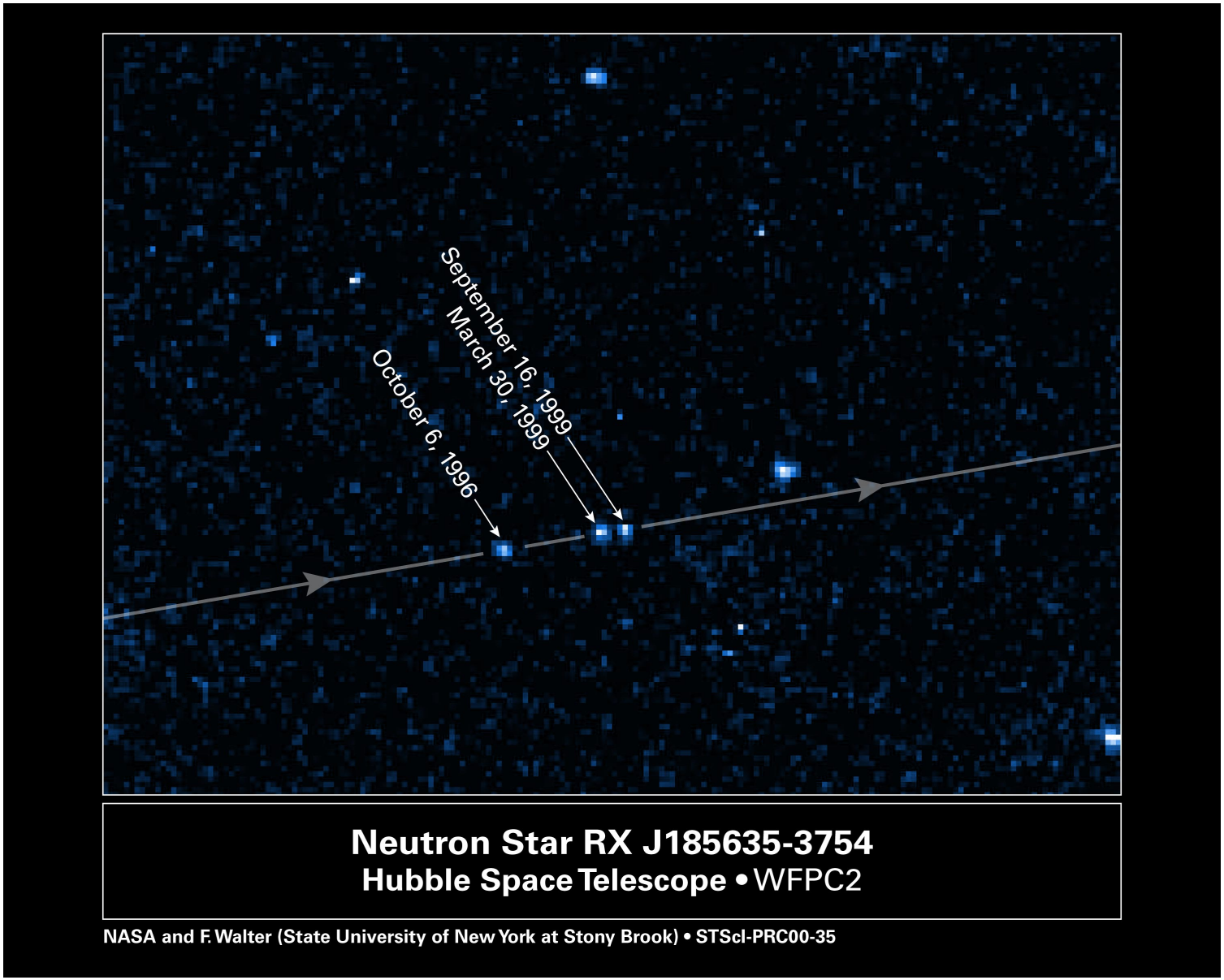
極限物質の性質を決めるには?

中性子星：状態方程式の基本

Hubble Sees Bare Neutron Star Streaking Across Space



Isolated neutron star: 200 light year away, 1 million year old

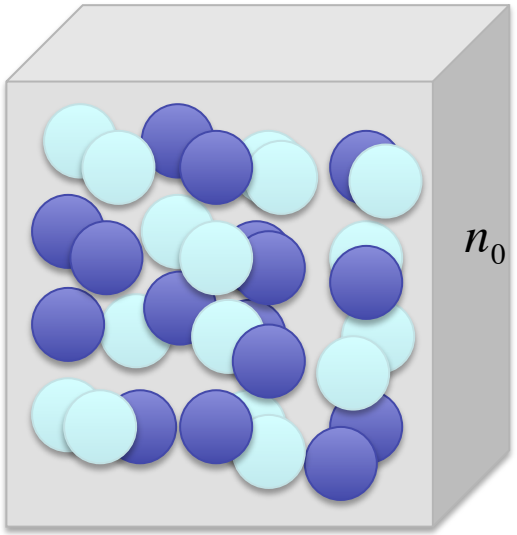
中性子星内部の物質

- 高密度物質の実験室
  - 核物質の性質から中性子星へ
  - 中性子星の観測から核物質を探る

質量: M_{NS}~$1.4M_{solar}$
半径: R_{NS}~10 km

- エネルギー・組成はどうなっているのか?
  - 密度に応じて起こる組成変化(陽子, 中性子の割合?)
  - どの密度で、何が混ざるのか (Hyperon, Quark?)

核物質

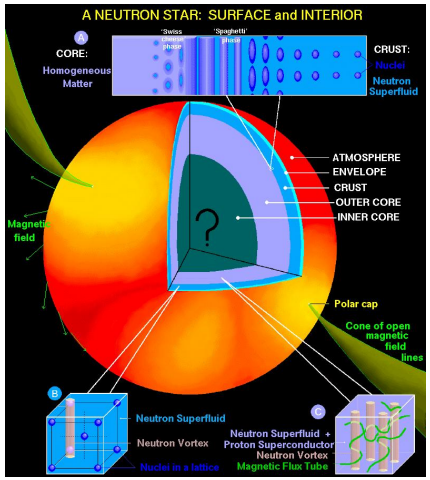


$$n_0 = 0.16\,fm^{-3}$$

予測

制限

中性子星の観測



http://www.astro.umd.edu/~miller/nstar.html

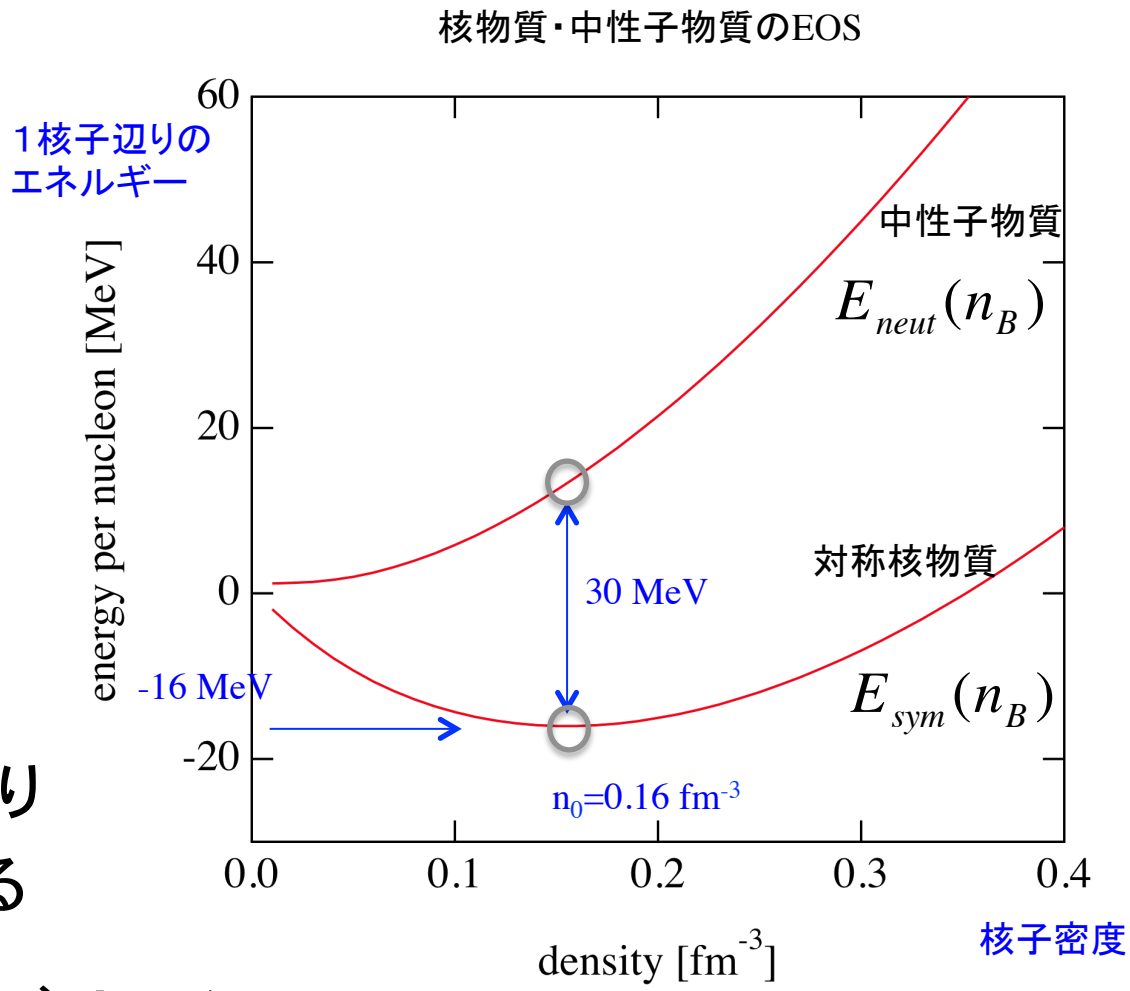
$$\rho_{NS} = \frac{M_{NS}}{\frac{4\pi}{3} R_{NS}^{\ 3}}$$

$$\sim 0.4\,fm^{-3}$$

中性子星の状態方程式 Equation of state (EOS)

- 対称核物質
- 中性子物質

- 中性子星へ
  - 中性子だけ?
  - 安定な物質は
- 超新星では
  - Feコアから始まり
  - 中性子星へ至る
- どんな量で特徴づけるか

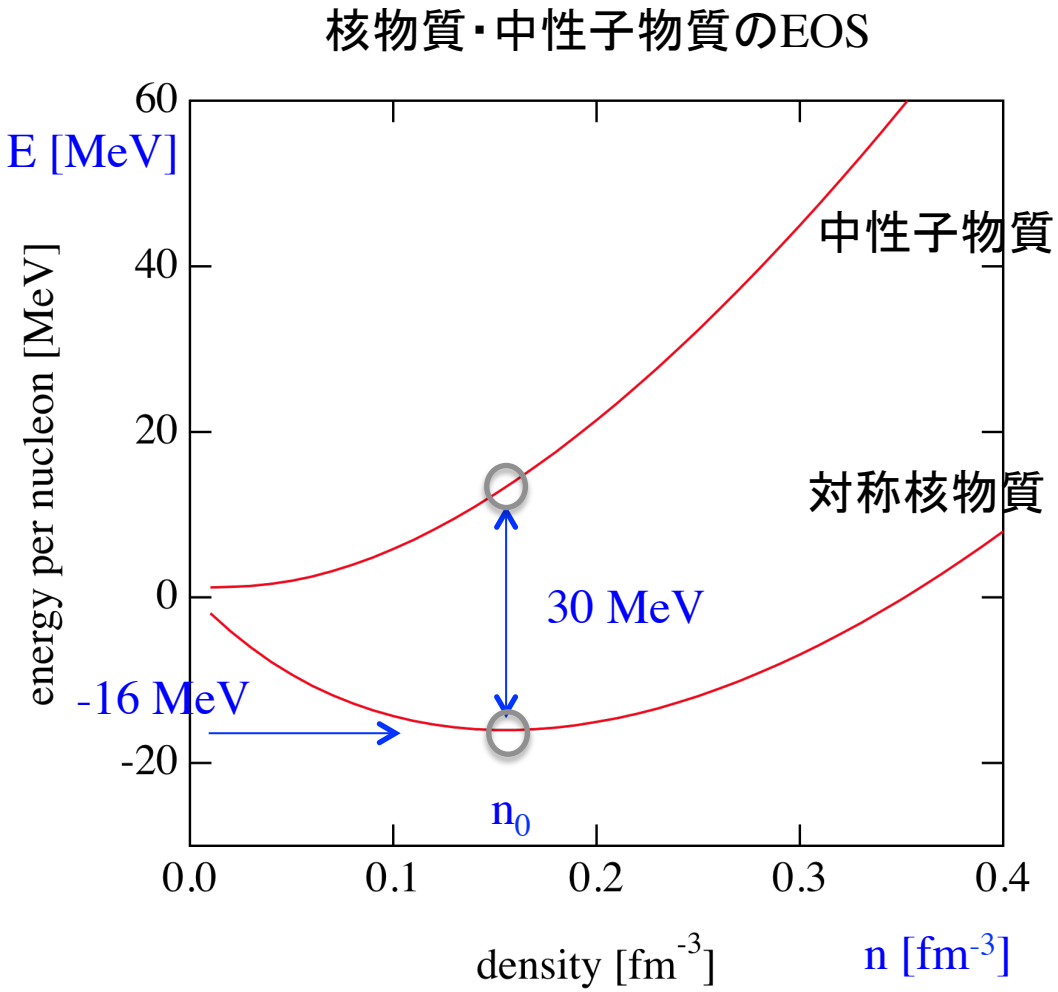


状態方程式EOSを特徴づける物理量

- 飽和性: n_0=0.16 fm^{-3}, E=-16 MeV
- 非圧縮率:
  - n_0での曲率

$$K \equiv 9n_0^2 \frac{d^2E}{dn^2}\bigg|_{n=n_0}$$

  - K=240 MeV
- 対称エネルギー:
  - エネルギー差
  - A_{sym}=30 MeV
- 密度依存性: n^{γ}



一様核物質の状態方程式

- 実験だけでなく理論計算により求める必要がある
  - 中性子が多い (Y_pが小さい)、高密度($\rho > \rho_0$)のため実験データは無い
- 本来は核力を用いて微視的な核子多体理論による計算で求める
  - 飽和性の再現、三体力の不定性、収束性などの問題

- 簡単な公式による解析：中性子星や超新星への応用向け
  - Mass formula: $M(A, Z)=Zm_p + (A-Z)m_n-B(A, Z)$

$$-B(A,Z) = -a_{volume}A + a_{Coulomb}\frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_{Symmetry}\frac{(N-Z)^2}{A} + a_{Surface}A^{2/3}$$

  - Infinite matter: $A \rightarrow \infty$

$$E(A,Z)\cdot A = -a_{volume}A + a_{Symmetry}\frac{(N-Z)^2}{A}$$

  - Energy per baryon at nuclear matter density $n=n_0$

$$E = -a_{volume} + a_{Symmetry}\frac{(N-Z)^2}{A^2} = -a_{volume} + a_{Symmetry}(1-2Y_p)^2$$

- より一般的に、他の密度へ拡張して

$$E(n,Y_p) = E_{bulk}(n) + E_{sym}(n)\cdot(1-2Y_p)^2$$

  - Nuclear matter Y_p=0.5

$$E(n,0.5) = E_{bulk}(n)$$

  Pure neutron matter Y_p=0

$$E(n,0) = E_{bulk}(n) + E_{sym}(n)$$

- Bulk part

$$E_{bulk}(n) = E_0 + \frac{K}{18}\left(\frac{n-n_0}{n_0}\right)^2$$

  - Incompressibility

$$K \equiv 9\left.\frac{dP}{dn}\right|_{n=n_0} = 9n_0^2\left.\frac{d^2E_{bulk}}{dn^2}\right|_{n=n_0}$$

  - 実験データ:n=n_0でE_{bulk} (n_0) =-16 MeV, K=230-250 MeV

- Symmetry part:

$$L \equiv 3\frac{P}{n_0} = 3n_0\left.\frac{dE_{sym}}{dn}\right|_{n=n_0} \qquad E_{sym}(n) = S_0 + \frac{L}{3n_0}(n-n_0)$$

  - 実験データよりn=n_0でE_{sym} (n_0) =28~34 MeV, L=30-120 MeV

中性子星内部の物質の記述

- 密度(n_B)を与える　　核子密度 $n_B = n_p + n_n$
  - エネルギー・圧力・組成が決まる
- 温度ゼロ, 中性子のほかに陽子・電子　　陽子の割合 $Y_p = \frac{n_p}{n_B}$
  - 電気的に中性、化学平衡
- 陽子・中性子・電子を混ぜて、中性子星物質を作る
  - 対称核物質: Y_p=0.5　　中性子物質: Y_p=0.0
- もっとも安定な(エネルギーが低い)状態が実現
  - 中性子星物質: Y_p=???

中性子星物質:化学平衡+荷電中性

- 平衡状態では
  - $\mu_n = \mu_p + \mu_e$ (1)
- 全体としては、電荷ゼロ
  - $n_p = n_e$ (2)
- 各密度nで、$E_{total}=E(n_B, Y_p) + E_e(n_e)$を計算して、最小となる$Y_p$を探す

陽子・中性子混在物質のエネルギー

$$E(n_B, Y_p) = E_{sym}(n_B) + [E_{neut}(n_B) - E_{sym}(n_B)](1-2Y_p)^2$$

対称核物質: $E_{sym}(n_B)$

中性子物質: $E_{neut}(n_B)$

電子フェルミ気体のエネルギー

$$E_e = \frac{2}{(2\pi)^3}\int_0^{p_F} E_e \cdot 4\pi p^2 dp = \frac{1}{4\pi^2} p_F^4$$

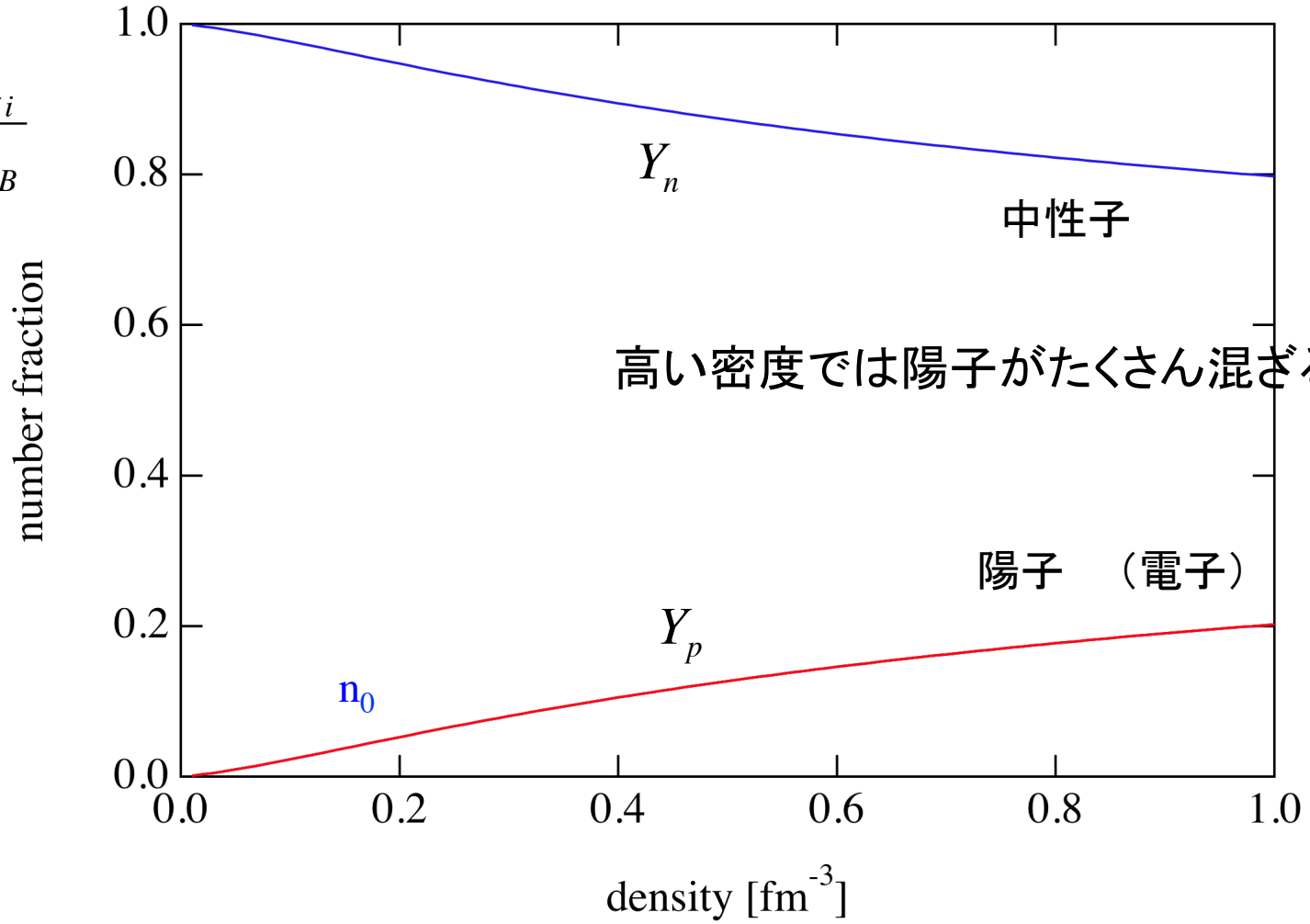
$$n_e = \frac{2}{(2\pi)^3}\int_0^{p_F} 4\pi p^2 dp = \frac{1}{3\pi^2} p_F^3$$

化学ポテンシャル

$$\mu_i = \frac{\partial(\varepsilon/n)}{\partial Y_i} = \frac{\partial E}{\partial Y_i} \qquad Y_i = \frac{n_i}{n_B}$$

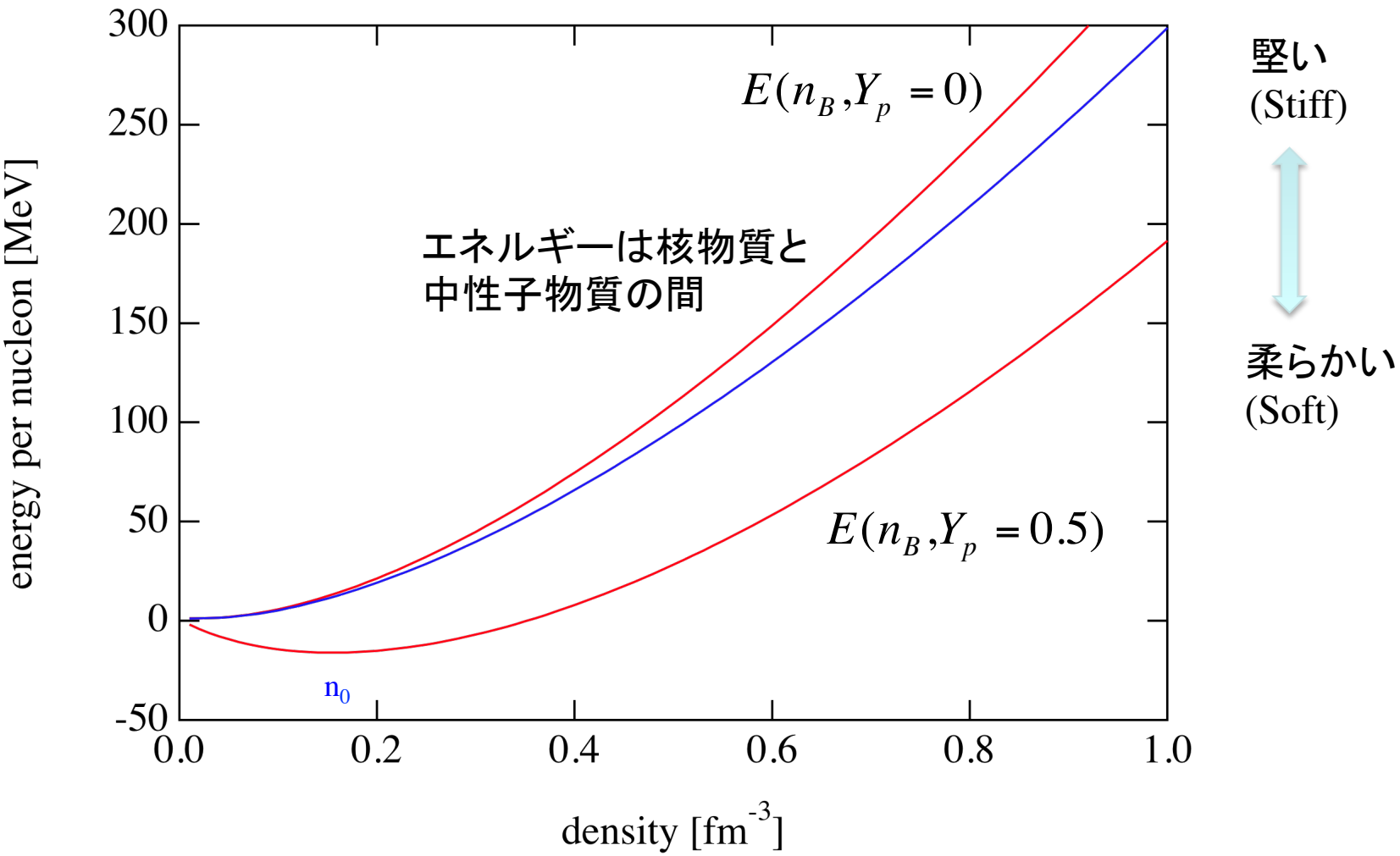
中性子星物質の組成

$$Y_i = \frac{n_i}{n_B}$$



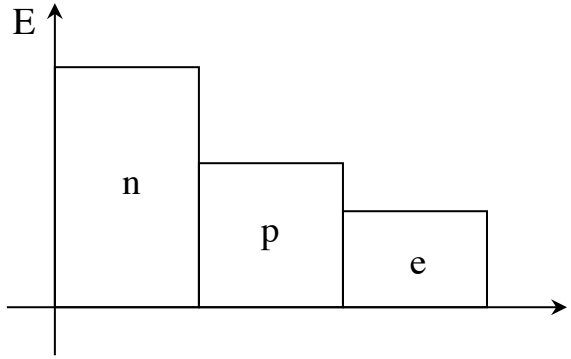
（ミュー粒子無し）

中性子星物質のエネルギー



中性子だけではダメなのか?

- 中性子を集めて圧縮する
  - 中性子は縮退してFermiエネルギーがあがる
  - (a)で中性子は崩壊する、陽子・電子が溜まる
- さらに密度をあげると、中性子崩壊が止まる
  - 陽子・電子が縮退する(ニュートリノは逃げていく)
  - (a)で放出される電子がPauli blockingされる
  - $\mu_e > m_n - m_p$ となれば、(b)が起きる
- 両方向の反応がバランスして進み化学平衡に達する
  - Y_pを減らすと、中性子物質としてエネルギーがあがる　　両者のバランス
  - Y_pを増やすと、陽子・電子の縮退エネルギーがあがる　　対称エネルギーによる



β-decay: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (a)

electron capture: $e^- + p \rightarrow \nu_e + n$ (b)

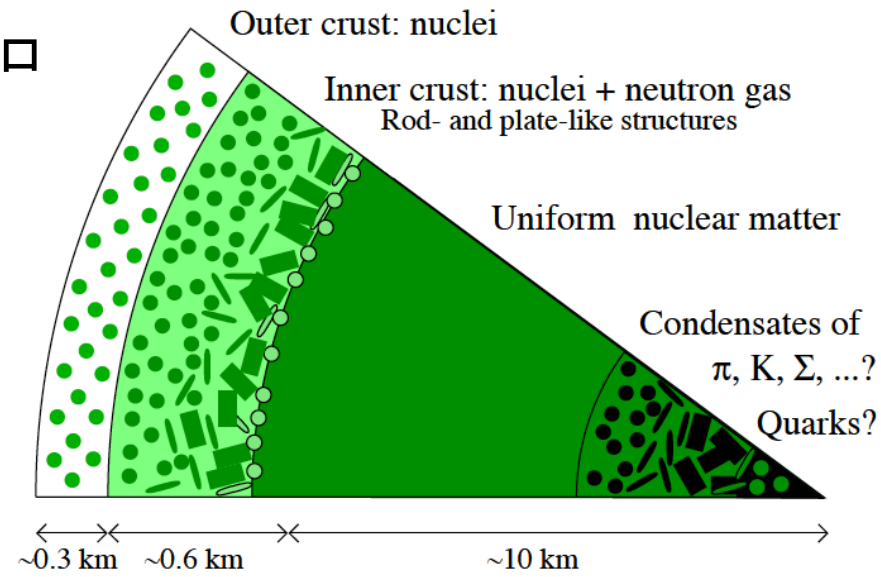
中性子星内部での新たな粒子の出現

- 相互作用も含めた縮退エネルギーの振る舞い
- 化学ポテンシャルと粒子質量の比較

例：電子の化学ポテンシャルがミュー粒子の質量を越える
　　ミュー粒子が出現

例：中性子の化学ポテンシャルがハイペロン粒子の質量を越える
　　ハイペロンが出現

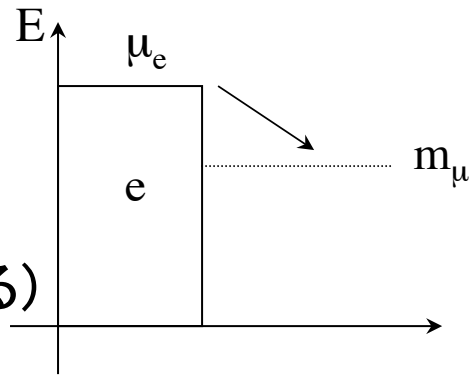
さらに高密度では、クォーク相や様々な存在形態が現れうる



Heiselberg, astro-ph/0201465

新たな粒子の出現?

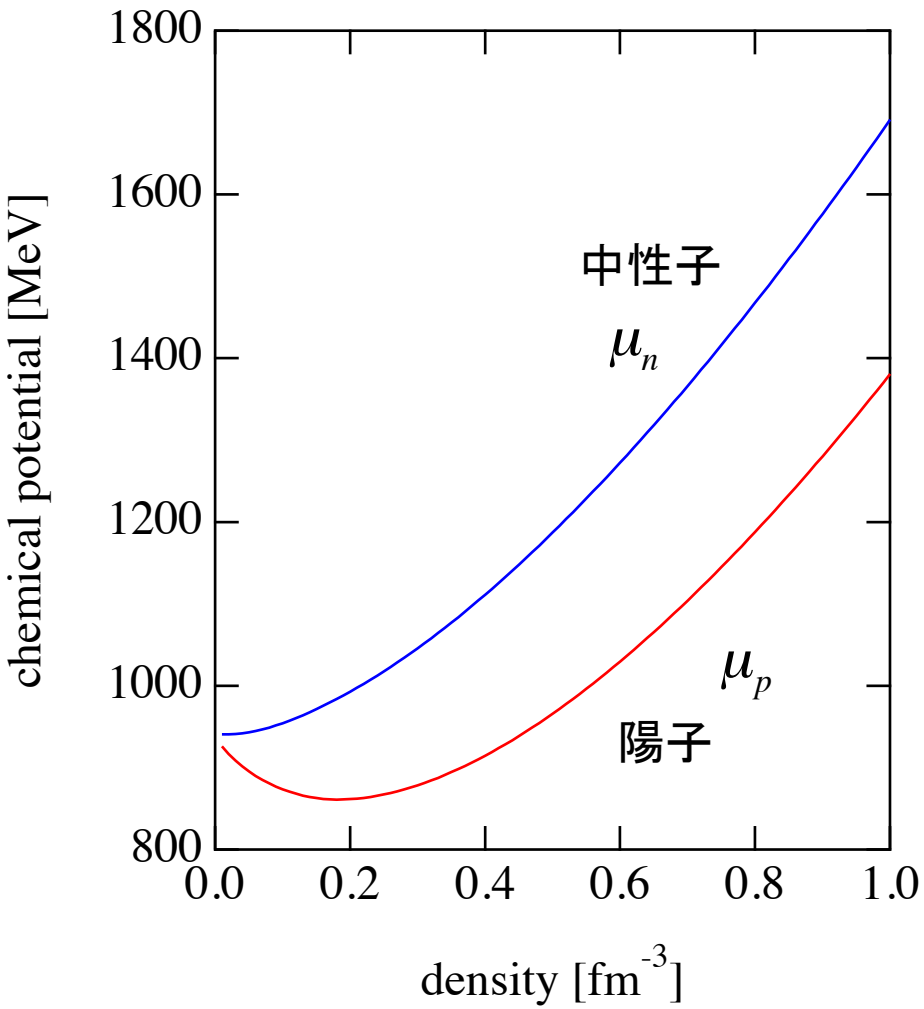
- 例: μ^- in n-p-e gas
  - Decay in free space: $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$
  - At high density: μ_e↑となると、、
  - $\mu_e > m_\mu = 105$ MeV でμ^-が出現　　(Fermi面を下げる)
  - μ^-を含むβ平衡となる($\mu^- \Leftrightarrow e^-$)
    - $n_p = n_e + n_\mu$, $\mu_e = \mu_\mu$



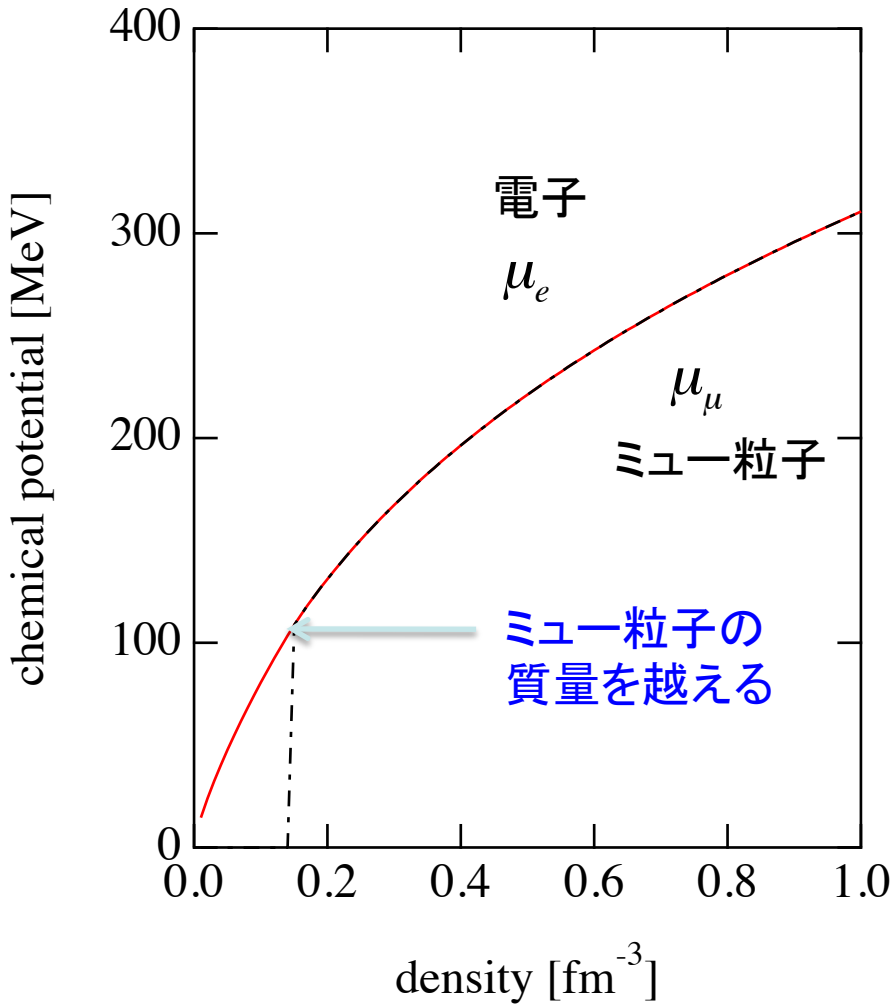
- 同様に
  - $N + N \rightarrow N + \Lambda + \text{leptons}$　　$\mu_\Lambda = \mu_n$　　$> m_\Lambda = 1115$ MeV
  - $N + n \rightarrow N + p + \pi^-$　　$\mu_n - \mu_p = \mu_\pi$ $(= \mu_e)$　　$> m_\pi = 140$ MeV

- 化学ポテンシャルを調べる → エキゾチック粒子の出現予測

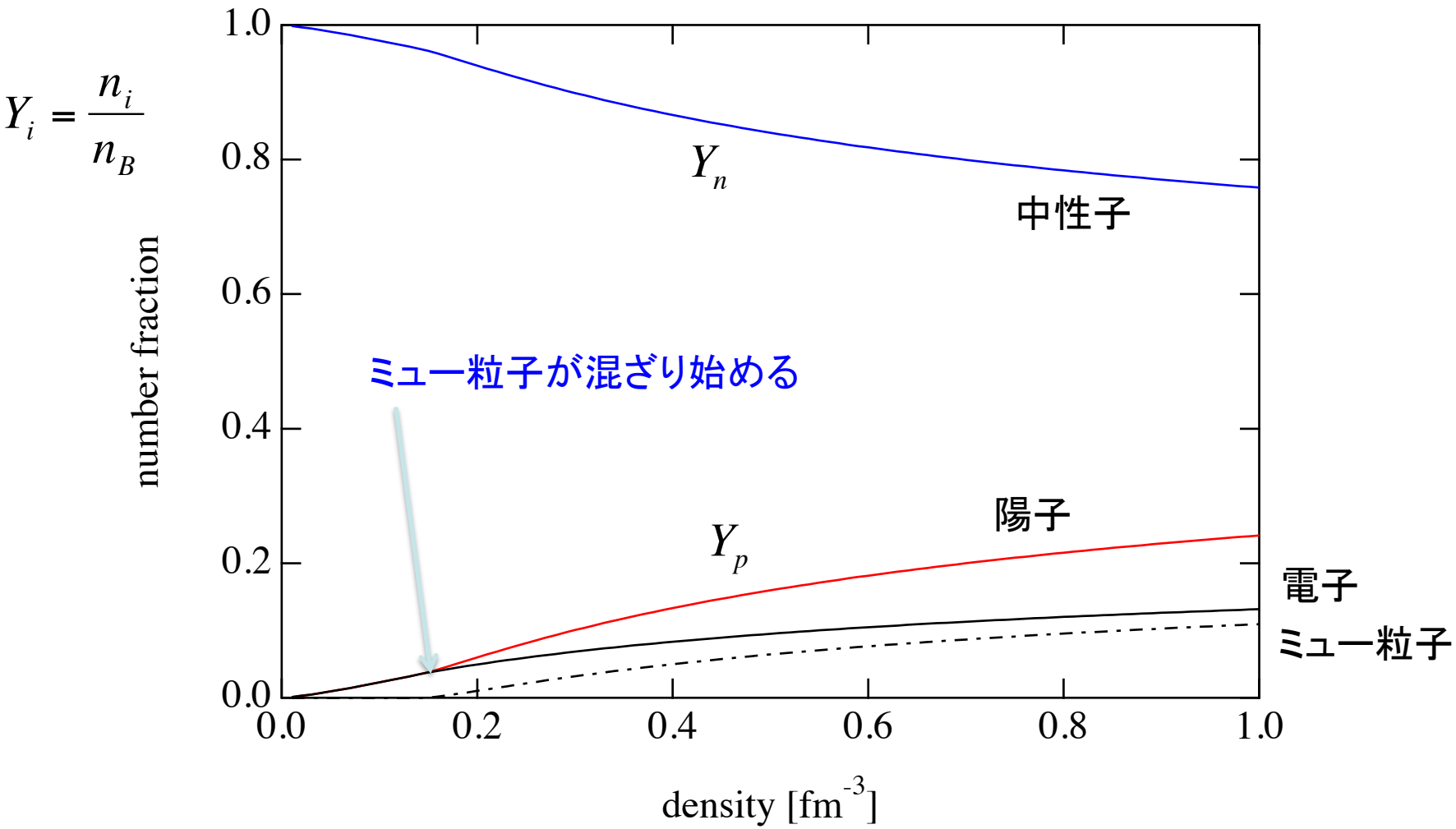
中性子星物質での化学ポテンシャル



（ミュー粒子有り）

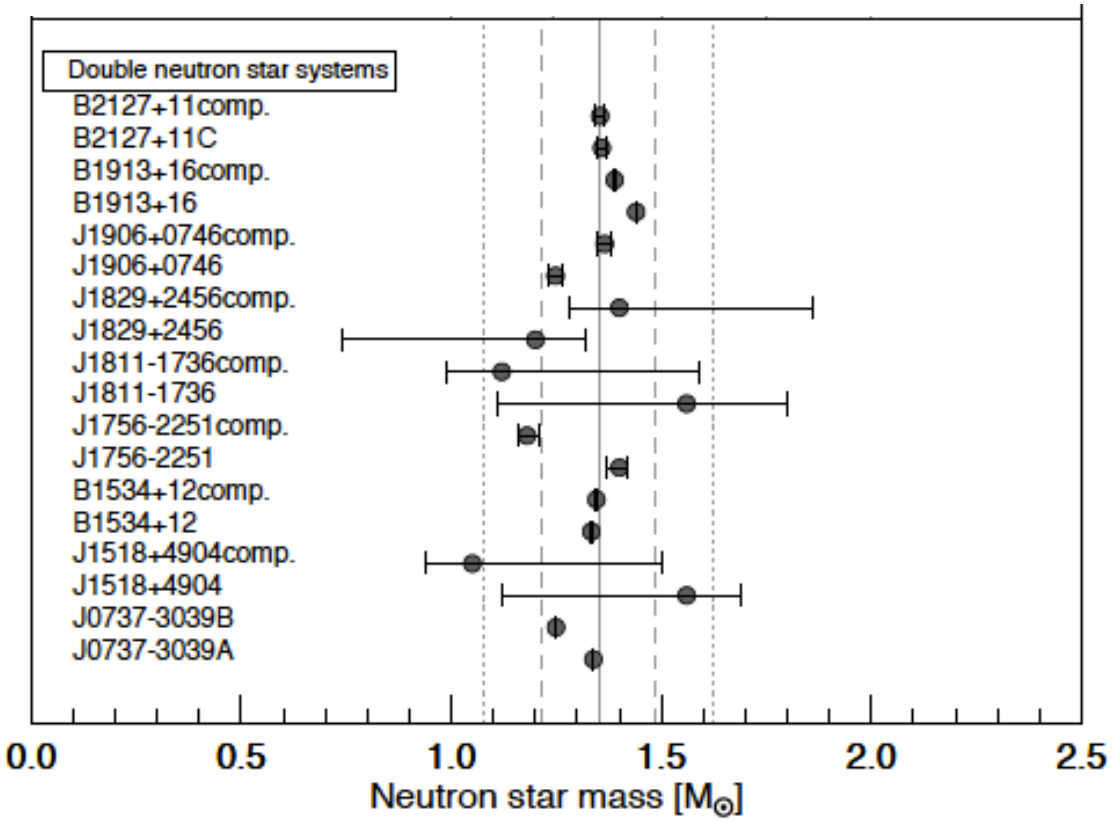


中性子星物質の組成　（ミュー粒子有り）



中性子星の構造

- 中性子星の質量を、核物質の圧力で支える
  - 質量:1.4M_{sun}　　半径:10 km
    - 中性子理想Fermi気体:0.7M_{sun}しか支えることができない。
      cf. 太陽(1M_{sun})は核融合反応の熱圧力で支えている

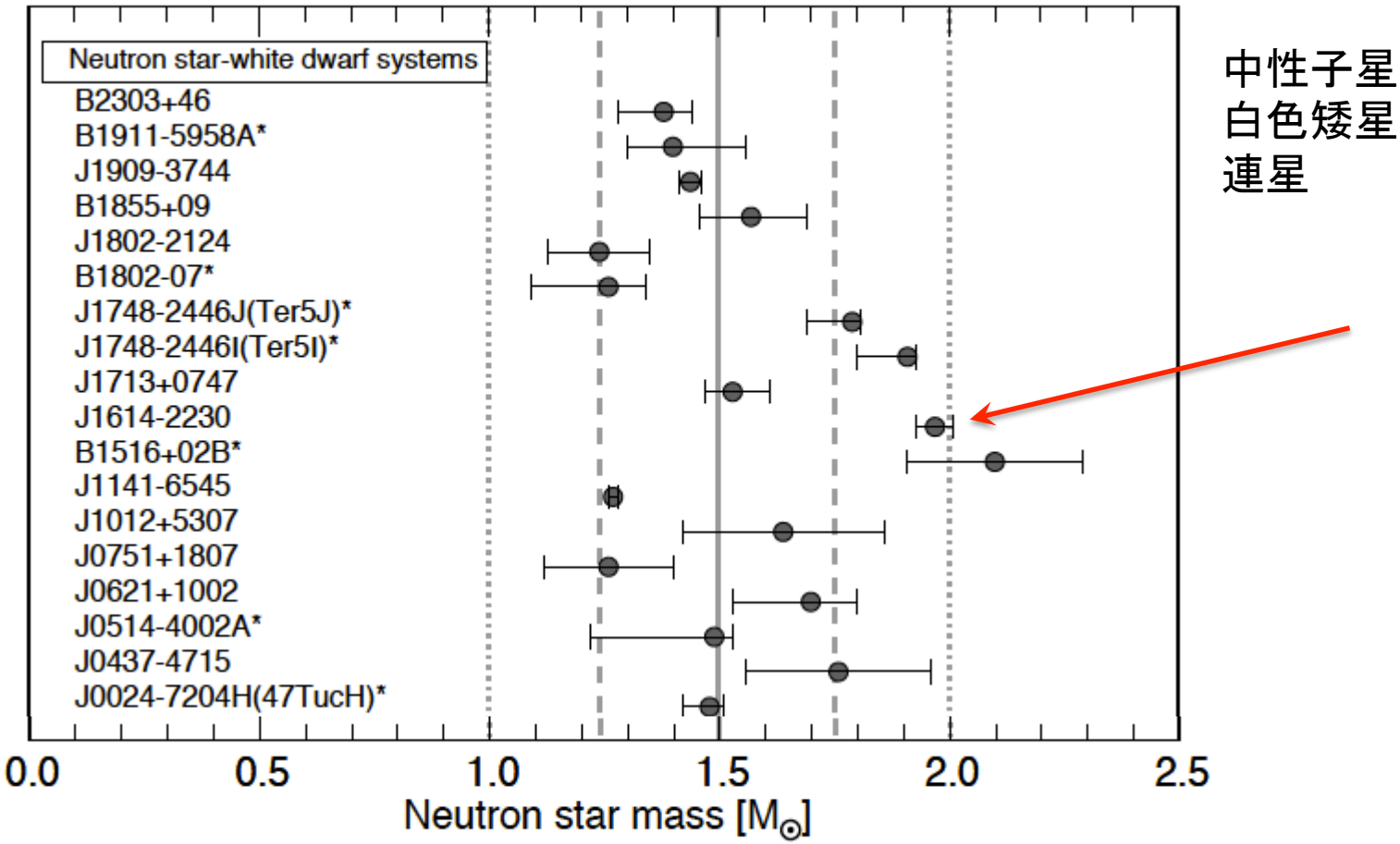


連星中性子星の質量観測データ

Kiziltan et al. arXiv:1011.4291

もっと重い中性子星もある

- 1.97±0.04M_{sun}の中性子星の観測データ



Kiziltan et al. arXiv:1011.4291

中性子星の構造

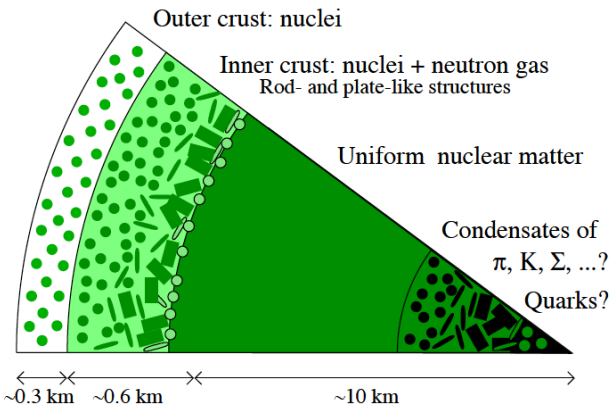
・作った状態方程式で支えることができるか?

– 中心密度は?

エキゾチック物質

最大の質量は?

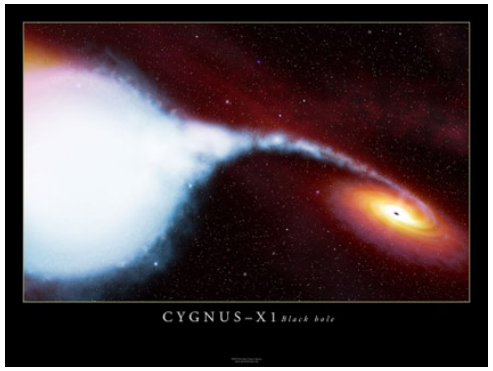
ブラックホールへの境界



Heiselberg, astro-ph/0201465

パルサー

ブラックホール



宇宙情報センターwebより http://spaceinfo.jaxa.jp/j

– 観測と比較して、高密度物質・核力理論に制限

ex. 1.4M_{sun}を支えないとダメ、冷却スピードと比較

中性子星の構造(理論)

- 星内部の圧力と重力のつりあいで決まる
  - 星内部の密度分布 ρ(r) 圧力分布 p(r)
  - 半径 r の内側にある質量 M(r) は

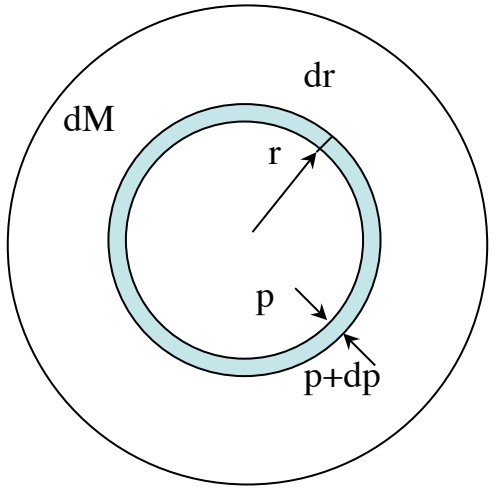
$$M(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'$$

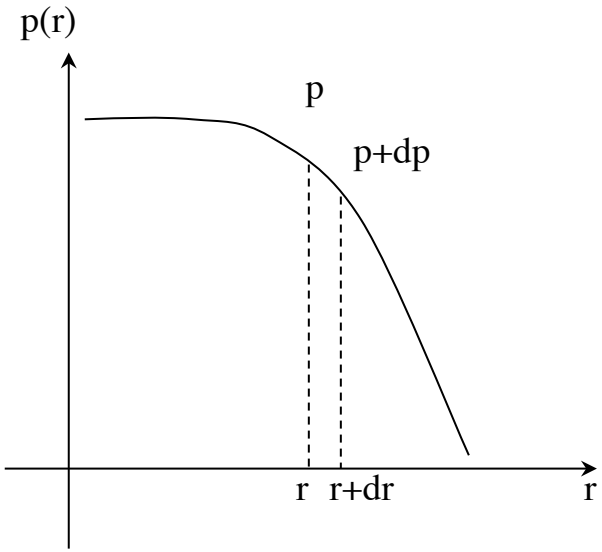
  - 半径 r~r+dr の球殻に着目すると
    質量 dM = $4\pi r^2 dr \times \rho$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \qquad (1)$$

  - 内外の圧力差は p-(p+dp) = -dp > 0
  - 圧力により外向きの力 $-dp \times 4\pi r^2$
  - 重力により内向きの力 $\frac{GM}{r^2} 4\pi r^2 \rho dr$
  - つりあいにより

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \qquad (2)$$





中性子星の構造(理論)

- 状態方程式: Equation of state (EOS)が必要

$$p=f(\rho) \qquad (3)$$

- $\rho(r)$, $p(r)$, $M(r)$ を解けばよい

手順:

1. 中心密度を決める: ρ_c (p_c)
2. r=0でM(r)=0
3. (1)と(2)を内側に向かって積分する
4. 星の表面でp=0となる
   この時、半径: $r=R_{NS}$、質量: $M_{NS}=M(R_{NS})$

– 様々な ρ_c について解けば、中性子星の系列ができる

- 構造、質量、半径、最大質量が決まる
  - 状態方程式に大きく依存する(原子核物理が本質的役割)

Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation

- 一般相対論: 球対称、静水平衡の式

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \frac{\left(1 + \frac{p}{\rho c^2}\right)\left(1 + \frac{4\pi p r^3}{Mc^2}\right)}{\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)}$$

- 状態方程式

$$\rho = f(p)$$

圧力 vs 密度

核物質・中性子星物質の圧力

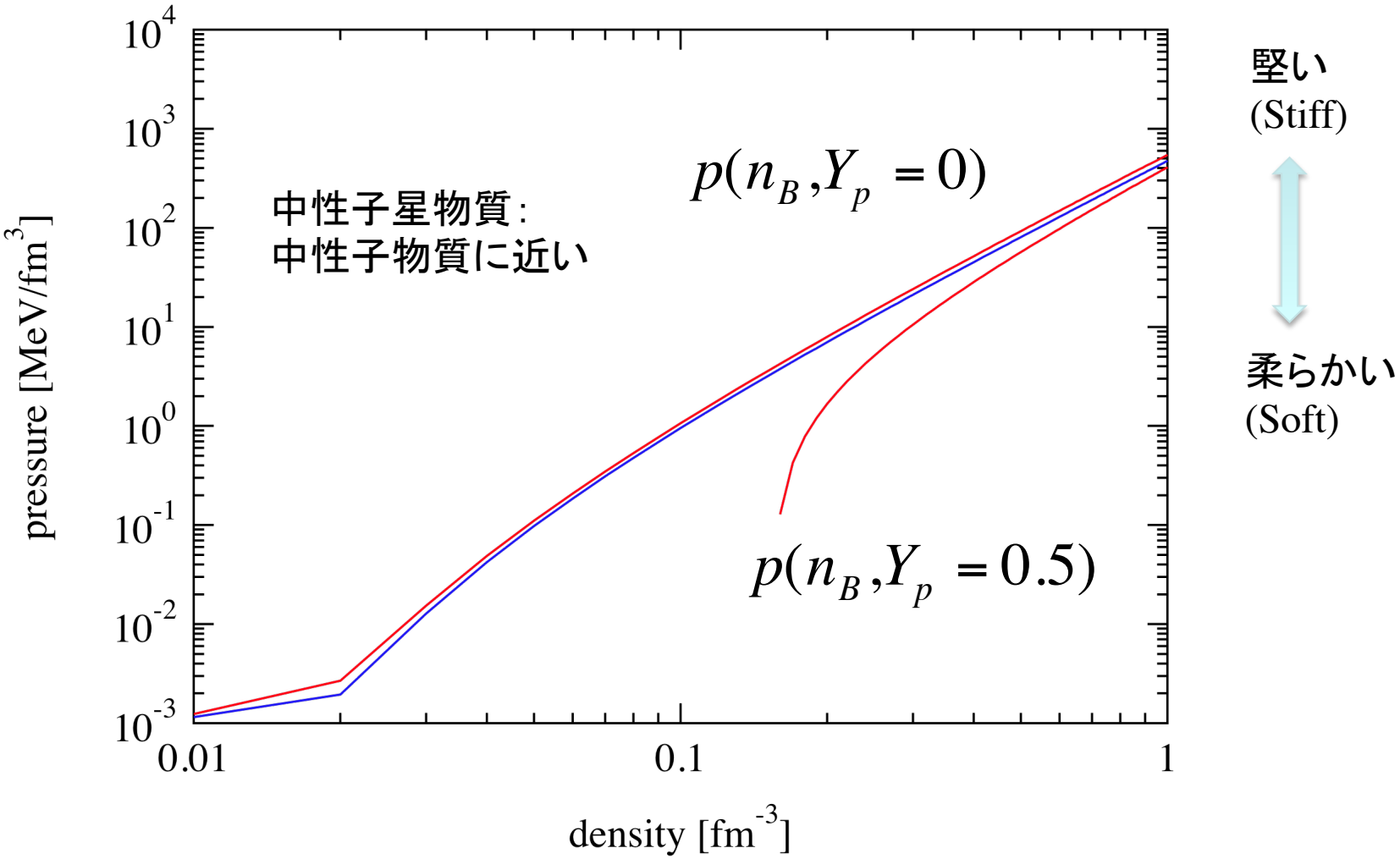
- 密度-圧力の関係は?
  - 熱力学的関係式
  - エネルギー vs 密度プロットでの傾き

$$p = -\frac{\partial E}{\partial V} = n_B^2 \frac{\partial E}{\partial n_B}$$

- 密度を増やした時、圧力がどれくらい増えるか?
  - 星の安定性やダイナミクスに繋がる
- 圧力 vs 密度プロットでの傾きを見るとよい
  - 断熱指数(Adiabatic Index)
  - 平均的な傾きはいくらか?

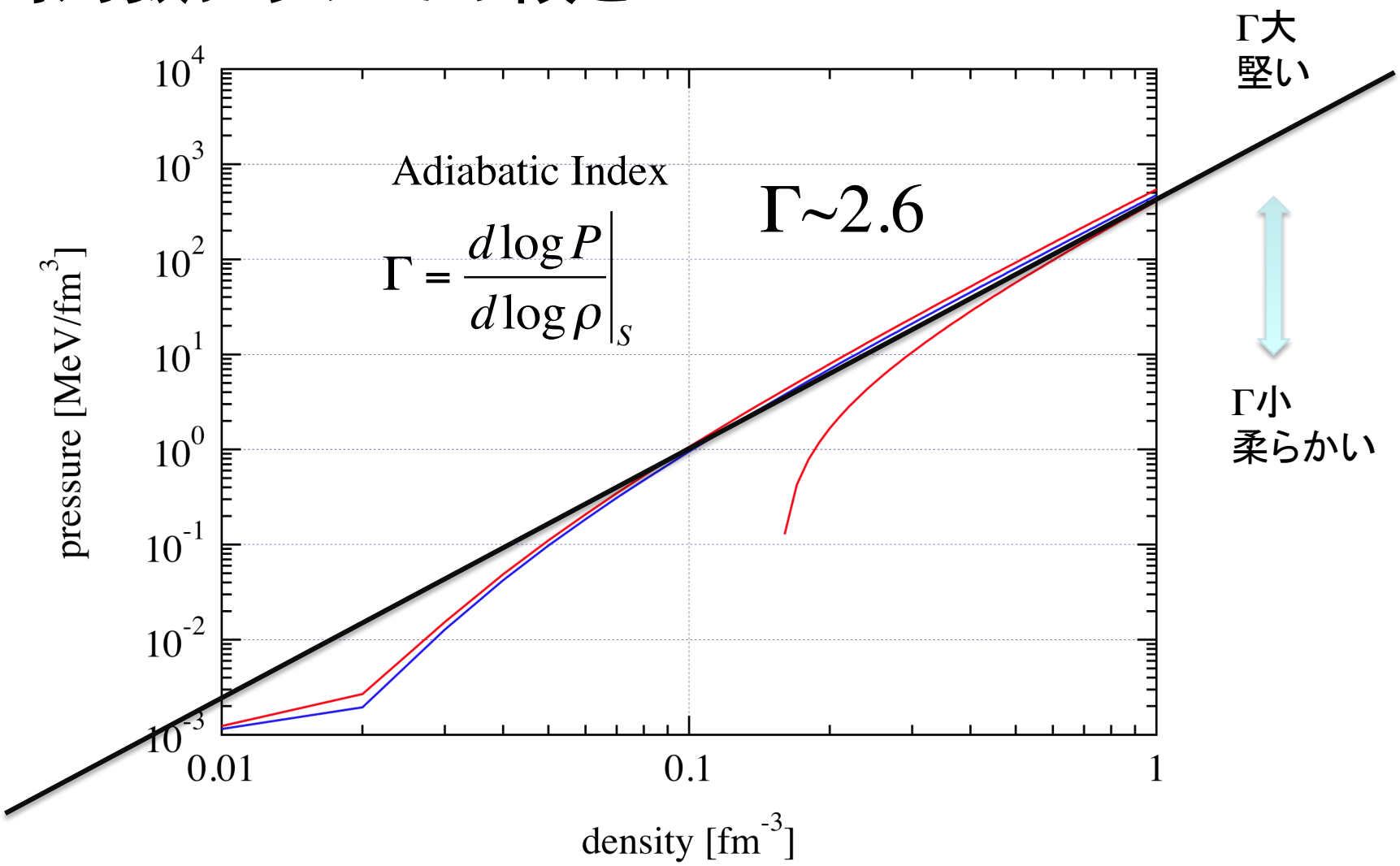
$$\Gamma = \left.\frac{d\log P}{d\log \rho}\right|_S \qquad P = Kn^\Gamma \qquad \rho = m_u n_B$$

中性子星物質の圧力


pressure [MeV/fm^3]
density [fm^{-3}]
10^4
10^3
10^2
10^1
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
0.01
0.1
1
中性子星物質:
中性子物質に近い
$p(n_B, Y_p = 0)$
$p(n_B, Y_p = 0.5)$
堅い
(Stiff)
柔らかい
(Soft)

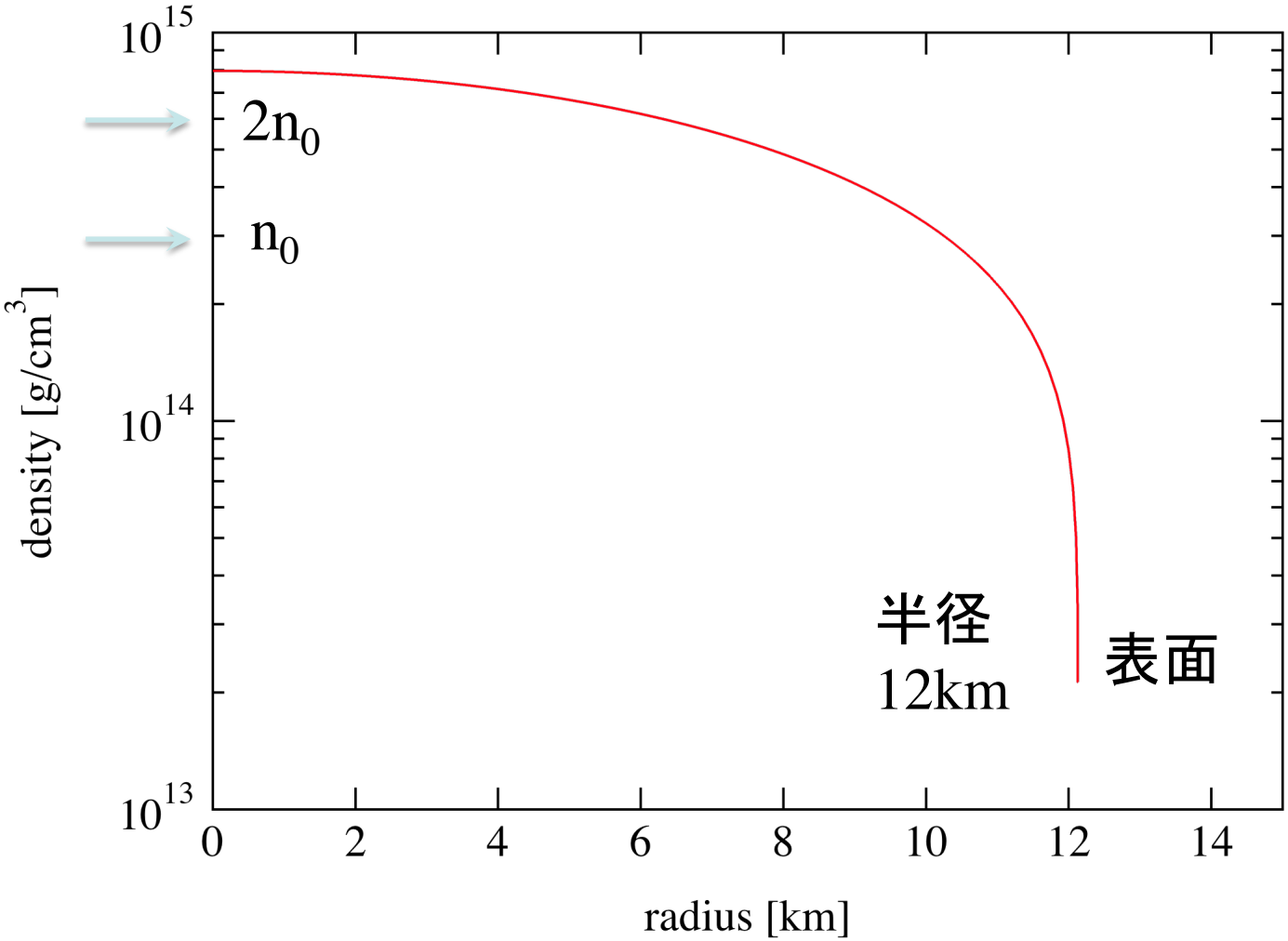
圧力の増え方:密度依存性

・両対数グラフでの傾き: $P = C\, n^{\Gamma}$



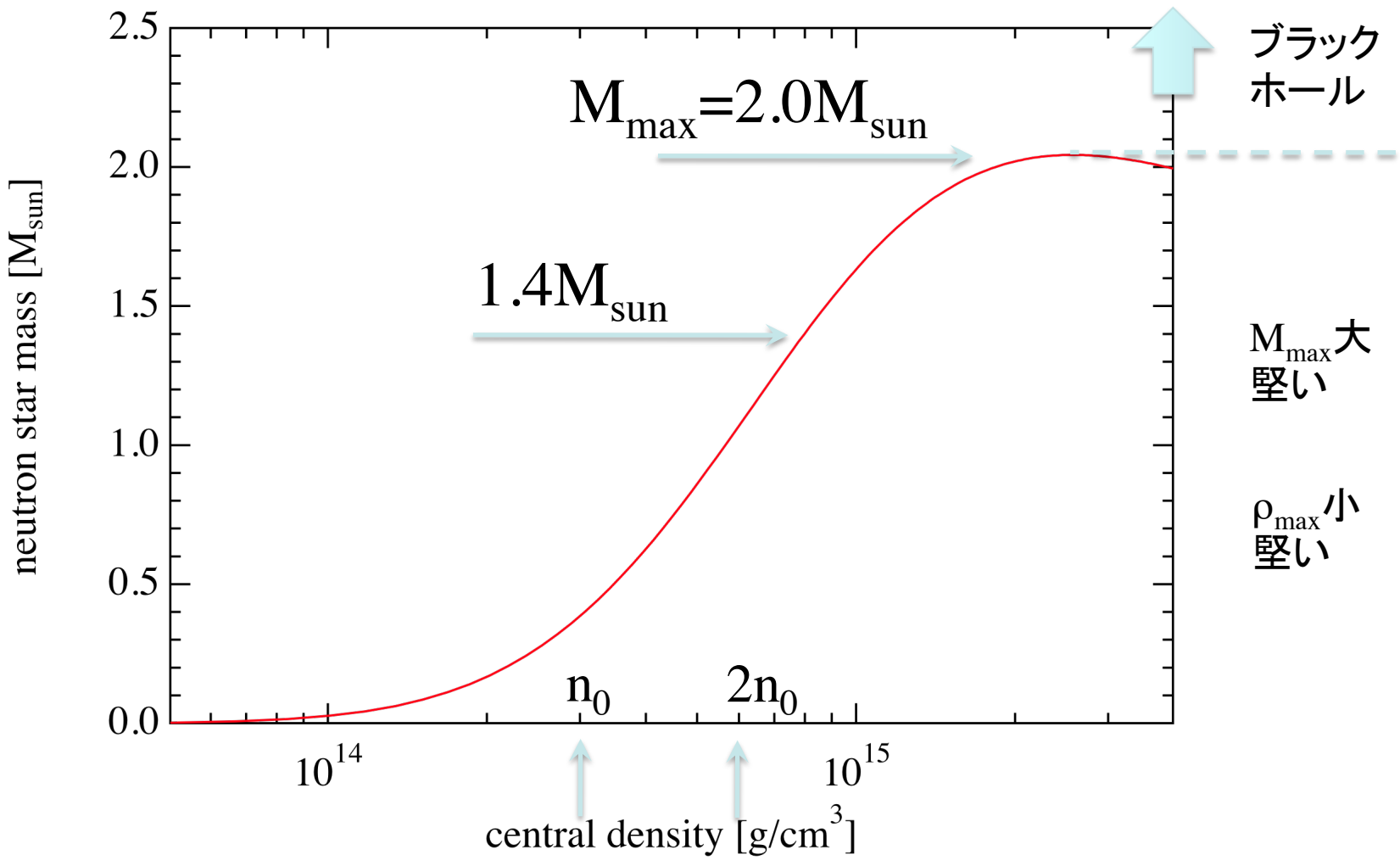
中性子星の内部構造

・密度分布の様子



中性子星の質量と中心密度

・安定な中性子星の系列



中性子星の内部

(1) 表面: $\rho \leq 10^6$ g/cm^3

- “鉄”の原子核+電子

(2) 外殻 (outer crust): 10^6 g/cm$^3 \leq \rho \leq 4\times10^{11}$ g/cm^3

- “中性子過剰”原子核+電子

- 電子のFermi energyが高くなる
- 原子核内の陽子が中性子に変換される
- ベータ崩壊は電子の縮退によりblockされる

(3) 内殻 (inner crust): 4×10^{11} g/cm$^3 \leq \rho \leq 3\times10^{14}$ g/cm^3

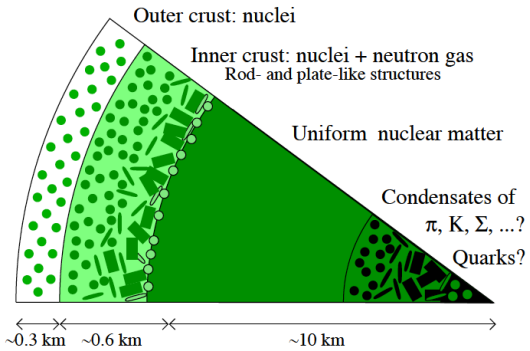
- 原子核+中性子+電子
  - 中性子が原子核からこぼれ出す
  - 巨大な原子核 (A~1000) 、パスタ相 (Surface vs Coulomb)

(4) コア: 3×10^{14} g/cm$^3 \leq \rho$

- 陽子+中性子+電子
  - ほとんどが中性子

(5) さらに高密度では

- Other hadrons (hyperons,…)の出現
- Pion-condensation, quark matter,…の可能性

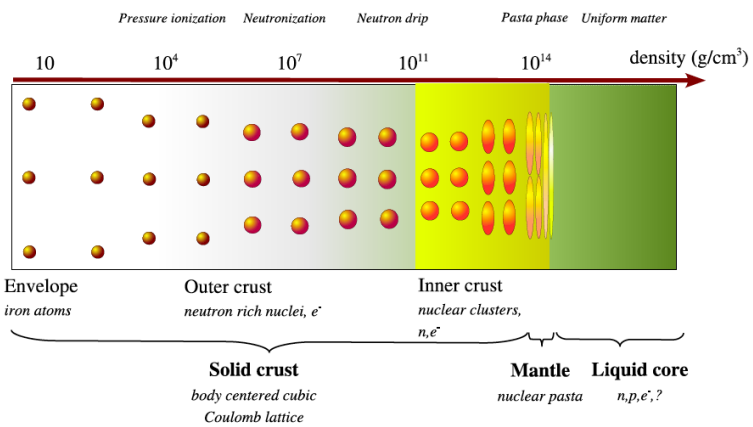


Heiselberg, astro-ph/0201465

Nuclei inside neutron stars

From neutron-rich nuclei to neutron-dripped huge nuclei

$\rho_{\max}$ [g cm^{-3}]	Element	Z	N	$R_{\rm cell}$ [fm]
8.02×10^{6}	^{56}Fe	26	30	1404.05
2.71×10^{8}	^{62}Ni	28	34	449.48
1.33×10^{9}	^{64}Ni	28	36	266.97
1.50×10^{9}	^{66}Ni	28	38	259.26
3.09×10^{9}	^{86}Kr	36	50	222.66
1.06×10^{10}	^{84}Se	34	50	146.56
2.79×10^{10}	^{82}Ge	32	50	105.23
6.07×10^{10}	^{80}Zn	30	50	80.58
8.46×10^{10}	^{82}Zn	30	52	72.77
9.67×10^{10}	^{128}Pd	46	82	80.77
1.47×10^{11}	^{126}Ru	44	82	69.81
2.11×10^{11}	^{124}Mo	42	82	61.71
2.89×10^{11}	^{122}Zr	40	82	55.22
3.97×10^{11}	^{120}Sr	38	82	49.37
4.27×10^{11}	^{118}Kr	36	82	47.92



ρ [g cm^{-3}]	Element	Z	N	$R_{\rm cell}$ [fm]
4.67×10^{11}	^{180}Zr	40	140	53.60
6.69×10^{11}	^{200}Zr	40	160	49.24
1.00×10^{12}	^{250}Zr	40	210	46.33
1.47×10^{12}	^{320}Zr	40	280	44.30
2.66×10^{12}	^{500}Zr	40	460	42.16
6.24×10^{12}	^{950}Sn	50	900	39.32
9.65×10^{12}	^{1100}Sn	50	1050	35.70
1.49×10^{13}	^{1350}Sn	50	1300	33.07
3.41×10^{13}	^{1800}Sn	50	1750	27.61
7.94×10^{13}	^{1500}Zr	40	1460	19.61
1.32×10^{14}	^{982}Ge	32	950	14.38

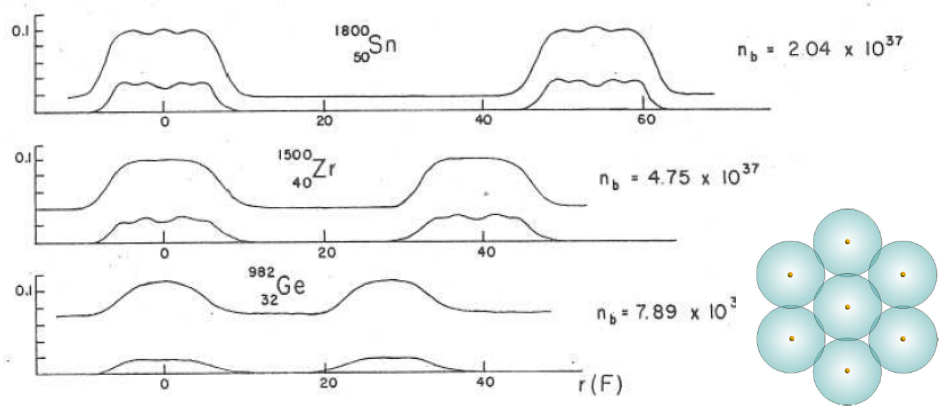
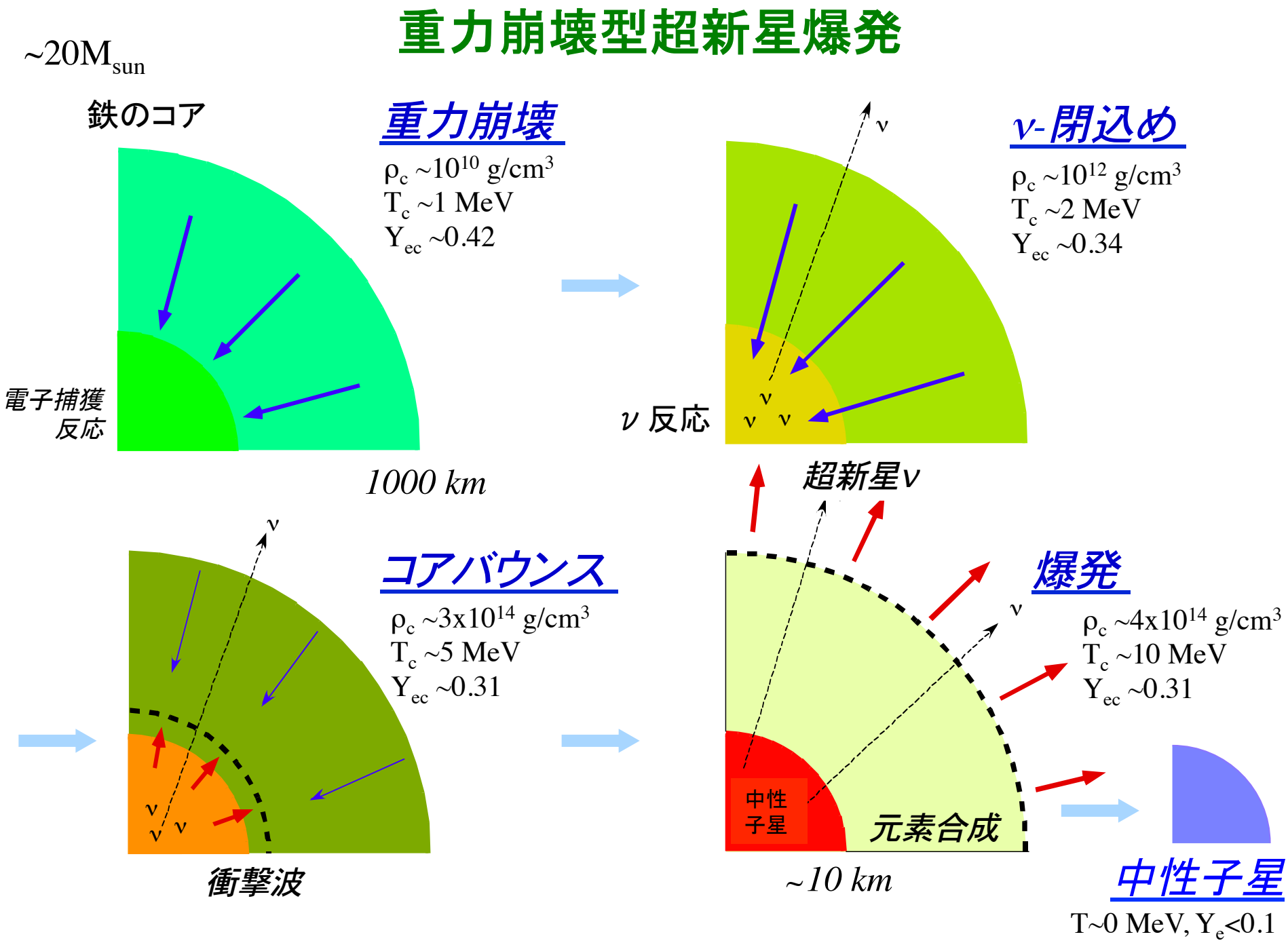


Figure 12: Nucleon number densities (in fm^{-3}) along the axis joining two adjacent Wigner–Seitz cells of the ground state of the inner crust, for a few baryon densities n_b (in cm^{-3}), as calculated by Negele & Vautherin [303].

Chamel & Haensel, Living Reviews in Relativity (2008)

重力崩壊型超新星爆発


~20M$_{sun}$
鉄のコア
重力崩壊
ρ_c ~10^{10} g/cm^3
T_c ~1 MeV
Y_{ec} ~0.42
電子捕獲
反応
1000 km
ν-閉込め
ρ_c ~10^{12} g/cm^3
T_c ~2 MeV
Y_{ec} ~0.34
ν
ν 反応
超新星ν
コアバウンス
ρ_c ~3x10^{14} g/cm^3
T_c ~5 MeV
Y_{ec} ~0.31
衝撃波
爆発
ρ_c ~4x10^{14} g/cm^3
T_c ~10 MeV
Y_{ec} ~0.31
中性
子星
元素合成
~10 km
中性子星
T~0 MeV, Y_e<0.1

極限物質の性質を決めるには?

超新星:状態方程式の基本

超新星内部の物質の記述

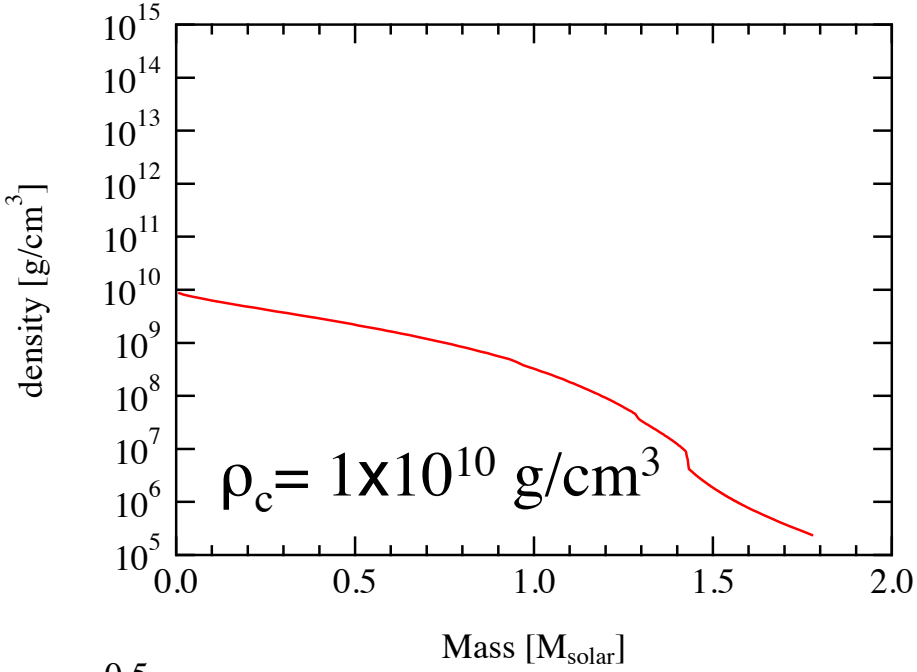
- 密度(n_B), 電子の割合(Y_e), 温度(T)の3つを与える
  - エネルギー、圧力、組成、化学ポテンシャルなどが決まる
- 有限温度, 核子, 原子核, 電子/陽電子, 光子
  - 電気的に中性, 熱平衡, 核統計平衡
- ニュートリノを含めるか? 別に扱う
  - 必ずしも物質と熱平衡・化学平衡になっていない
    - ニュートリノ閉込め内部:ニュートリノを含むベータ平衡(圧力など)
      - 原始中性子星では良い近似となっている
- ダイナミクスと連動して調べる必要
  - 密度・温度:流体力学、電子の割合:電子捕獲反応
  - ニュートリノ分布:ニュートリノ輻射輸送

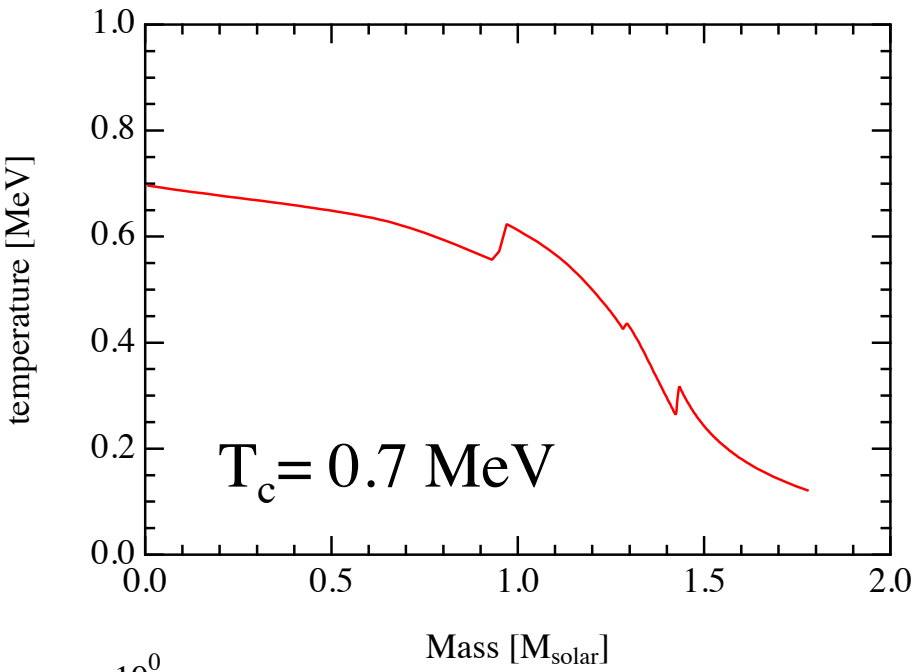
電子の割合

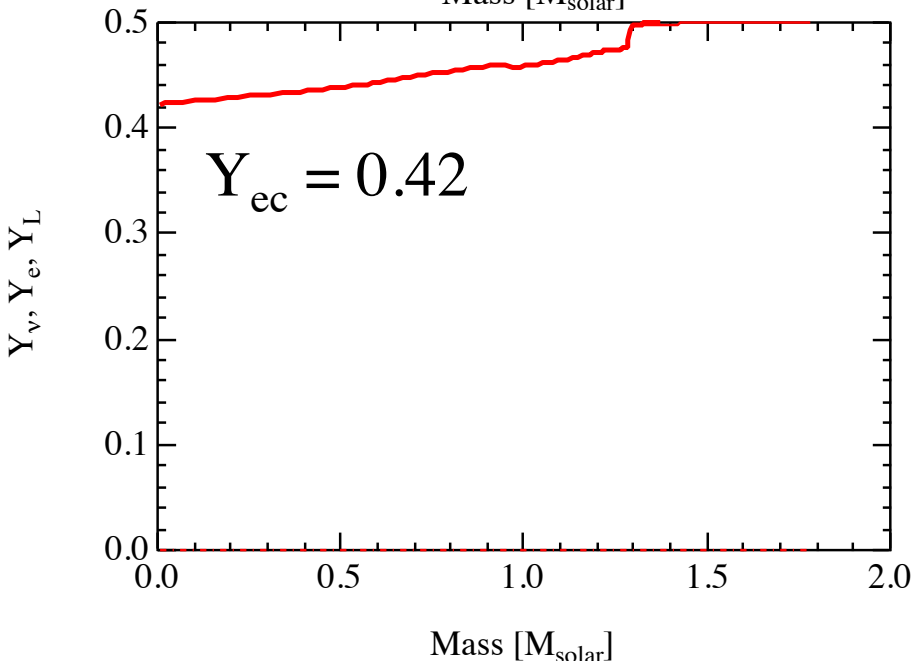
$$Y_e = \frac{n_e}{n_B}$$

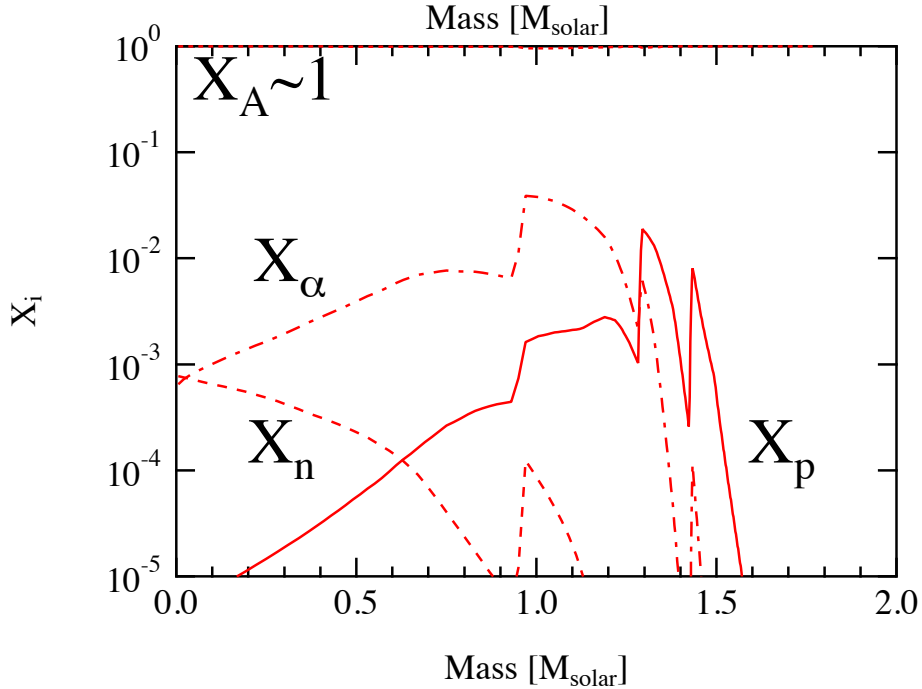
Fe core of Pre-supernova star

WW95: $15M_{sun}$









超新星内部での熱統計平衡

- 組成: ^{56}Fe, …, ^{4}He, p, n, e^-, e^+, γ
  - 電磁相互作用、強い相互作用で十分に速く反応　　T > 0.5 MeV
  - Nuclear Statistical Equilibrium
  - (Z, A) + p ⇔ (Z+1, A+1) + γ　　(p, γ)
  - (Z, A) + n ⇔ (Z, A+1) + γ　　(n, γ) など

    (α, γ), (α, n), (α, p), (p, n) etc…が平衡状態にある

原子核 A, Z のchemical potential μ(Z, A)　　$\mu(Z,A) = Z\mu_p + (A-Z)\mu_n$

Saha's eq.　　$$n(Z,A) = \frac{g(Z,A)A^{3/2}}{2^A \theta^{A-1}} n_p^Z n_n^{A-Z} \exp\left(\frac{Q(Z,A)}{T}\right)$$

Q-value　　$Q(Z,A) = Zm_p + (A-Z)m_n - M(Z,A)$　　原子核の質量に依存

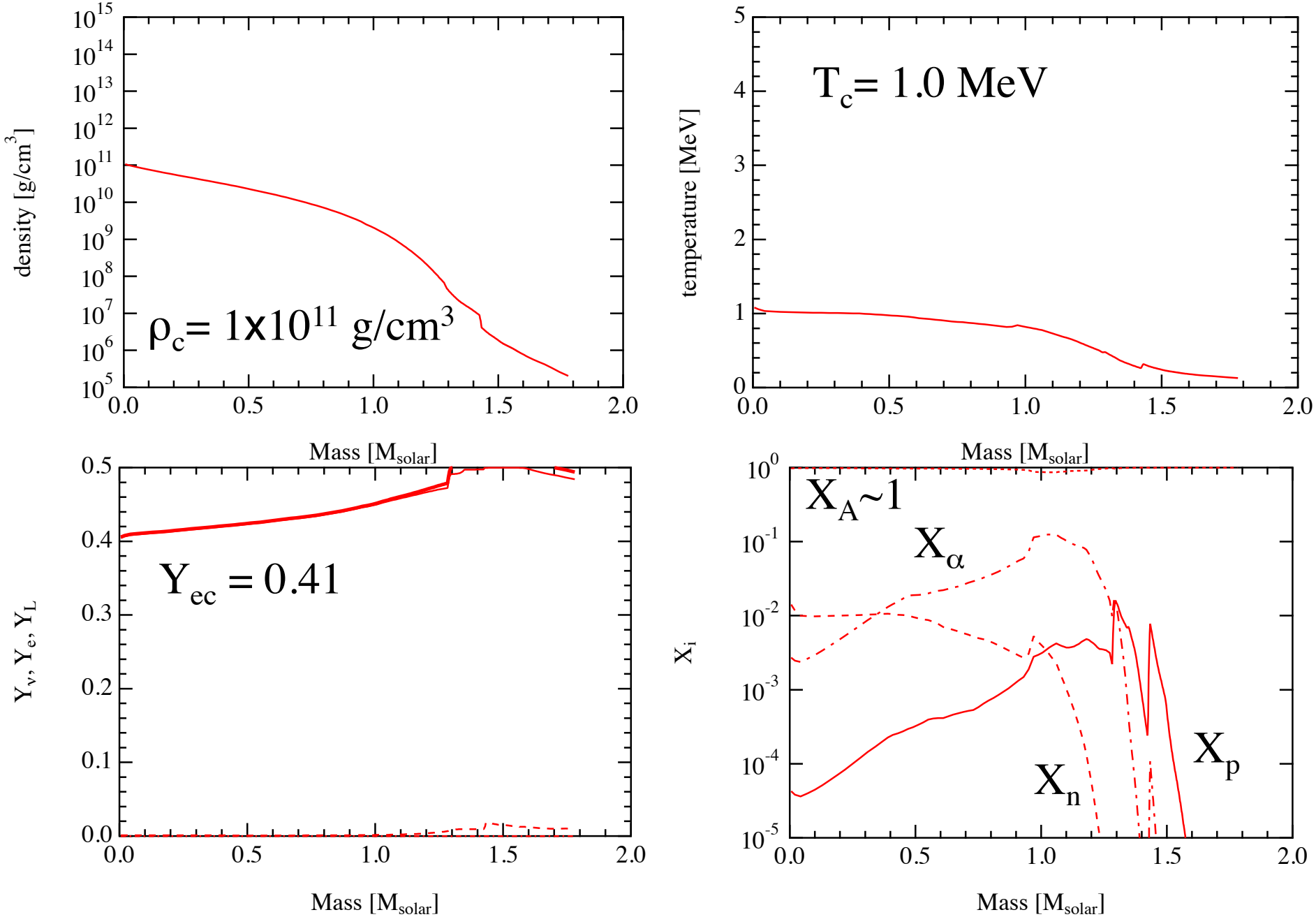
- ρ, T, Y_e を指定すると組成が決まる

Non-relativistic Maxwell-Boltzmann gas

$$n = g\left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - mc^2}{kT}\right) \qquad \varepsilon = nmc^2 + \frac{3}{2}nkT \qquad P = nT$$

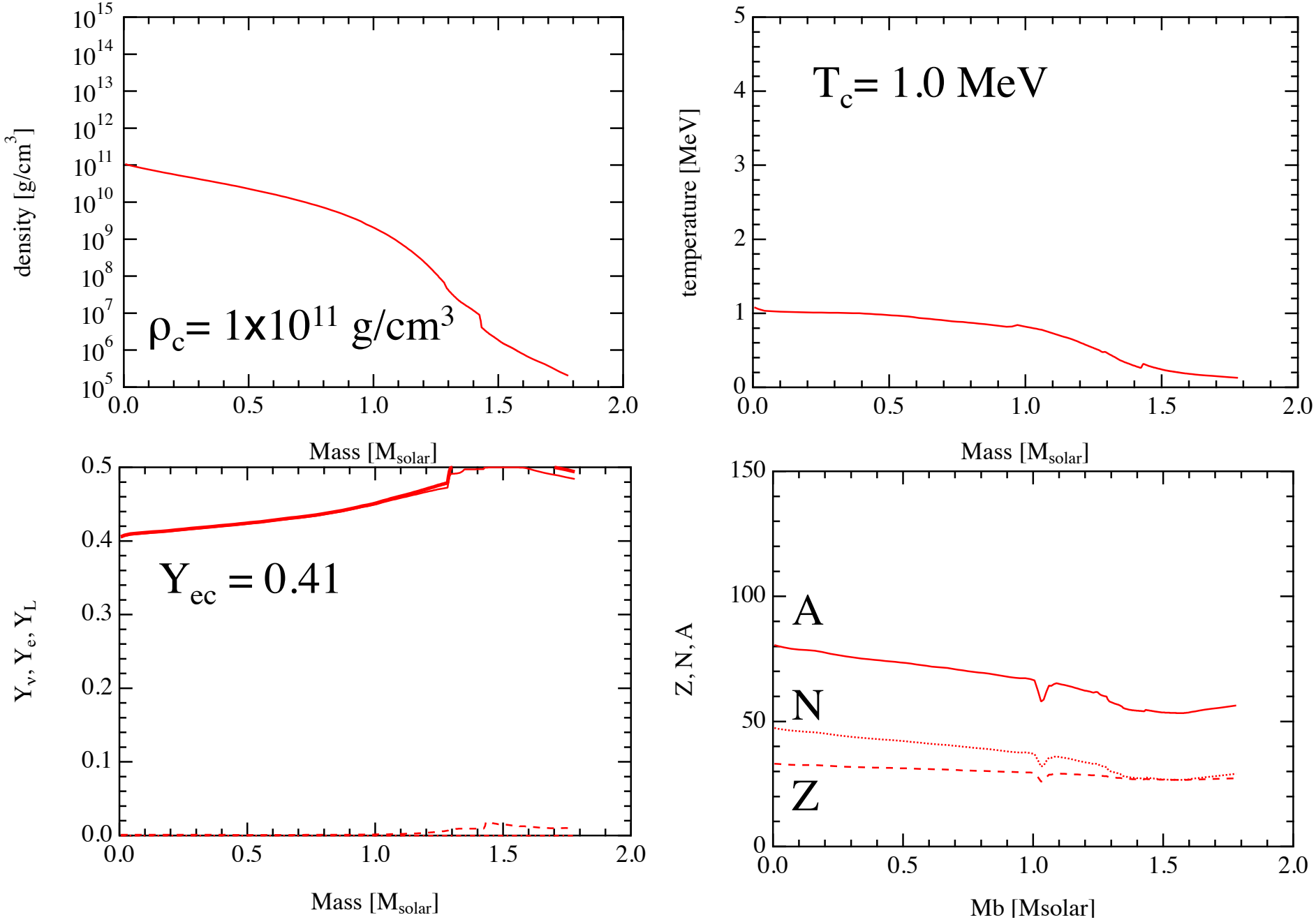
During collapse: $\rho_c = 10^{11}$ g/cm^3

WW95: 15M_{sun}

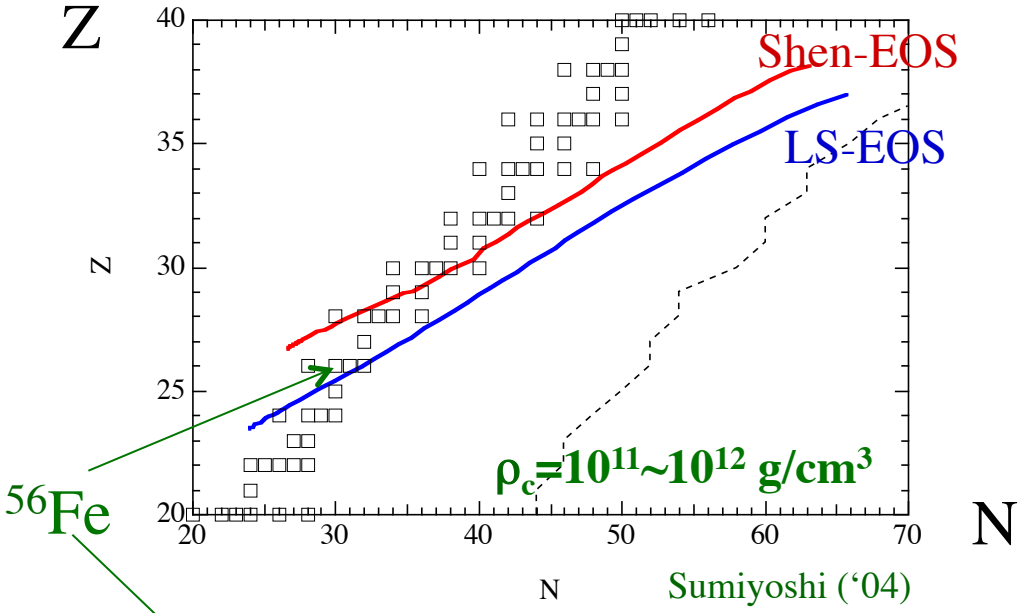


During collapse: $\rho_c = 10^{11}$ g/cm^3

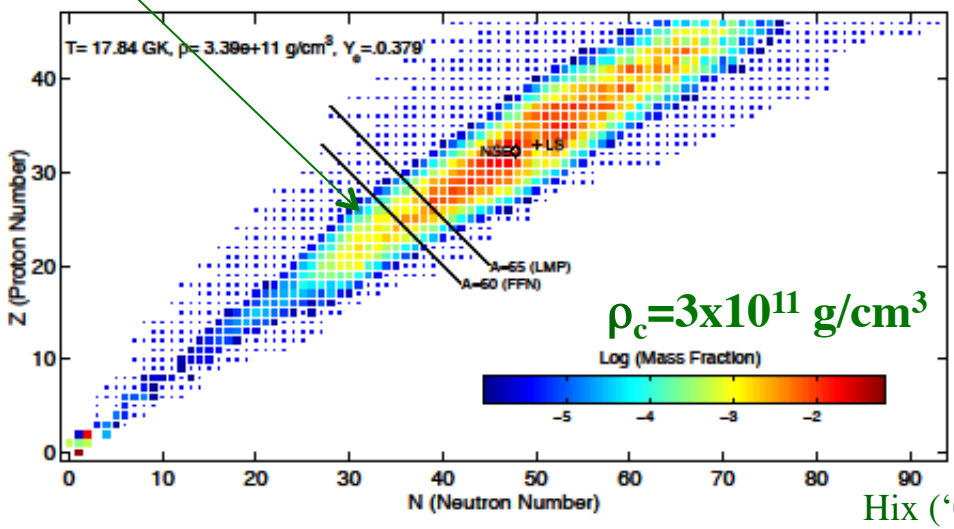
WW95: 15M$_{sun}$



Nuclei appear in supernova core during collapse



Sumiyoshi ('04)



Hix ('03)

超新星内部での弱い相互作用

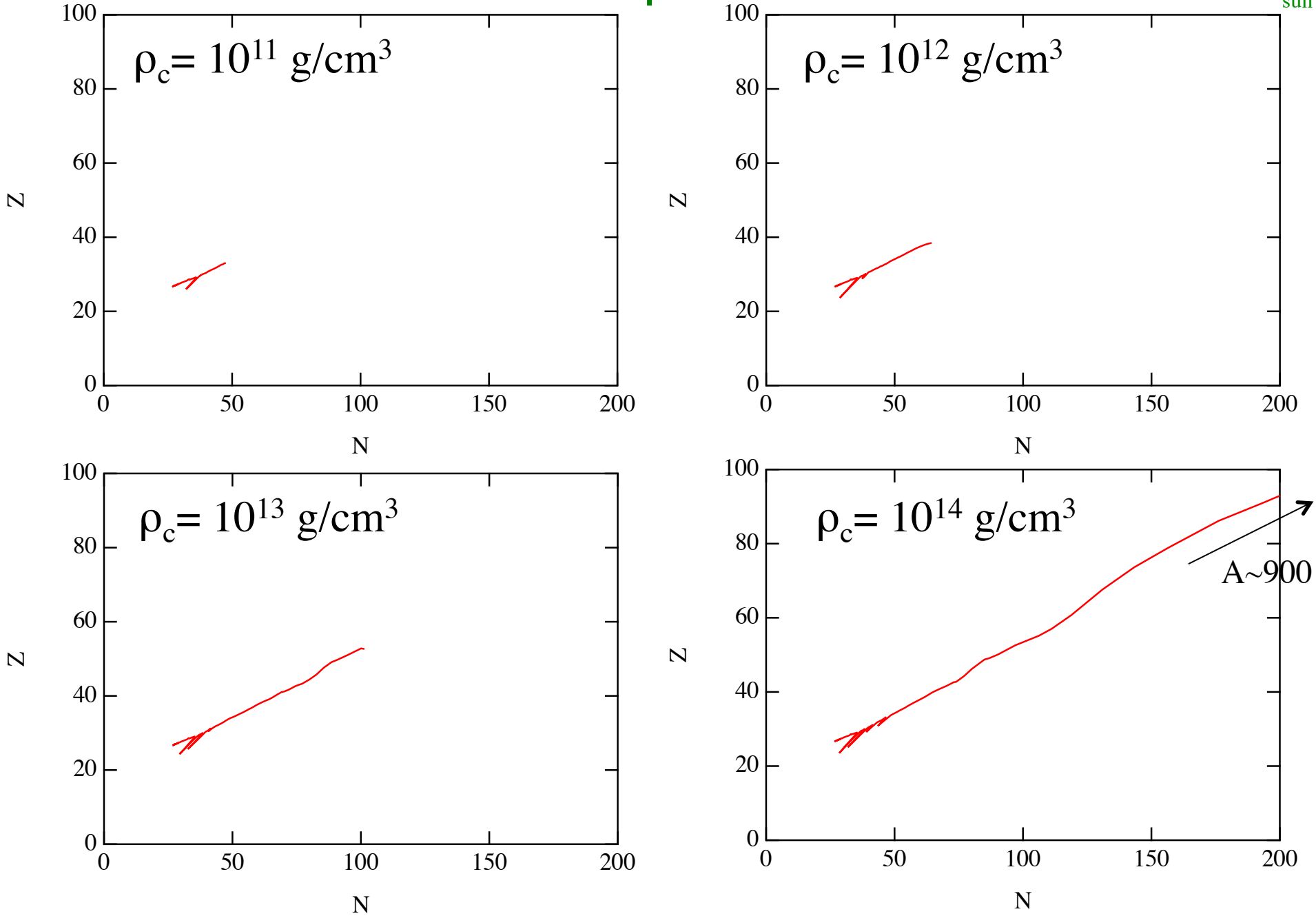
- 組成:陽子・中性子の割合を決める　$\rho \sim 10^{10} - 10^{11}$ g/cm^3
  - $e^- + (Z, A) \rightarrow \nu_e + (Z-1, A)$
  - $e^- + p \rightarrow \nu_e + n$
  - ν_e を生成、中性子化: $Y_e \downarrow$

  - 崩壊初期はν_eは自由に逃げる ($\lambda_\nu > R_{core}$)
  - 密度が高くなると、ν_eは閉込められる($\lambda_\nu < R_{core}$)

- ρ, T, Y_e における反応率が必要
  - 原子核の構造・反応　　電子捕獲反応
  - 物質組成に依存(原子核種、自由陽子の割合)

Nuclei in supernova core

WW95: $15M_{sun}$



超新星内部での弱い相互作用

- 陽子・中性子の間の化学平衡へ　　$\rho \sim 10^{12} - 10^{14}$ g/cm^3
  - ν-trappingにより ν の密度が高くなり縮退: $\mu_\nu \uparrow$
  - Pauli blockingのため電子捕獲反応が止まる
  - 逆反応もおこる
  - $e^- + p \Leftrightarrow \nu_e + n$　　$e^- + (Z, A) \Leftrightarrow \nu_e + (Z\text{-}1, A)$

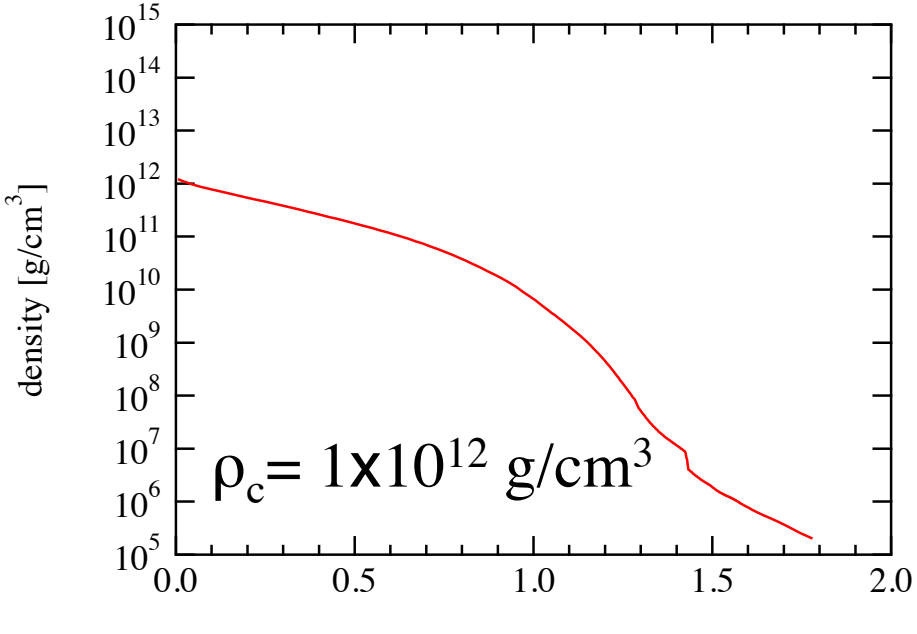
    つまり $\mu_e + \mu_p = \mu_\nu + \mu_n$ となる
- ν を含めたβ平衡となる ($\rho \geq 10^{12}$ g/cm^3)
  - Lepton fraction $Y_L = Y_e + Y_\nu$　　$Y_\nu = (n_\nu - n_\nu)/n_B$
  - Lepton数保存: Y_L = 一定
- 中心部分はLepton fractionで特徴づけられる

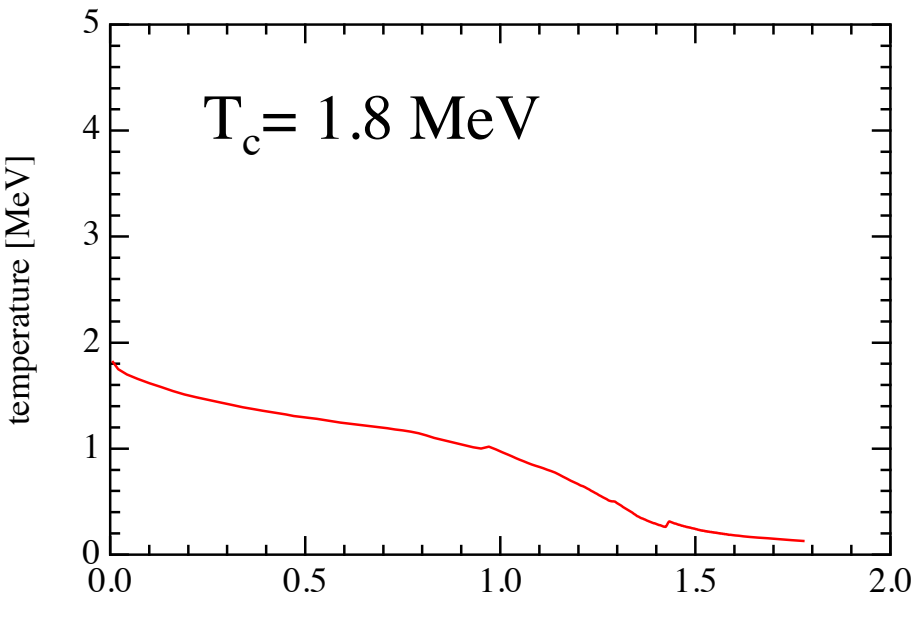
  - バウンスコアのサイズ、原始中性子星の内部

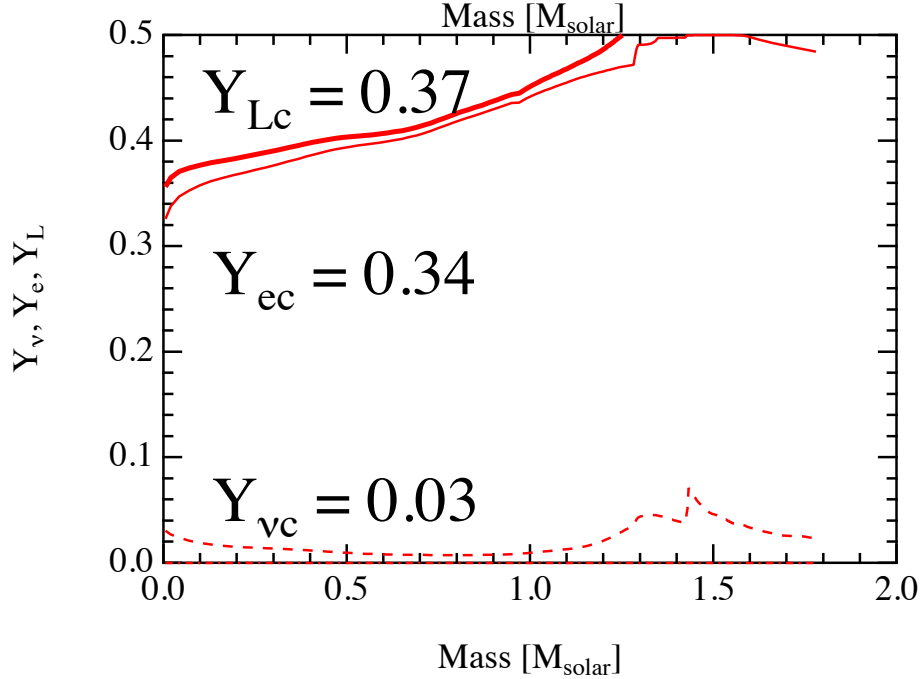
  - ρ, T, Y_L を決めると他の量が決まる

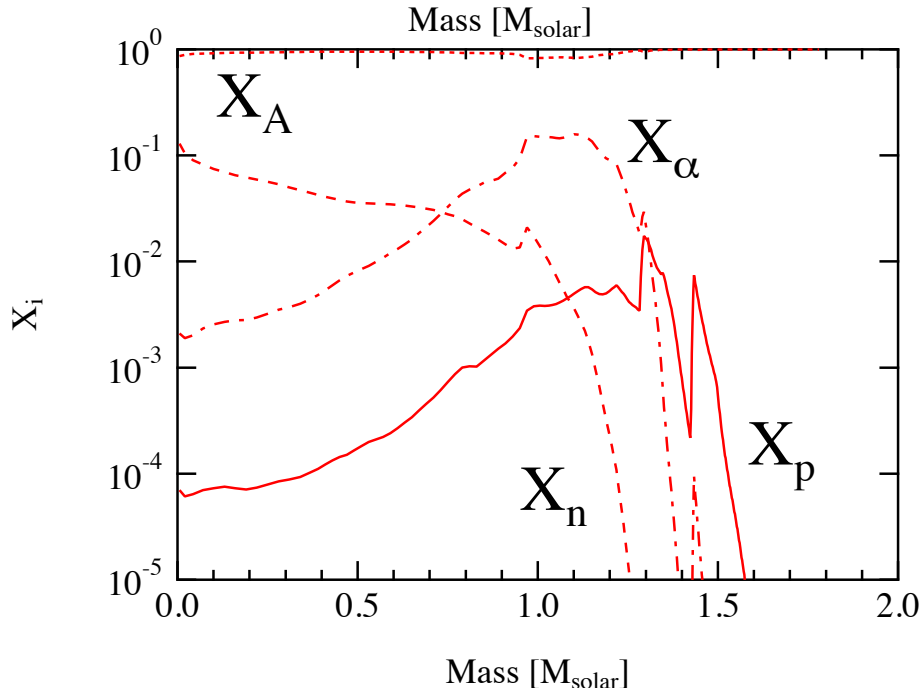
During collapse: $\rho_c = 10^{12}$ g/cm^3

WW95: 15M$_{sun}$



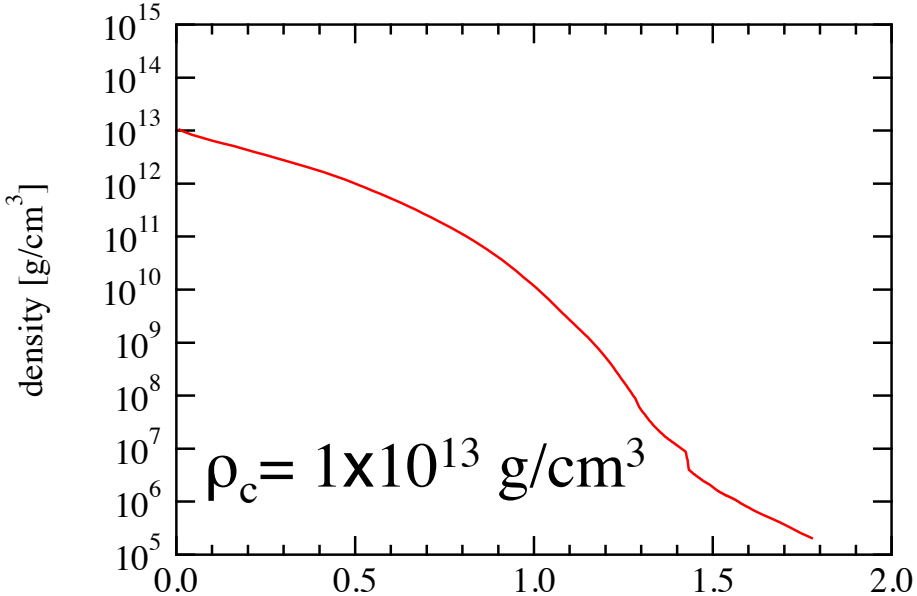


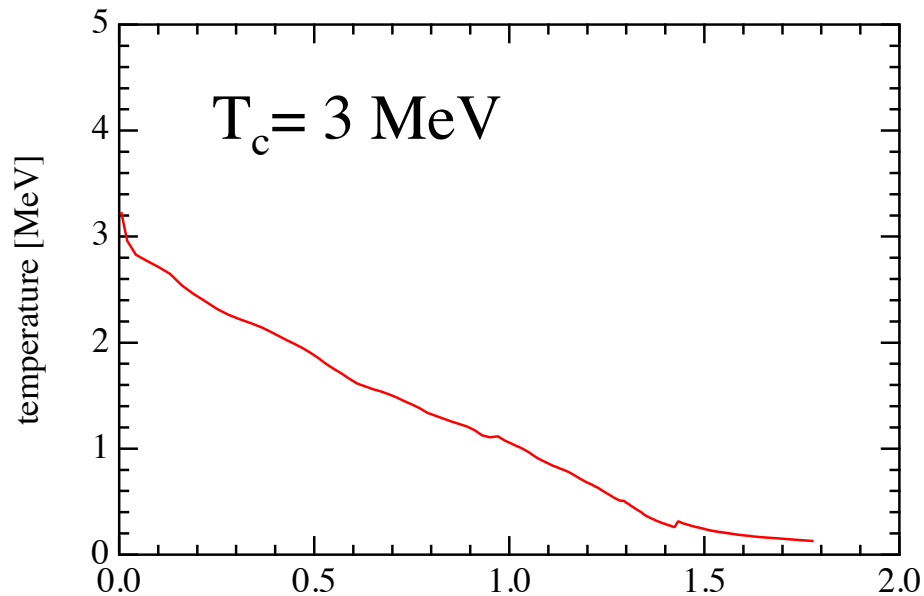


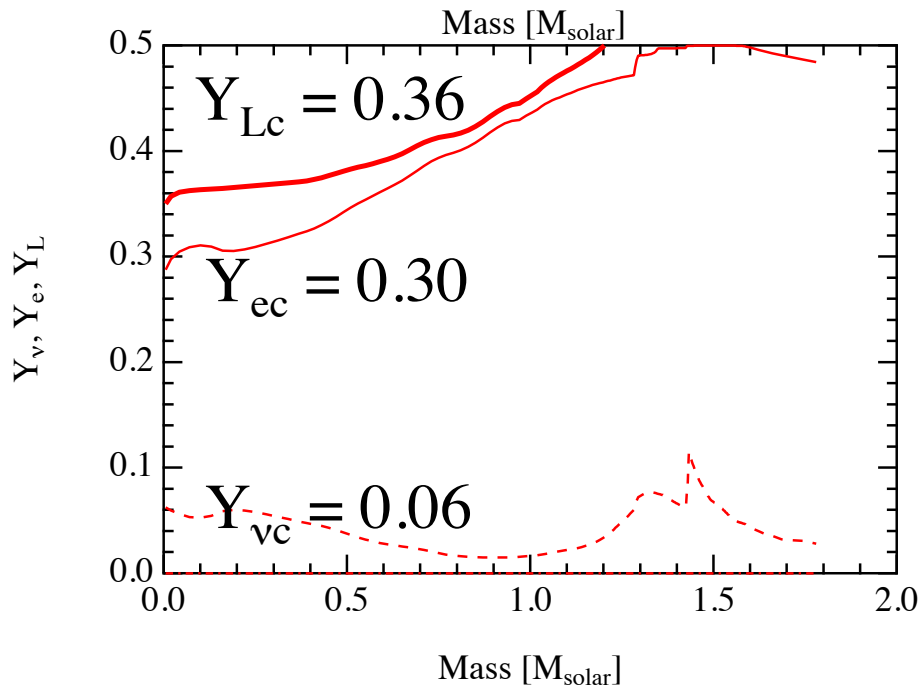


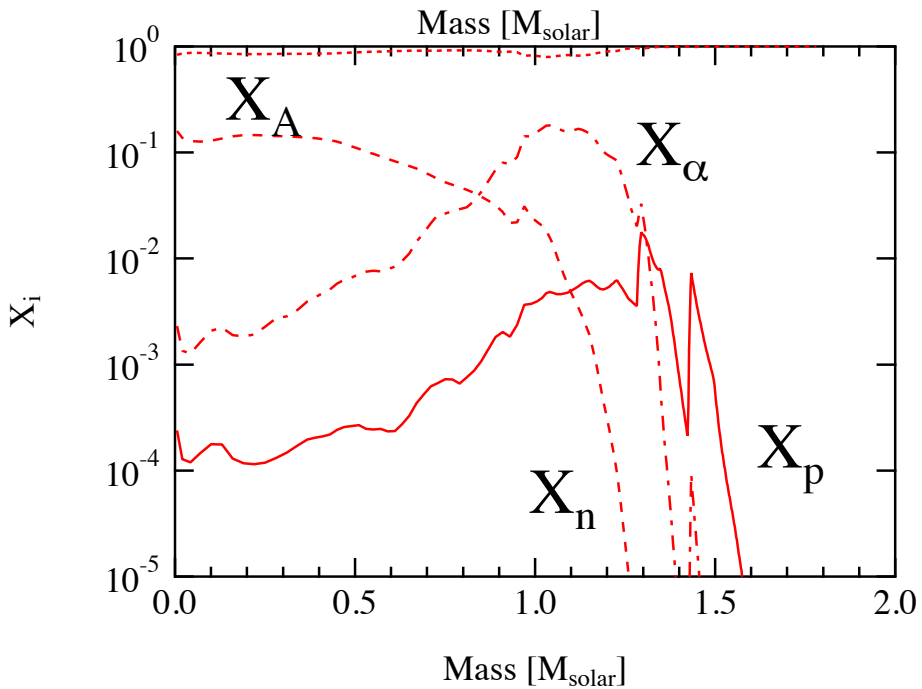
During collapse: $\rho_c = 10^{13}$ g/cm^3

WW95: 15M$_{sun}$



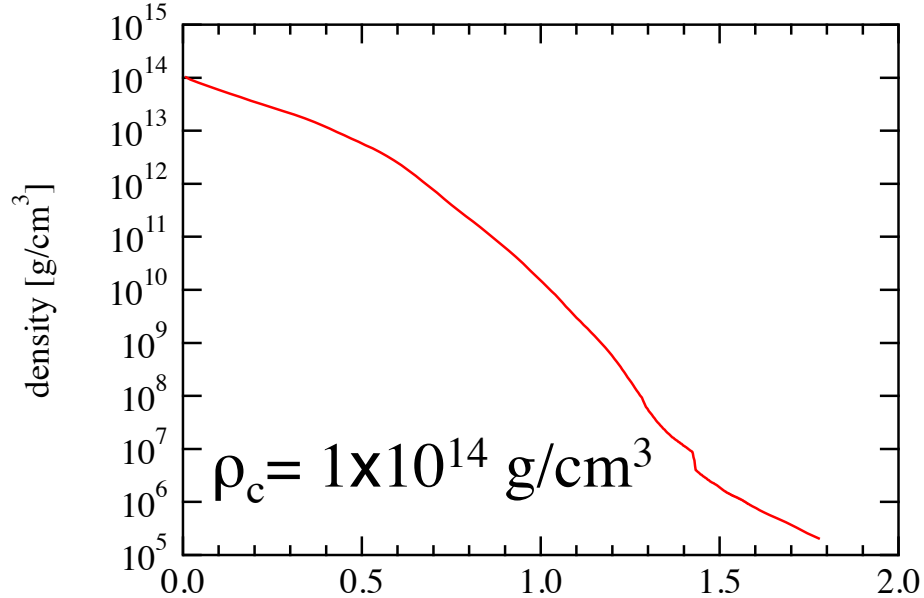


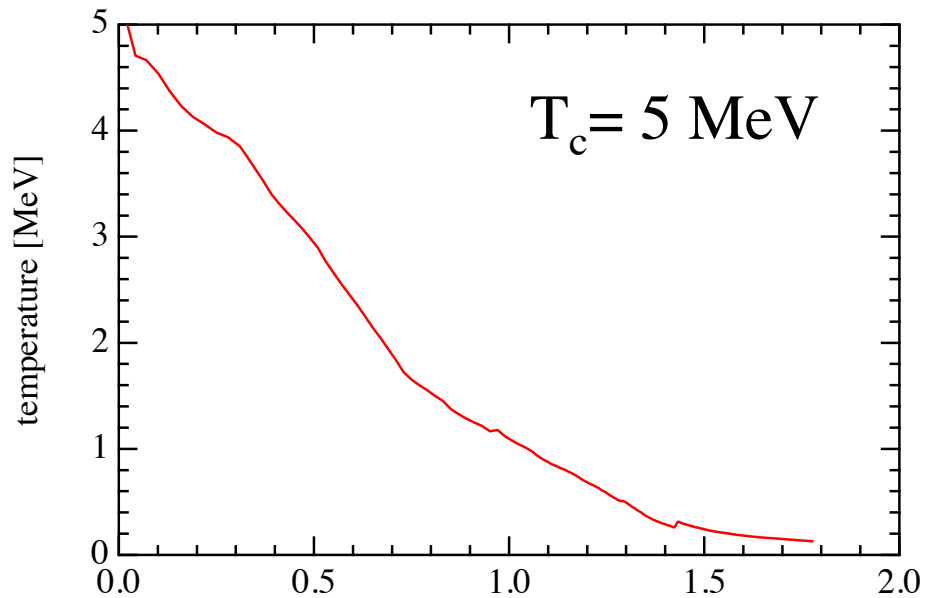


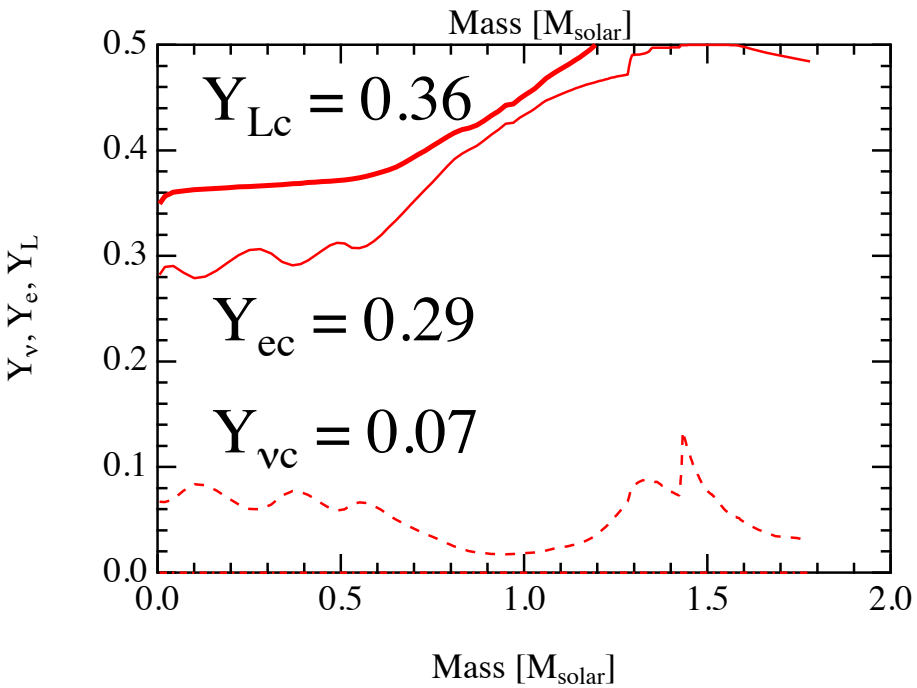


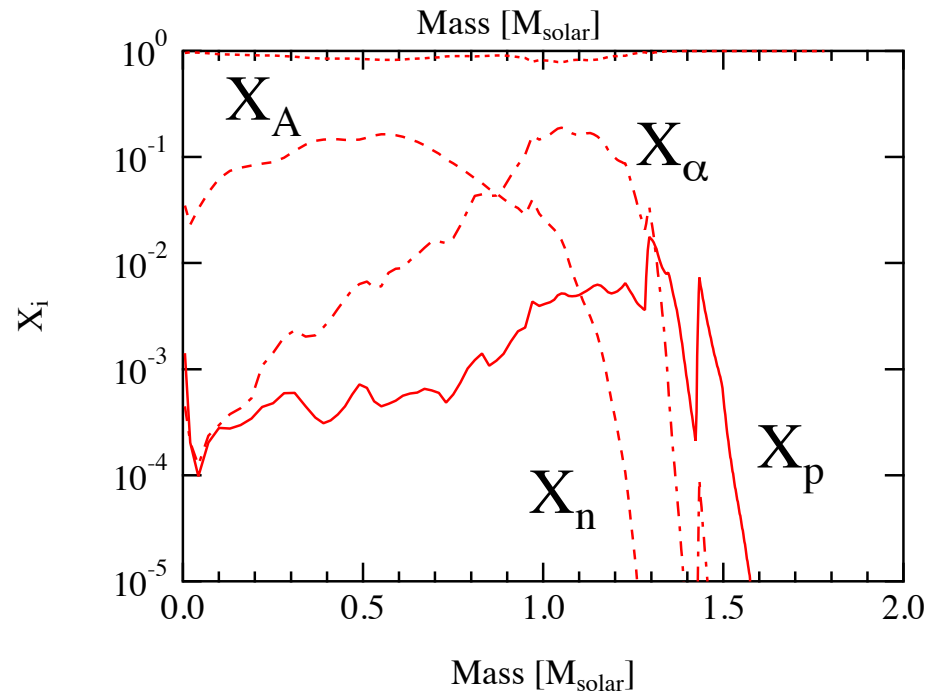
During collapse: $\rho_c = 10^{14}$ g/cm^3

WW95: 15M$_{sun}$







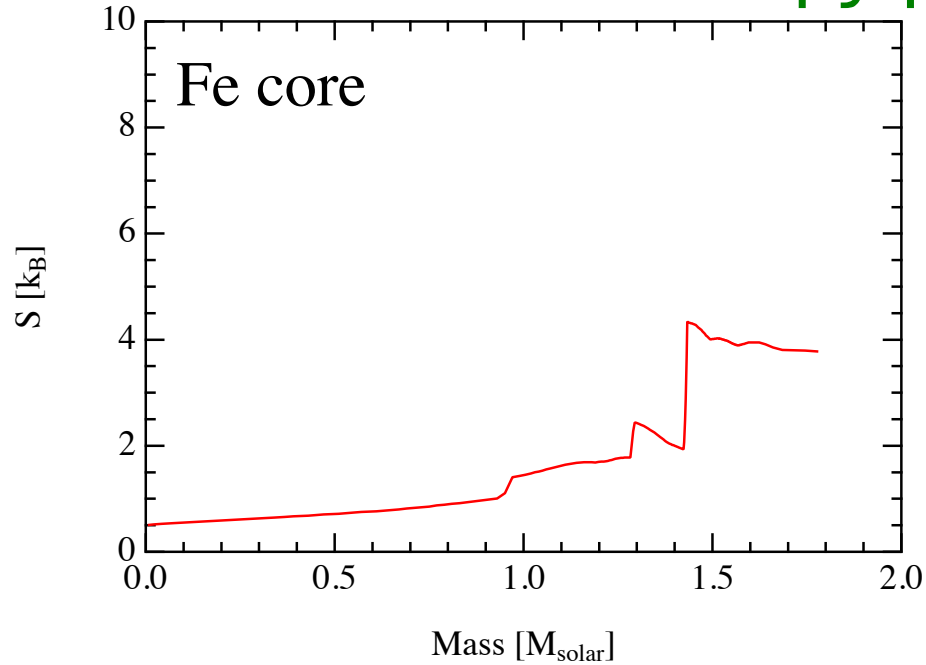


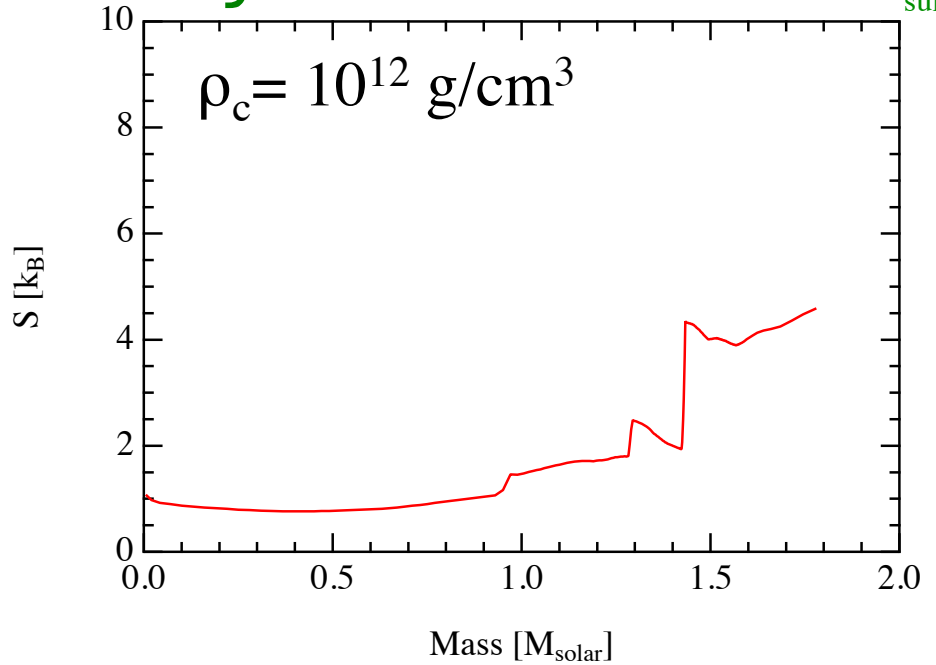
超新星内部での温度変化

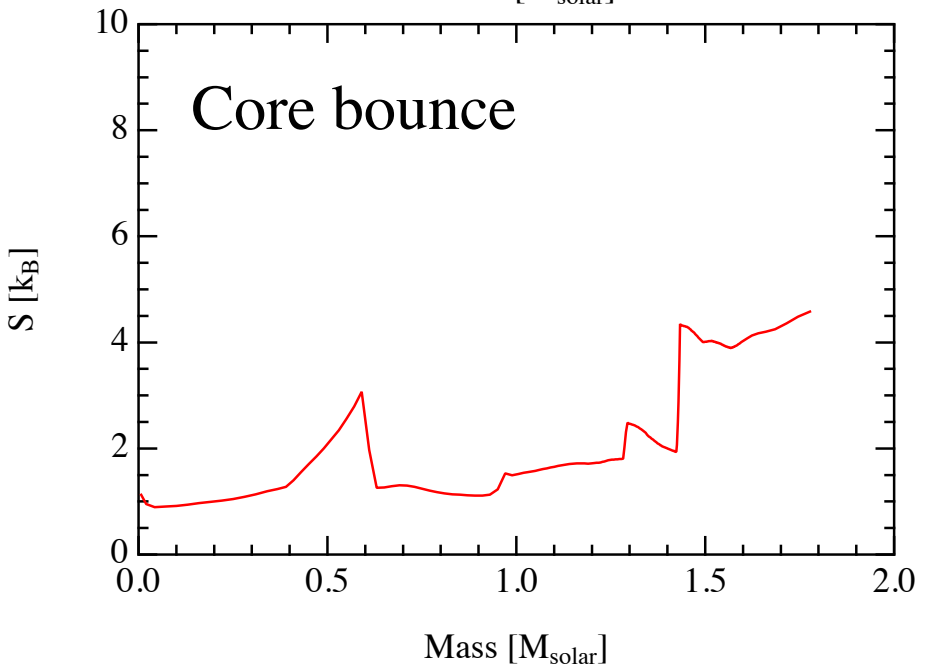
- 重力崩壊:断熱的に圧縮
  - 熱を放出できない: ニュートリノが逃げない
  - S = (entropy per baryon) = 一定
    - 原子核が存在していられる
  - $S \sim S_{nuclei} + S_{electron} + S_{excited\ state} \sim S_{electron} \sim T/\rho^{1/3}$
    - $T \sim 22$ MeV at $\rho = \rho_0 = 3\times10^{14}$ g/cm^3
- 衝撃波発生、通過時には温度急上昇
  - 原子核が溶ける
- ニュートリノ放出により徐々に冷却(~10s)
  - 原始中性子星から中性子星へ
  - 一部は衝撃波背面を温める
- 原始中性子星物質をY_L, Sで特徴づけることが多い

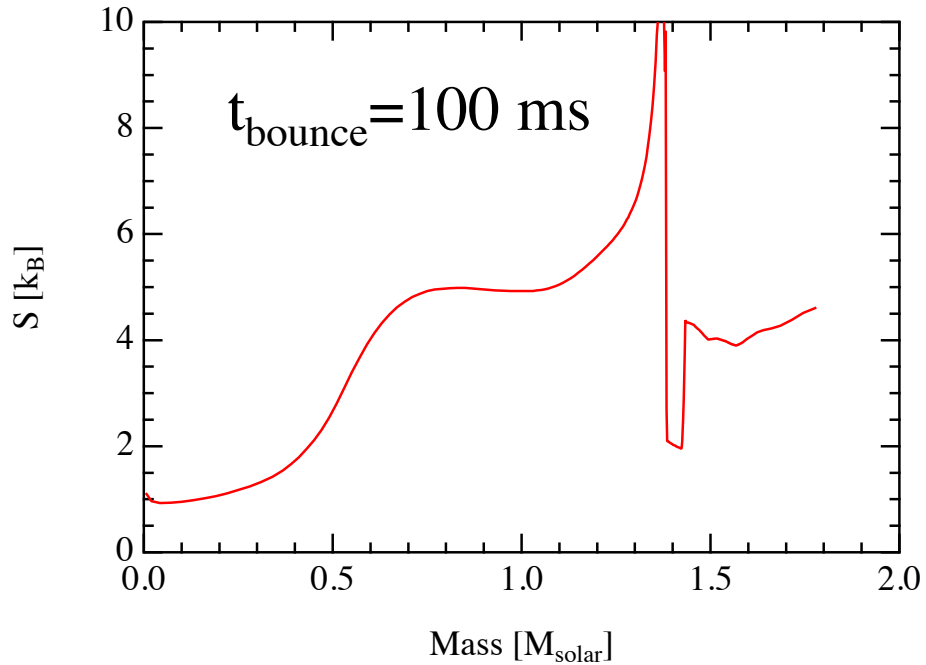
Entropy per baryon

WW95: $15M_{sun}$

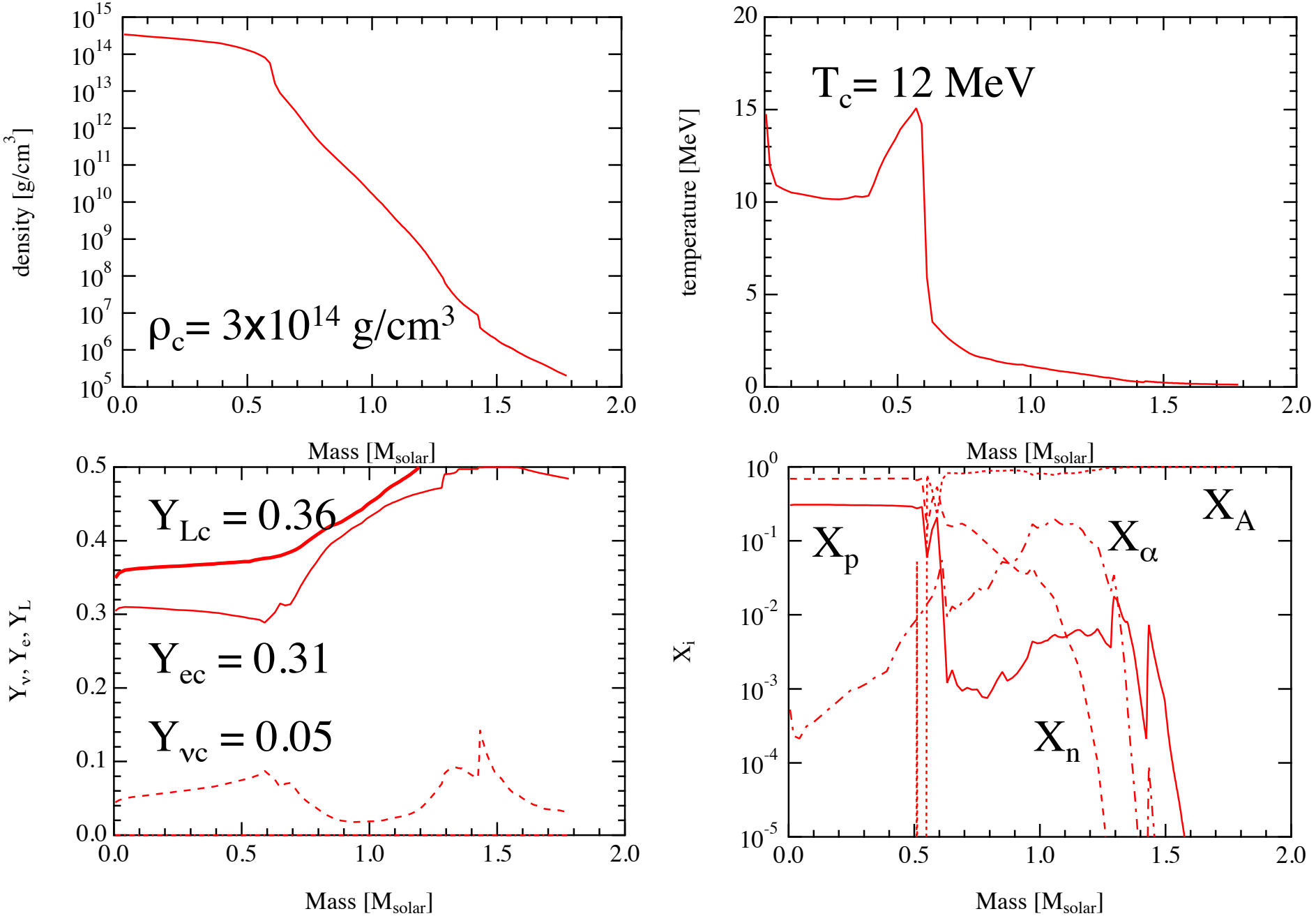




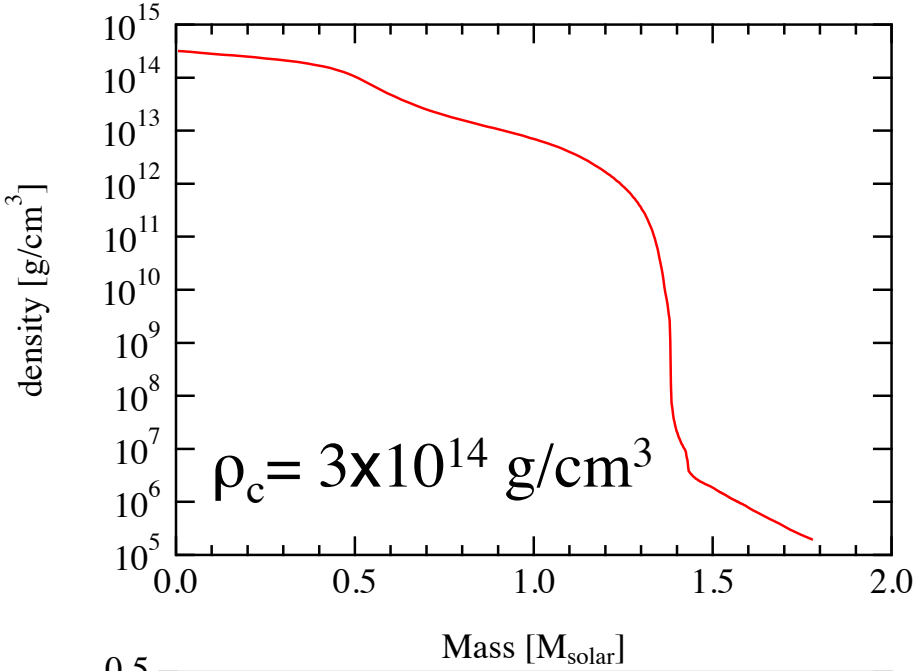


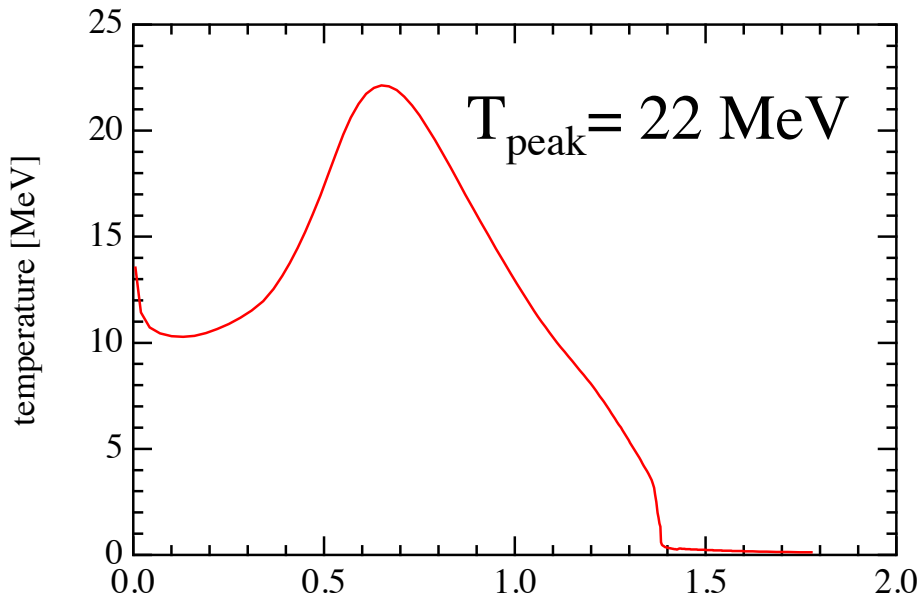


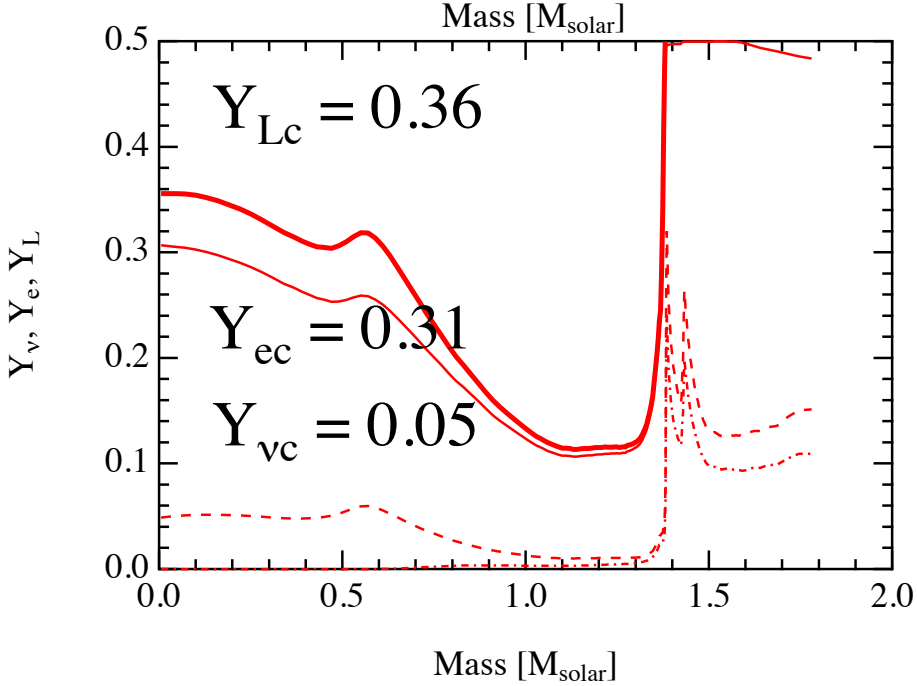
At core bounce: $\rho_c = 3\times10^{14}$ g/cm^3 WW95: 15M$_{sun}$

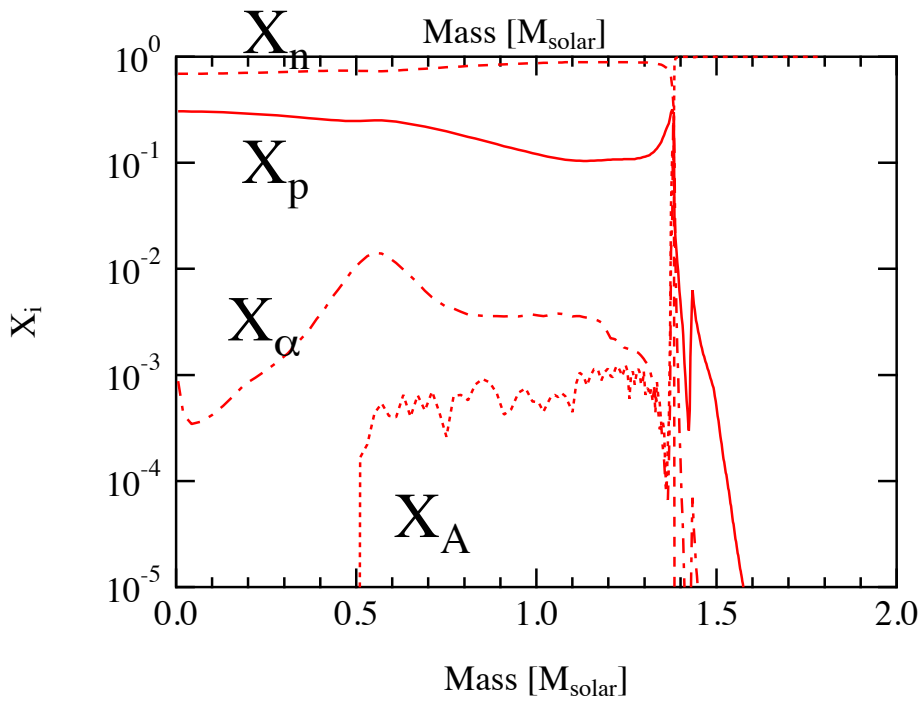


After core bounce: t_{bounce}=100 ms WW95: 15M_{sun}





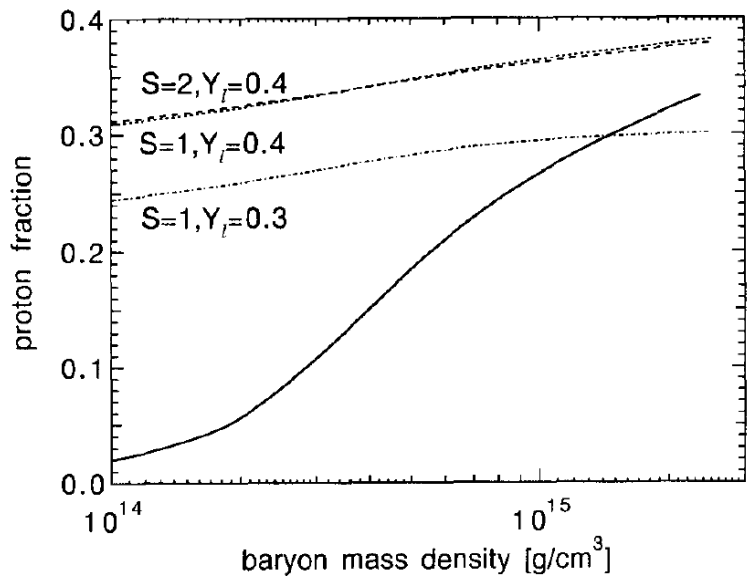


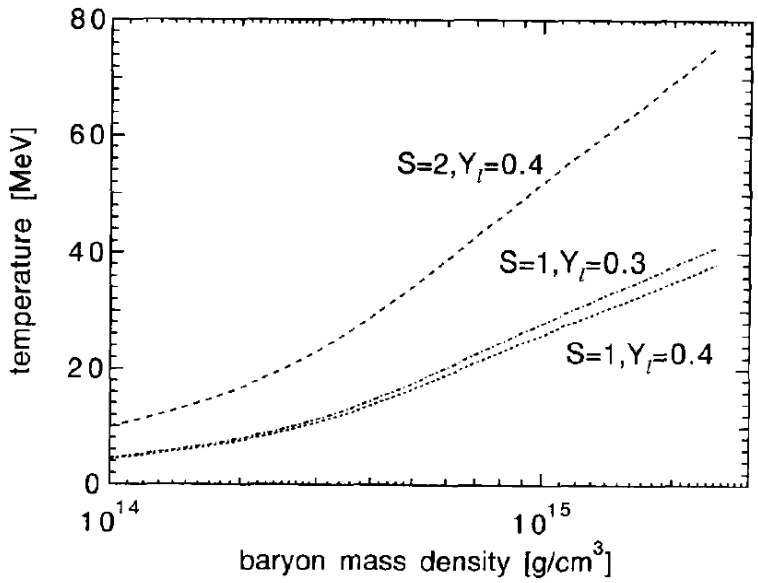


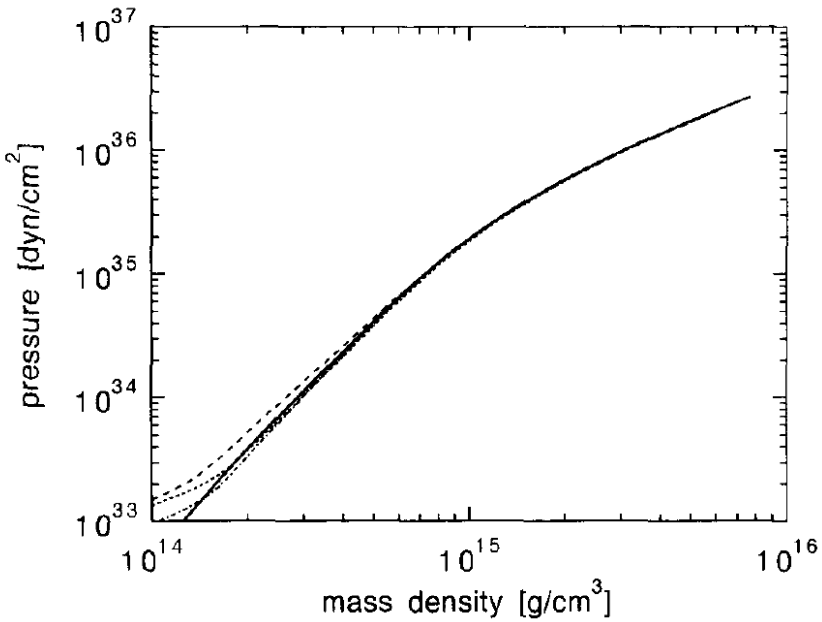
原始中性子星の状態方程式

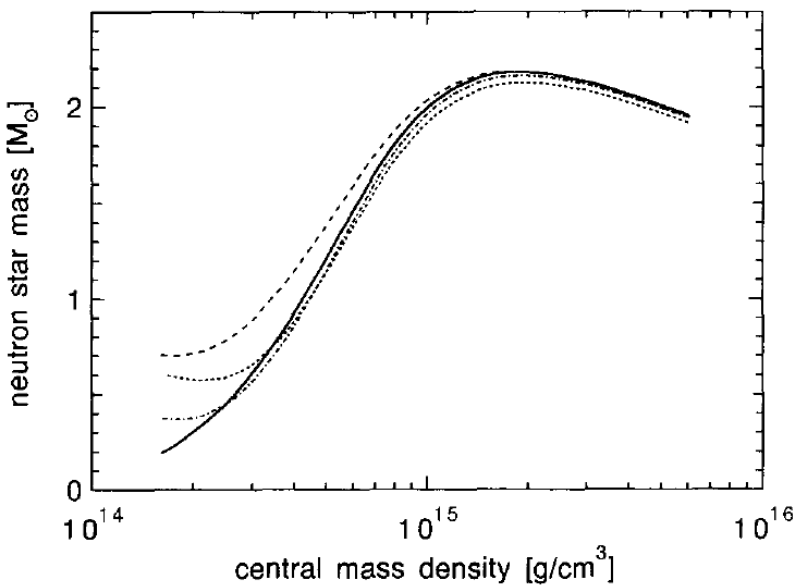
- 原始中性子星物質をY_L, Sで特徴づけることが多い
  - 近似だがある程度の性質はわかる
    - S = (entropy per baryon) = 1~2 = 一定
    - Y_L=0.3~0.4 = 一定
- ニュートリノ放出により徐々に冷却(~10s)
  - 準静的な変化:原始中性子星から中性子星へ
  - 超新星ニュートリノを放出
- 中性子星あるいはブラックホール?
  - 最大質量は状態方程式で決まる
  - この時に運命が決まる場合もある

原始中性子星の性質


proton fraction
baryon mass density [g/cm^3]
S=2,Y$_l$=0.4
S=1,Y$_l$=0.4
S=1,Y$_l$=0.3


temperature [MeV]
baryon mass density [g/cm^3]
S=2,Y$_l$=0.4
S=1,Y$_l$=0.3
S=1,Y$_l$=0.4


pressure [dyn/cm^2]
mass density [g/cm^3]


neutron star mass [M$_\odot$]
central mass density [g/cm^3]