energy (Shen): 37 MeV



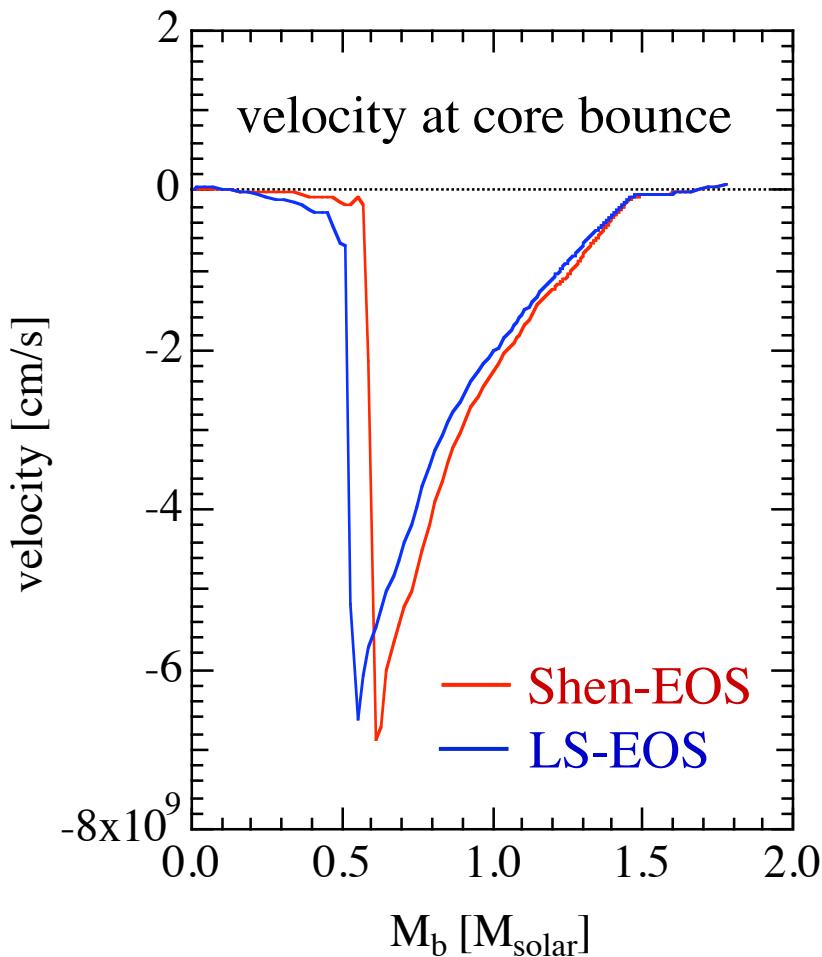
Profiles at bounce: $t_{pb}=0\text{ms}$



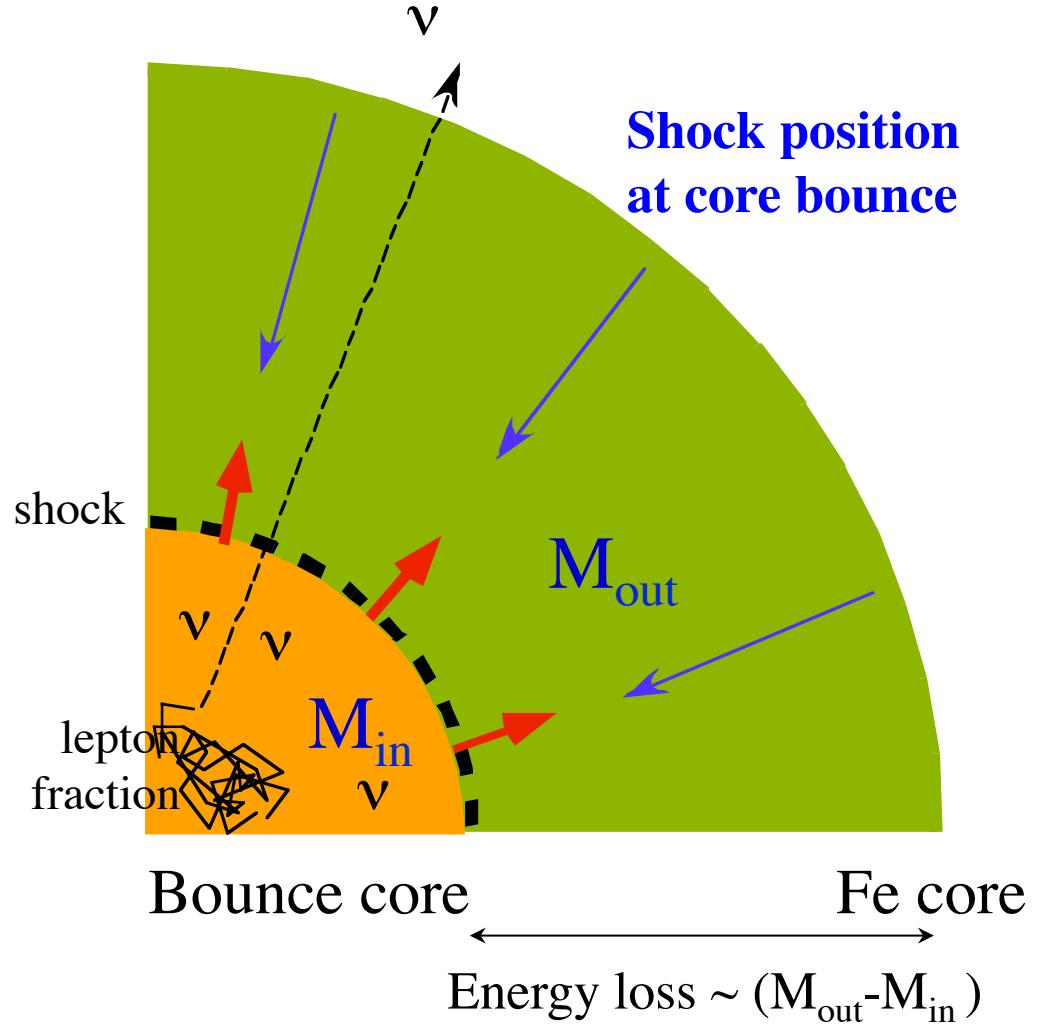
Different compositions: less free protons

e-capture on protons ↓ → Initial shock energy ↑

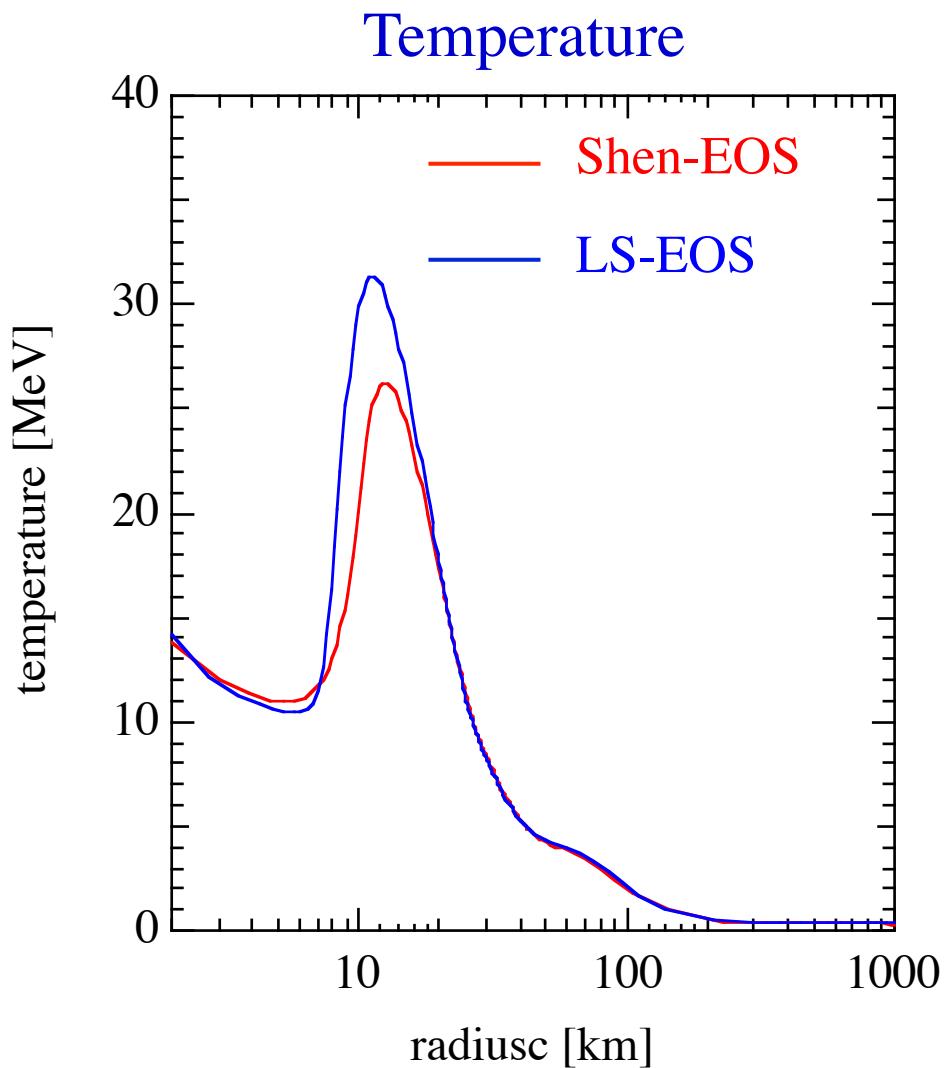
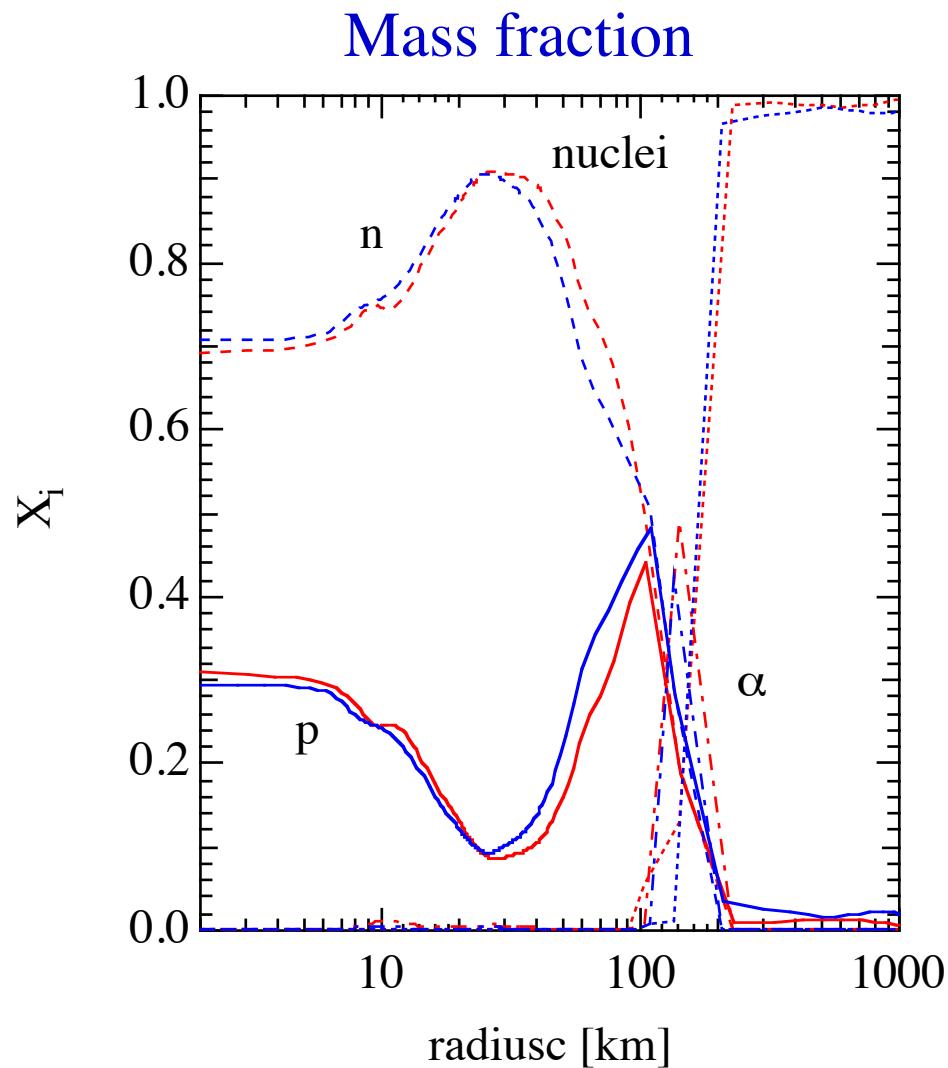
Symmetry Energy (Shen): 37 MeV



$$\Delta M_{in} = 0.1 M_{\text{solar}} \sim 1.6 \times 10^{51} \text{ erg}$$

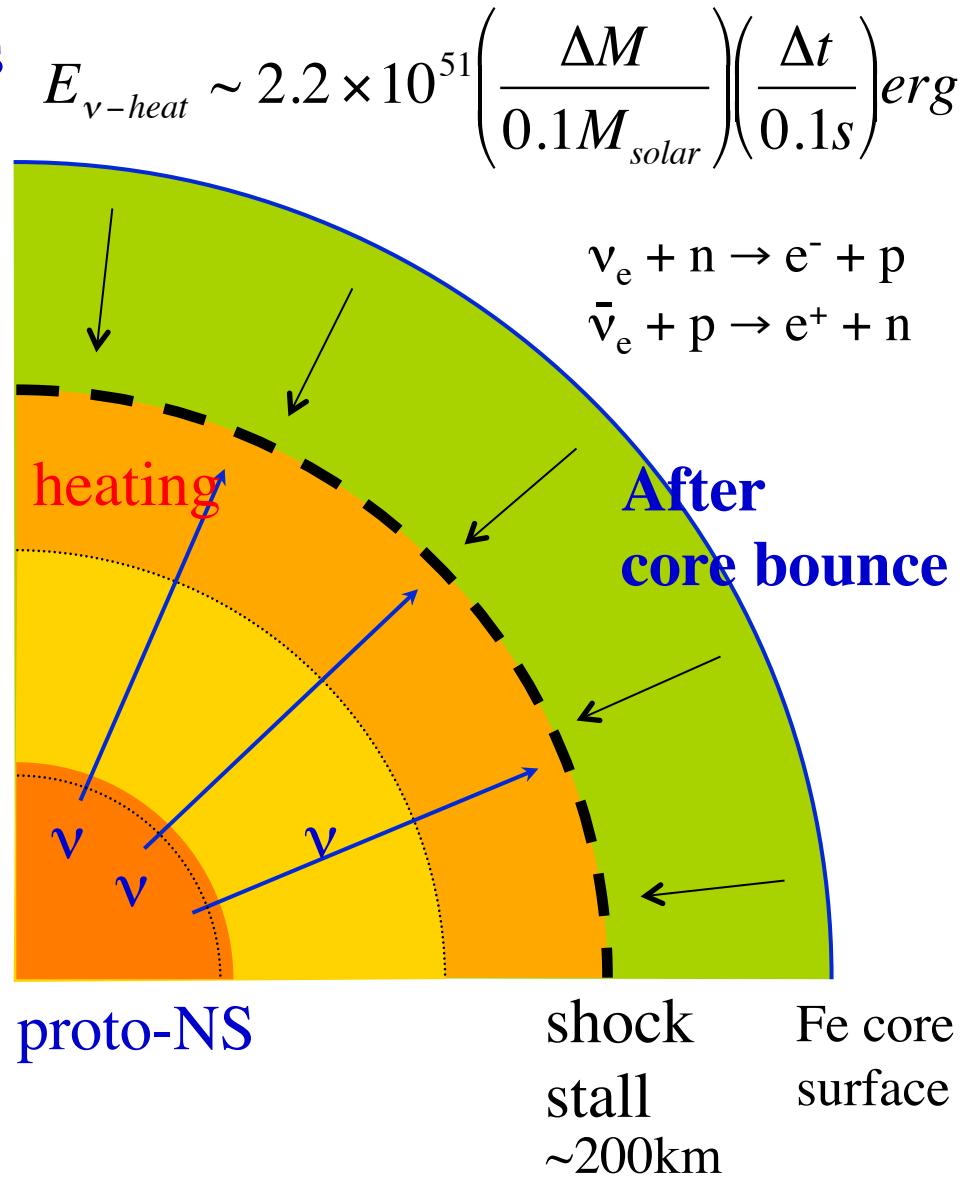
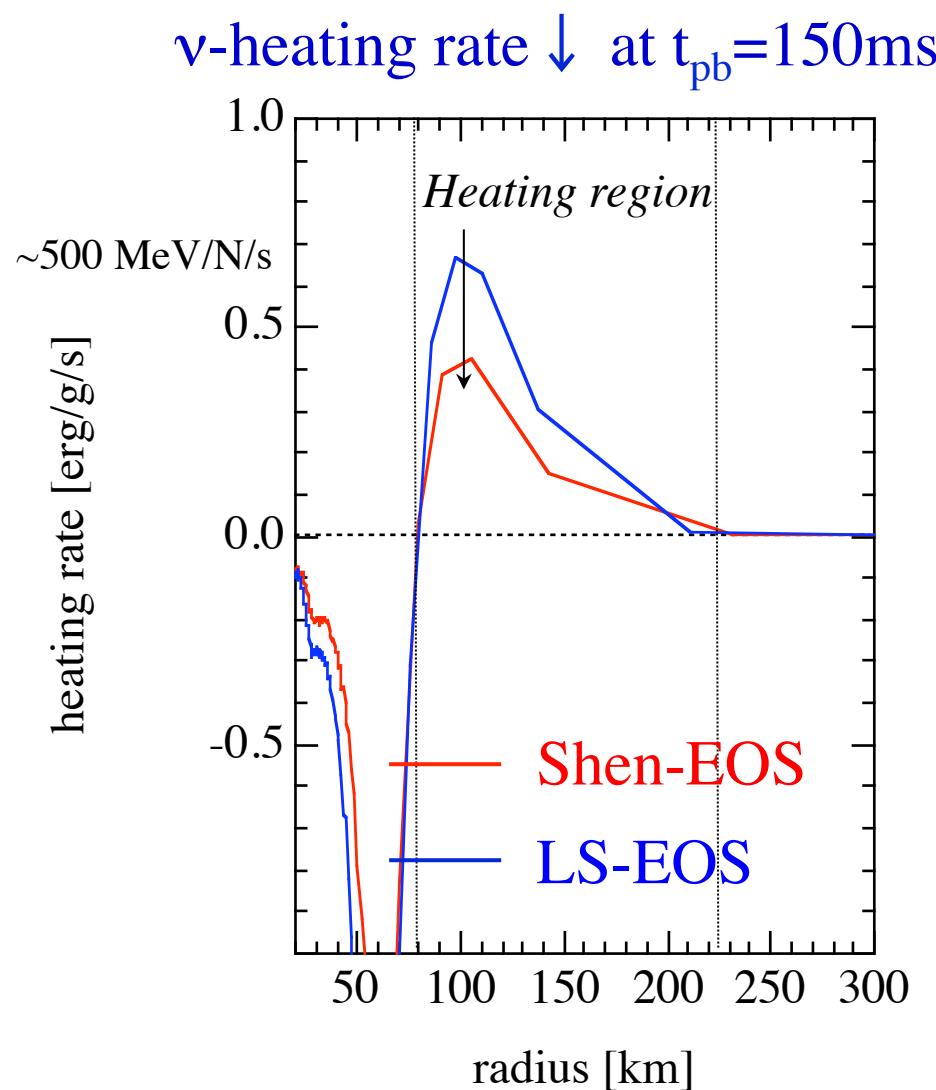


Profiles after bounce: $t_{\text{pb}}=150\text{ms}$



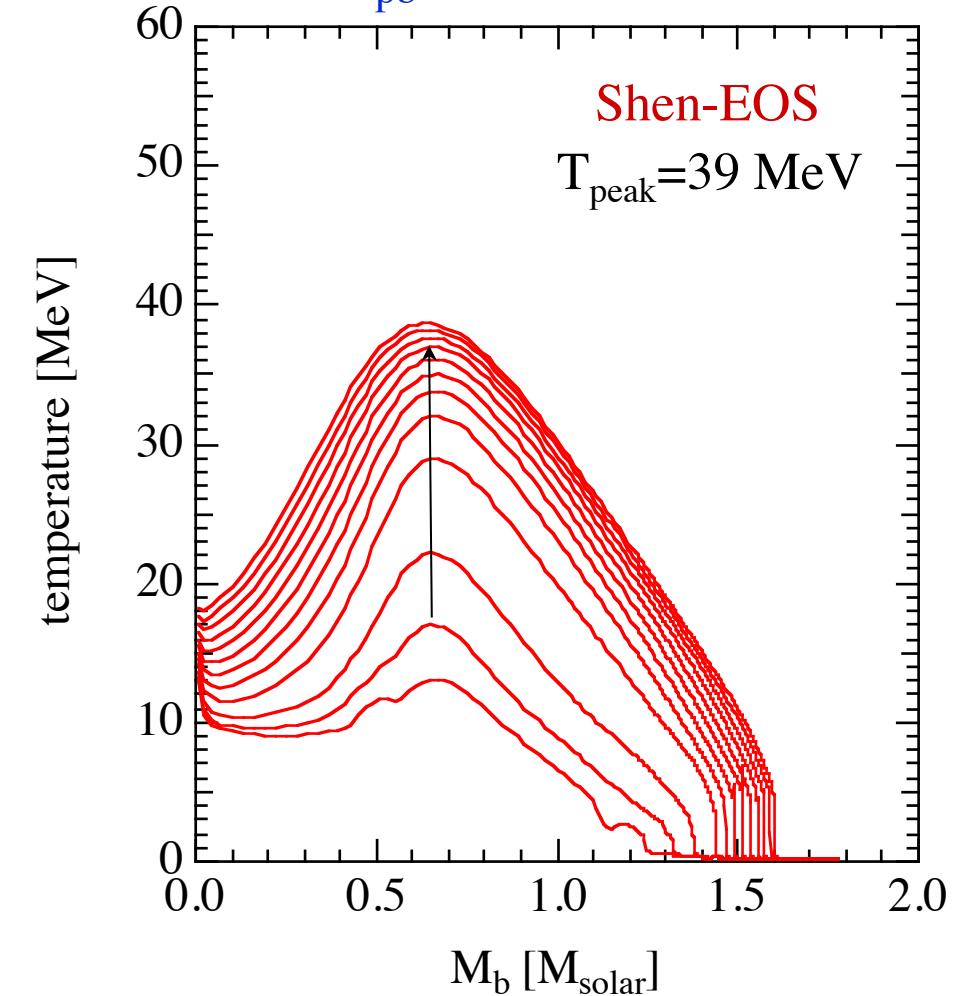
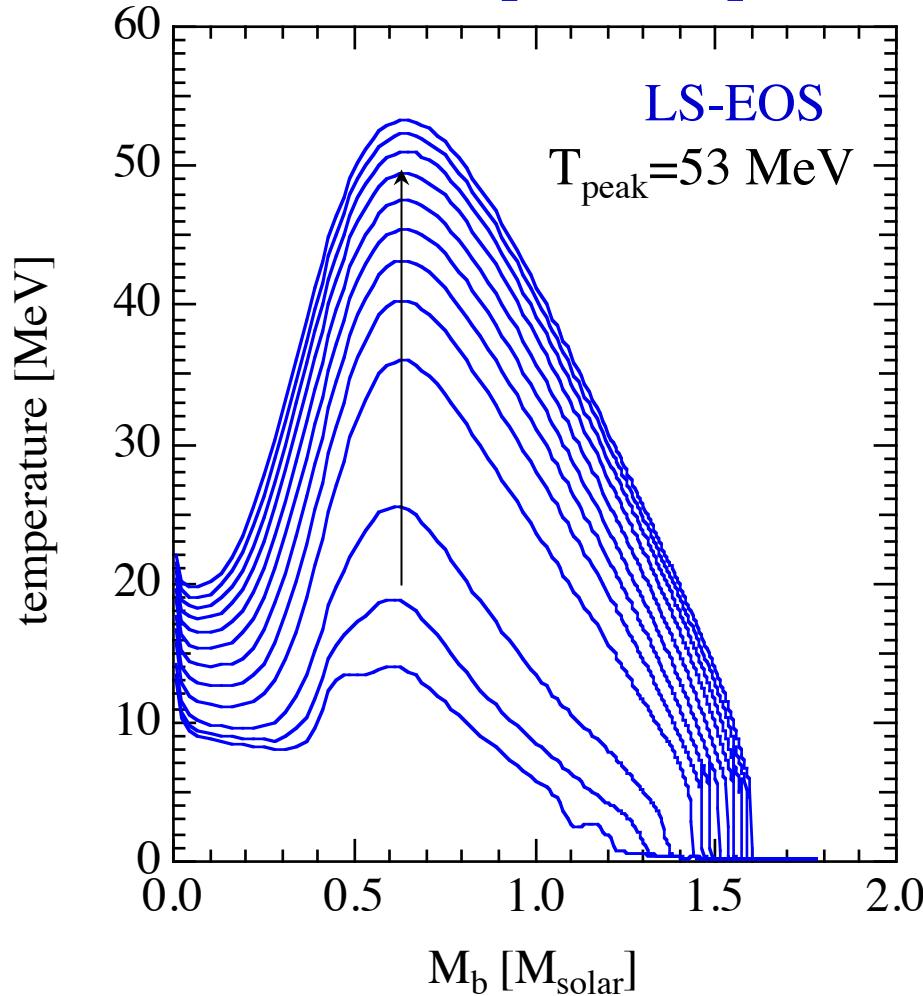
Different temperature: neutrino heating is weak

Shen-EOS (Stiff): $T \downarrow$, ν -luminosity \downarrow No explosion

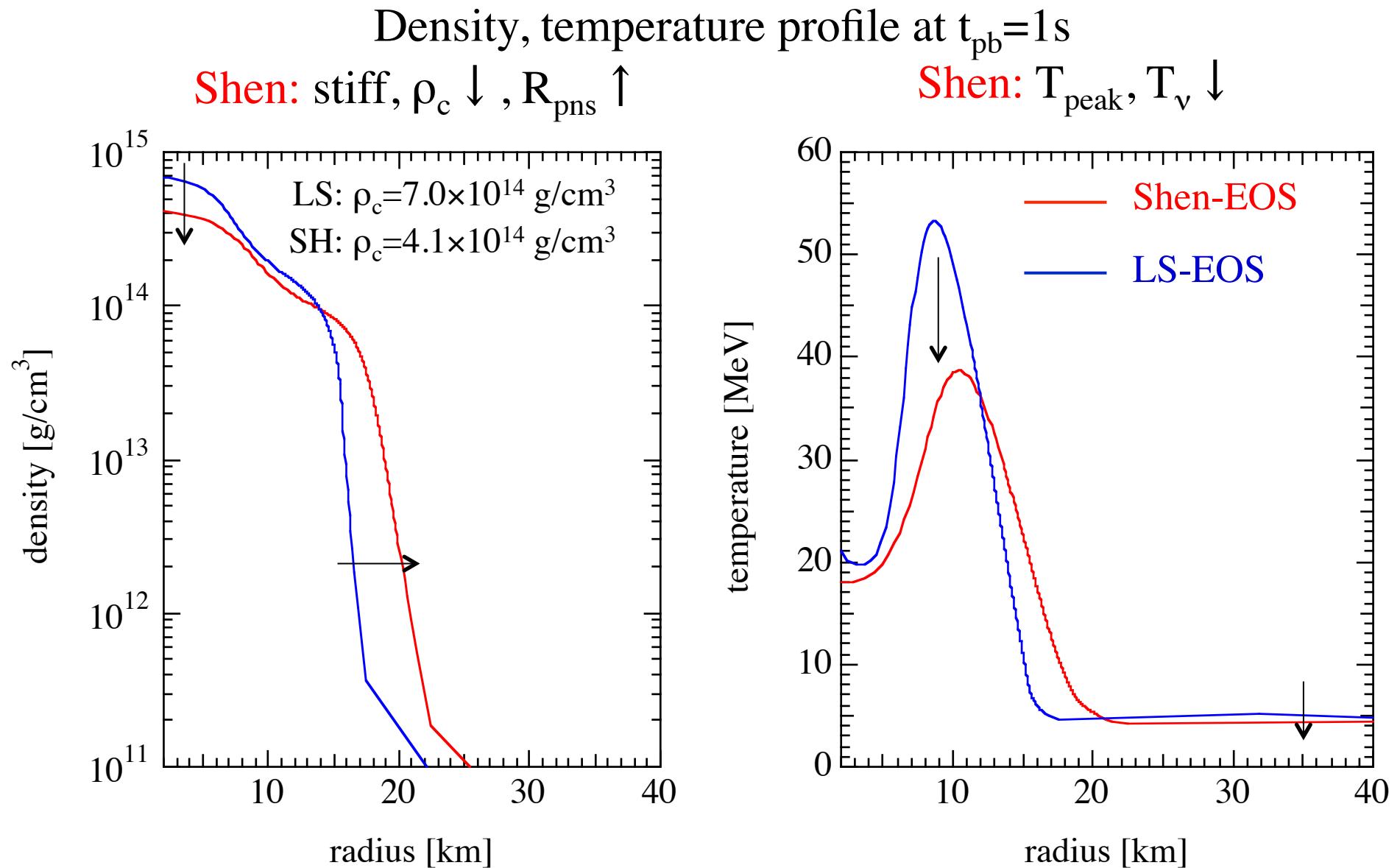


Thermal evolution of proto-NS is different!

Temperature profiles after bounce: $t_{pb}=20\text{ms} - 1\text{s}$



Less compact, hot neutron star with Shen-EOS



超新星における状態方程式の影響

- 固さ・柔らかさ
 - バウンスコアのサイズ: 初期の衝撃波エネルギー
 - 原始中性子星の構造・温度: ニュートリノ放出量
- 組成
 - 自由陽子・原子核の量: 電子捕獲反応
 - 陽子・中性子の量: ニュートリノ加熱量
- 互いに相反する効果が競いあう
 - バウンス時には有利でも、後に不利になることも
- ニュートリノ反応を介した影響
 - ひとつの変化が別の効果に影響を及ぼす