

離散化チャネル結合法を軸とする 原子核反応研究の進展と応用

素核宇宙融合 レクチャーシリーズ 第11回

おがた かずゆき

緒方 一介

大阪大学 核物理研究センター 核物理理論研究部門
(阪大RCNP)

0.はじめに

講義についての注意点(あるいは釈明)

1. ある程度の反応論の基礎を前提としています。

断面積～遷移確率～遷移強度くらいの捉え方でも理解できるように配慮したつもりです。

2. 説明を簡単化しています。

「実は...である」「例外として...」といったことは、なるべく話しません。ただし、この講義の内容が限定的なものであることは、必ず認識しておいてください。理解の足場と捉えてもらえれば幸いです。

3. 散乱の形式論は(ほとんど)やりません。

反応に興味を持ったら、適当な教科書で(必ず)勉強してください。

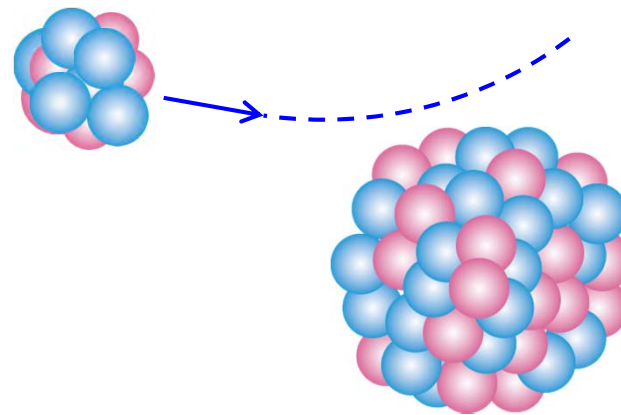
講義のアウトライン

1. 核反応研究と模型空間(導入)
2. 連続状態離散化チャネル結合法 —その概観と理論的基盤—
 - 2a. 離散化の方法と物理量の平滑化
3. 微視的反応論(QCDから核物理へ)
4. アイコナール近似とチャネル結合法の基礎
5. アイコナールCDCCとその天体核反応への応用
6. アイコナール反応理論とその中性子除去反応への応用
7. CDCCの天体核反応・核データ研究への応用

1. 核反応研究と模型空間(導入)

原子核反応研究とは？

原子核に(同種または別種の)原子核を入射したときに起きる現象を記述・理解することを目指すもの。反応に関与する原子核の構造を理解することはその目的のひとつ。

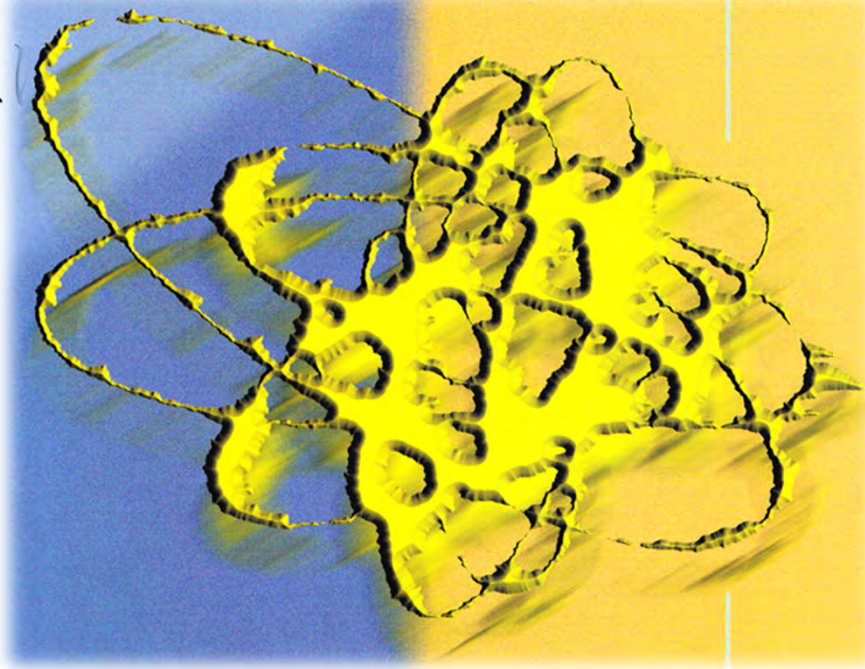


← 注: 原子核はこんな“形”
はしていません。

核反応は核構造を調べる道具であるが、それだけではない。

原子核反応研究とは？

原子核に(同種または別種の)原子核を入射したときに起きる現象を記述・理解することを目指すもの。反応に関与する原子核の構造を理解すること



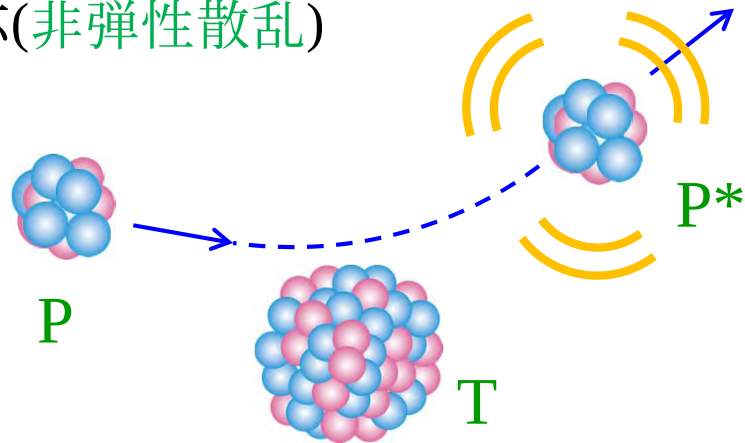
ボーア・モッテルソンの教科書の表紙
(参考: 松柳氏の講義)

← 注: 原子核はこんな“形”
はしていません。

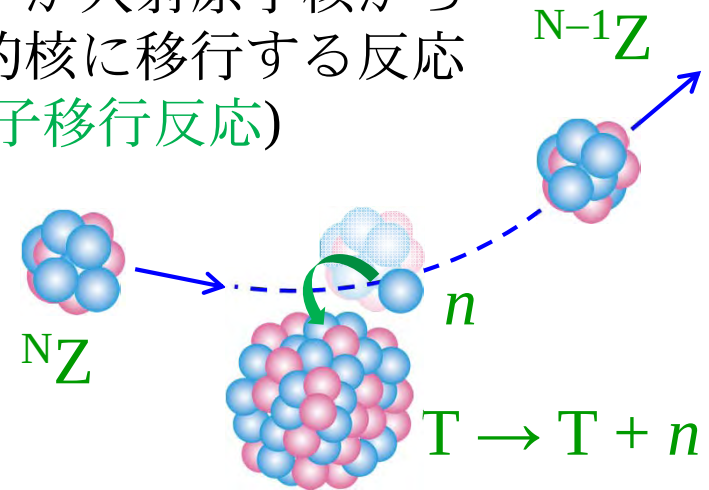
核反応は核構造を調べる道具であるが、それだけではない。

多彩な核反応

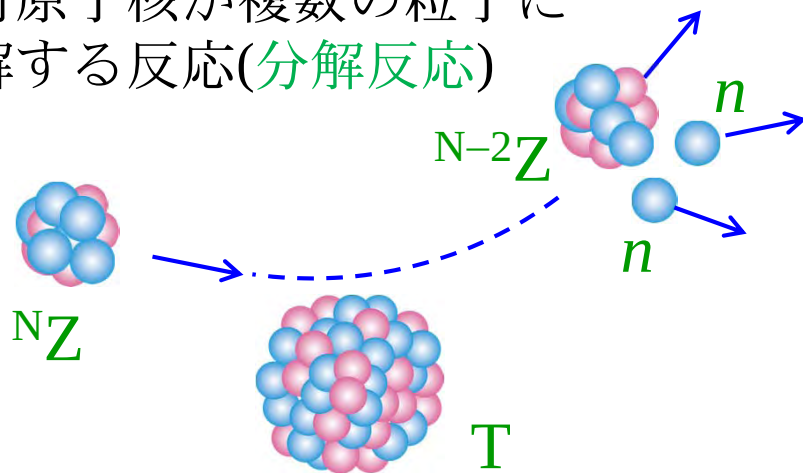
- 入射原子核が励起する反応(非弾性散乱)



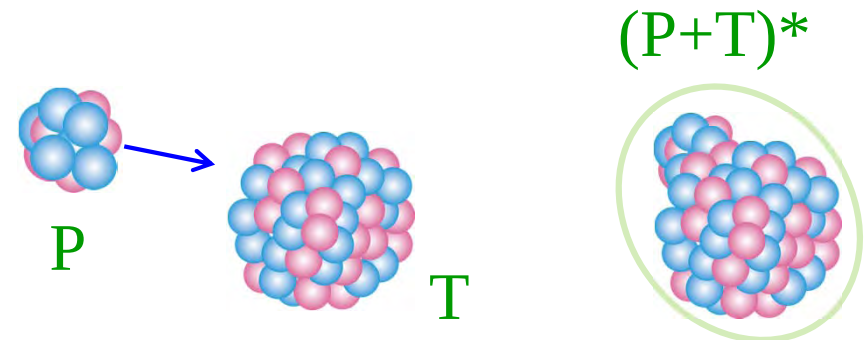
- 核子が入射原子核から標的核に移行する反応(核子移行反応)



- 入射原子核が複数の粒子に分解する反応(分解反応)



- 入射原子核が標的核に吸収される反応(融合反応)



原子核反応の描述

ある反応が起きる確率は、次の遷移行列が得られれば、その絶対値自乗(の定数倍)によって与えられる。

$$T_{\beta\alpha} = \langle \Phi_{\beta}^{\text{free}} | V_{\beta} | \Psi_{\alpha} \rangle$$

$\Phi_{\beta}^{\text{free}}$: 終状態の構成粒子の波動関数と、それらの間の自由波の積

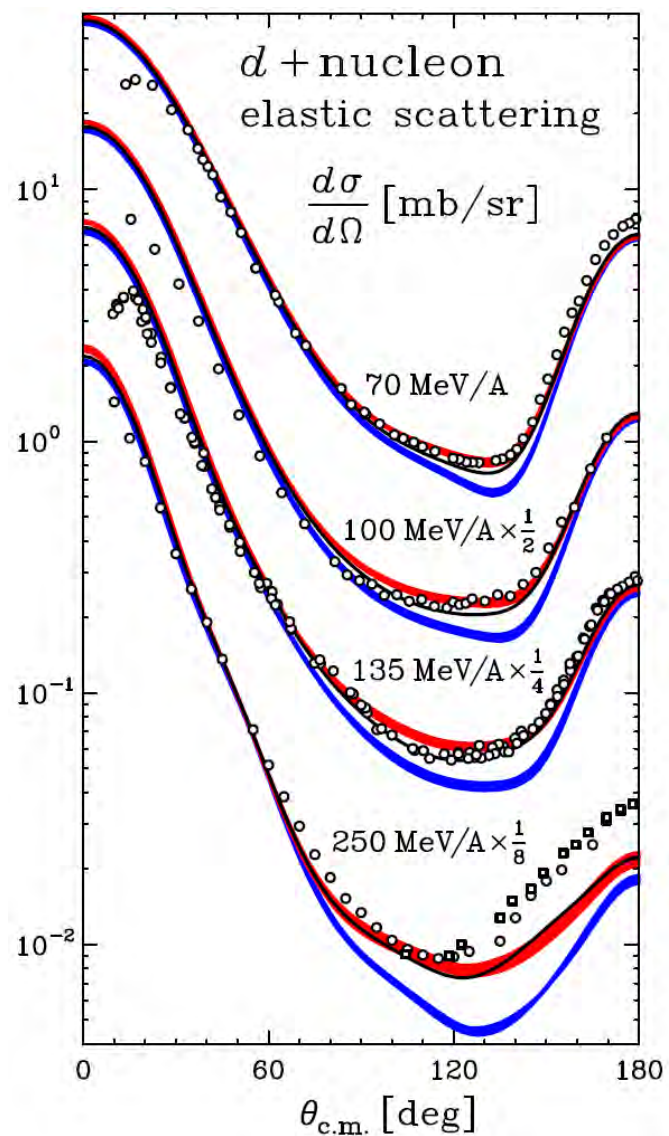
V_{β} : 終状態の構成粒子間の相互作用

Ψ_{α} : 始状態の正確な波動関数

系の基本構成要素(核子)の間の相互作用はよくわかっているのに、何が難しいのか？

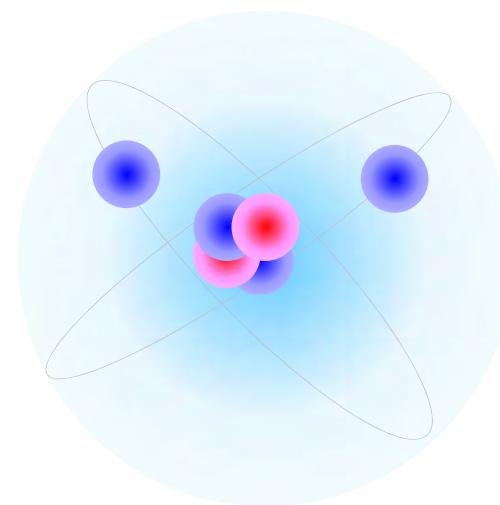
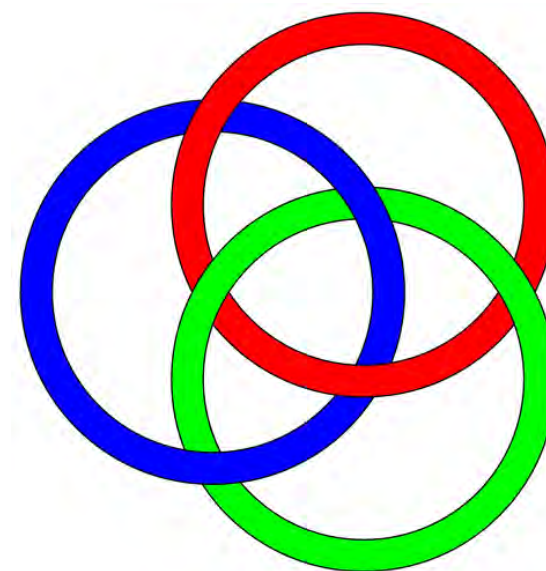
A. 多体系(多自由度)だから。

3粒子系の豊かさ



K. Sekiguchi et al., Phys. Rev. C 65, 034003 (2002).

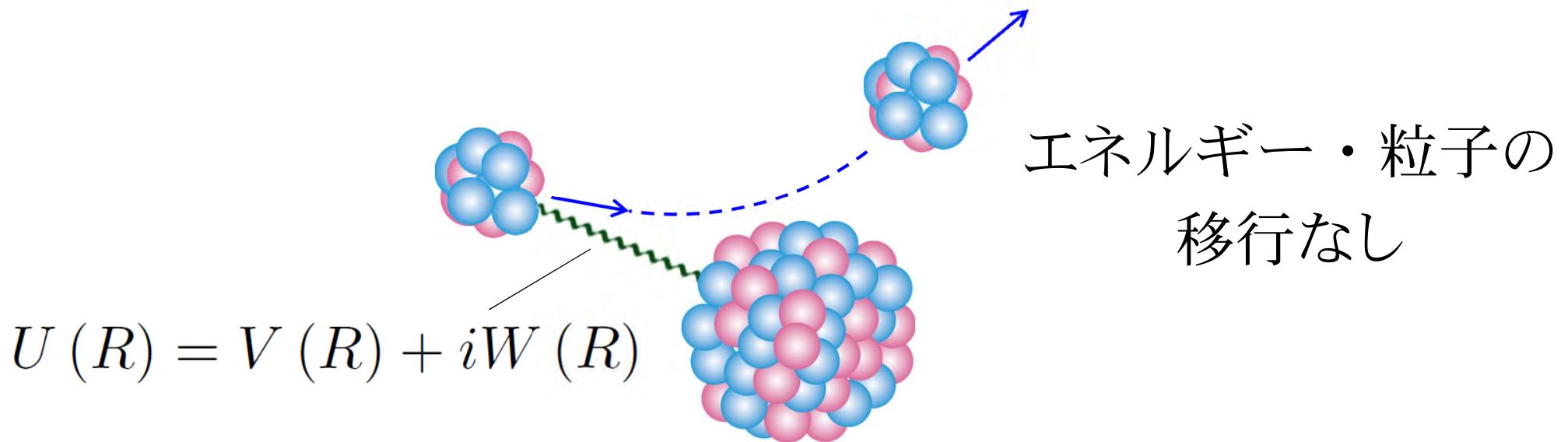
基礎相互作用がわかってても...



ボロミオン核(${}^6\text{He}$)

原子核反応の多自由度性の象徴

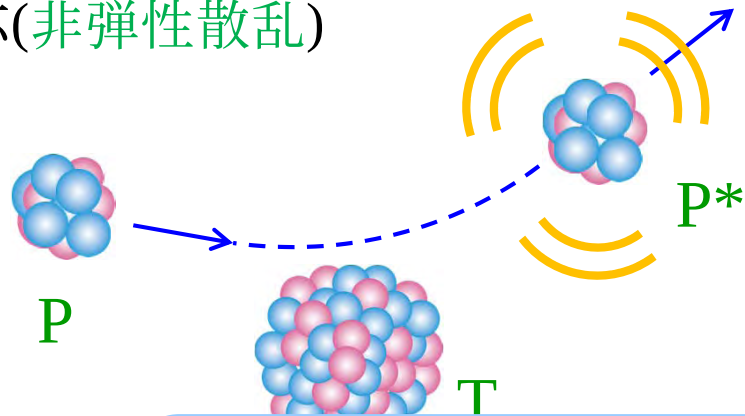
光学ポテンシャル = 弾性散乱を記述する複素一体ポテンシャル



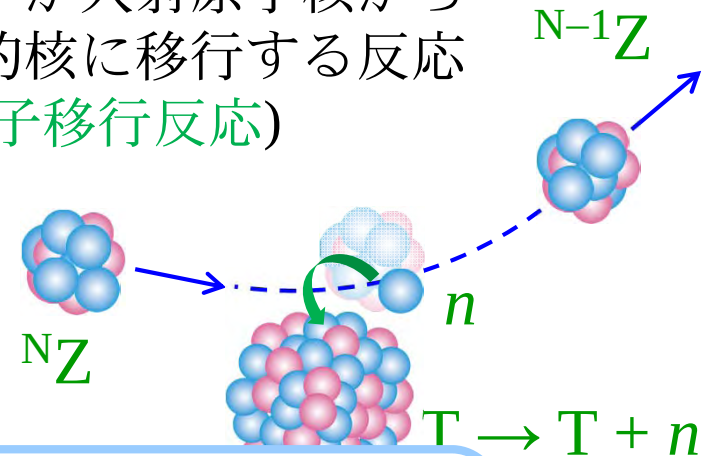
- 弾性散乱のような簡単な反応の記述に、どうしてそのような得体の知れないものが必要なのか?
- $W(R)$ は入射流束の吸収をもたらす。この吸収とは何か?

多彩な核反応

- 入射原子核が励起する反応(非弾性散乱)

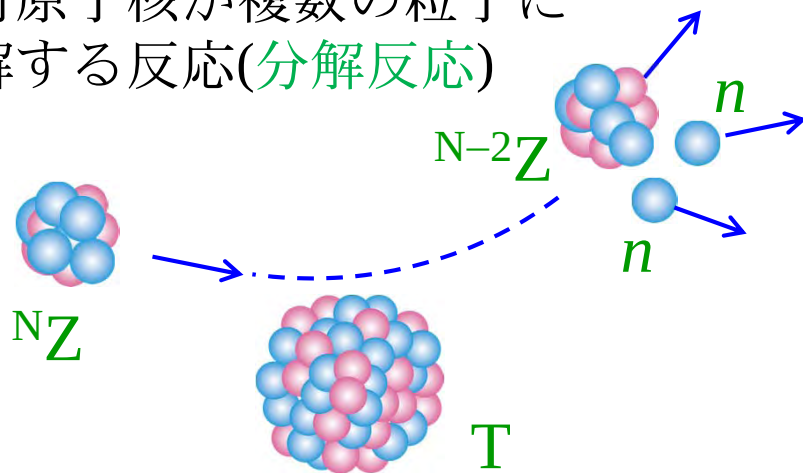


- 核子が入射原子核から標的核に移行する反応(核子移行反応)

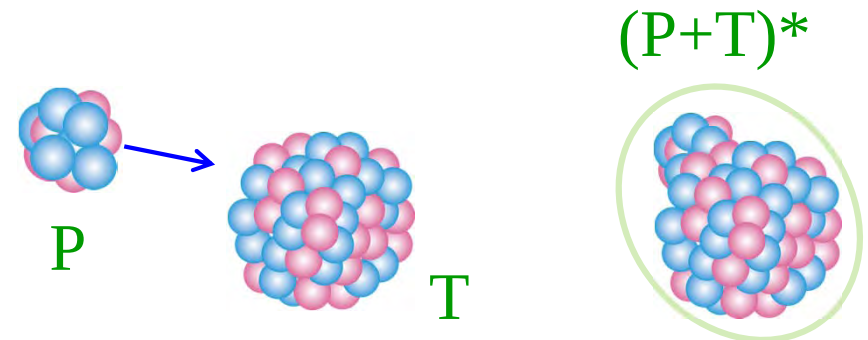


全ての反応が“吸収”として扱われる(吸収 $\neq$ 融合)

- 入射原子核が複数の粒子に分解する反応(分解反応)

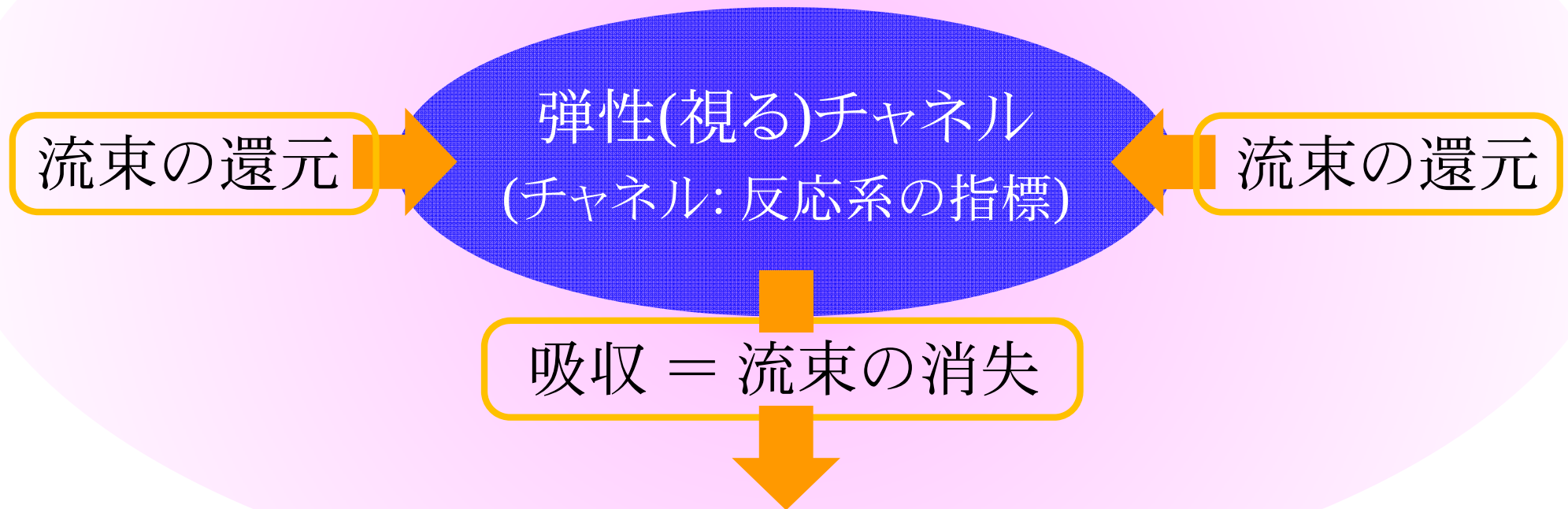


- 入射原子核が標的核に吸収される反応(融合反応)



模型空間の設定(核反応論の“神髄”)

弾性チャンネル以外の(視ない)チャンネル
(追跡不可能)



cf. 全反応断面積

注意: 弾性(視る)チャンネル以外に逃げる流束の総量は記述可能。

核反応研究と模型空間のまとめ

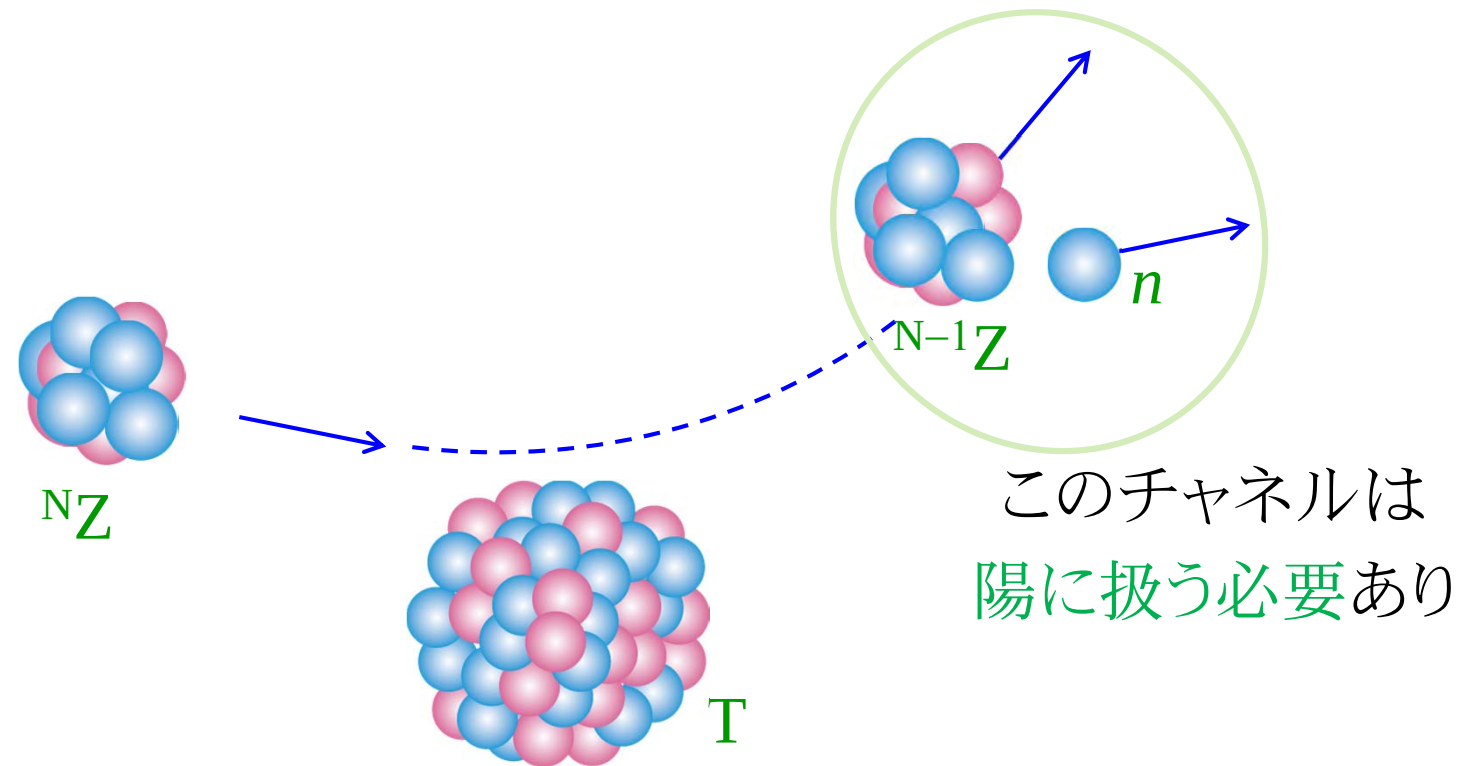
- 核反応研究の目的は、核子多体系の動的な振る舞いを理解することである。
- 核反応は極めて多彩な現象であり、入射・標的核(反応系)の組み合わせ、入射エネルギーによって様々な反応が起きる。
- 弾性散乱を記述する複素ポテンシャルは、弾性散乱の背後で関与しているプロセス(自由度)の多さを端的に示している。
- 直接反応研究の(ある見方をしたときの)神髄は、模型空間の設定(見るチャネルの規定)にある。
- 近年では核反応の第一原理計算も発達しており、非常に重要(ただしその価値観はこの講義の思想とは異なる)。

2. 連続状態離散化チャネル結合法

Continuum-Discretized Coupled-
Channels method; CDCC

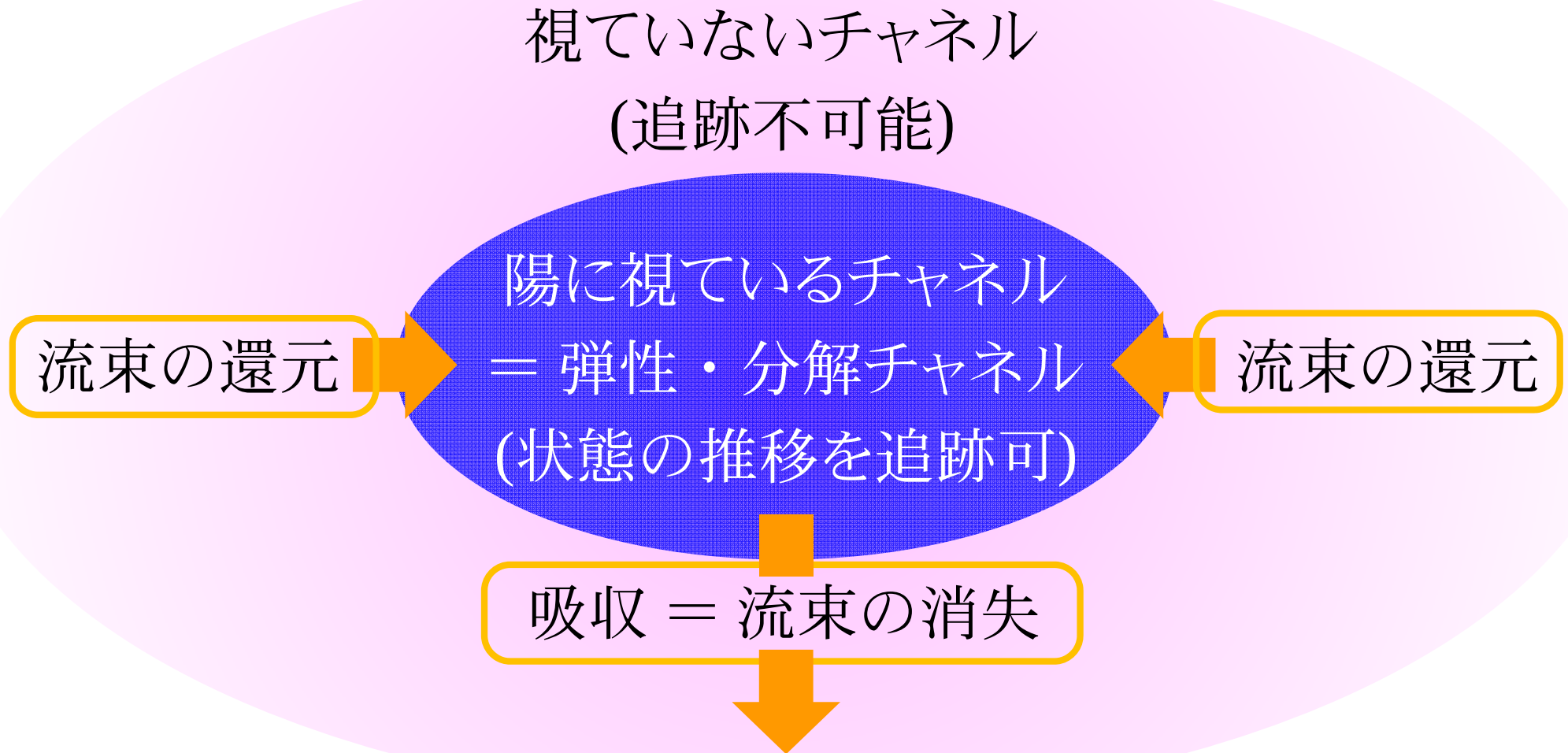
—その概観と理論的基盤—

弱結合系が入射・分解する反応の記述



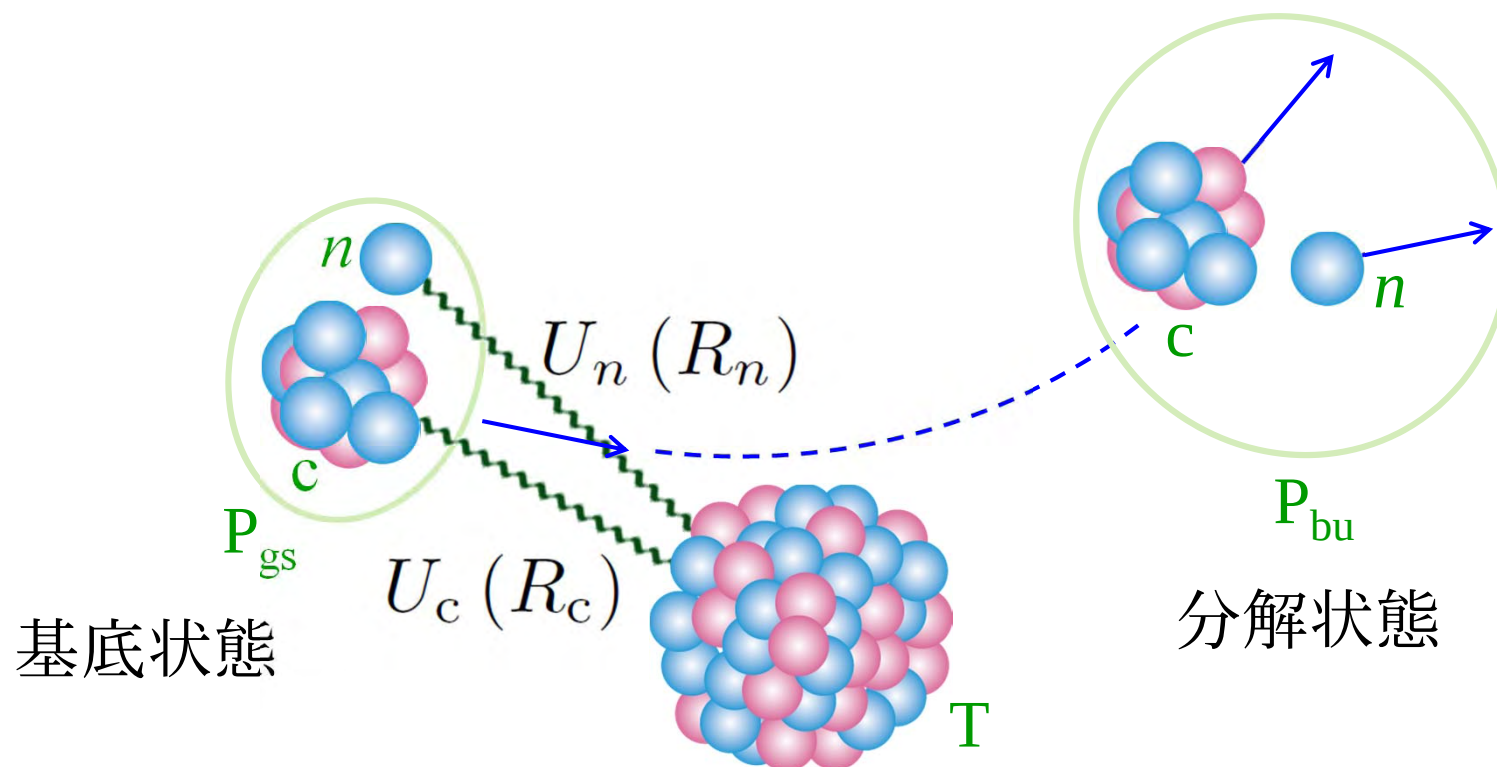
弾性チャネル以外の特定のチャネルにどのように流束が逃げるか(反応系が遷移するか)を記述しなければならない。

分解反応に対する模型空間の設定



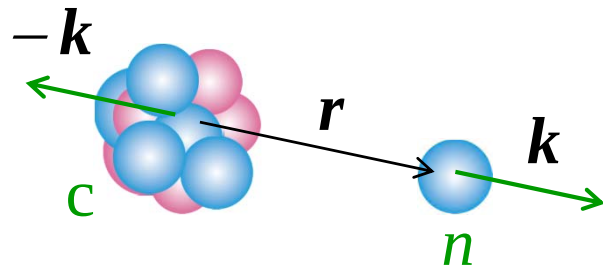
吸収の意味は「**視ているチャンネル**」の実体に依存する。

分解反応を記述するひとつの(適切な)モデル



- 分解チャネルはいくつ必要か?
- 分解チャネルをどのように用意するか?
- 一体ポテンシャルはどのようにして与えるか?

分解状態間の結合ポテンシャル(定性的理解)



k : 漸近領域における相対波数ベクトル

ε : 相対(分解)エネルギー $\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2\mu_r} k^2$

- c - n の相対波動関数を自由平面波(のs波成分)とする
- U_n を接触型のポテンシャルで近似
- c は n と比べて無限に重いと仮定



P-Tの相対座標

$$F_{k'k}(R) \sim \int \frac{\sin(k'r)}{r} \frac{1}{R^2} \delta(R-r) \frac{\sin(kr)}{r} r^2 dr$$

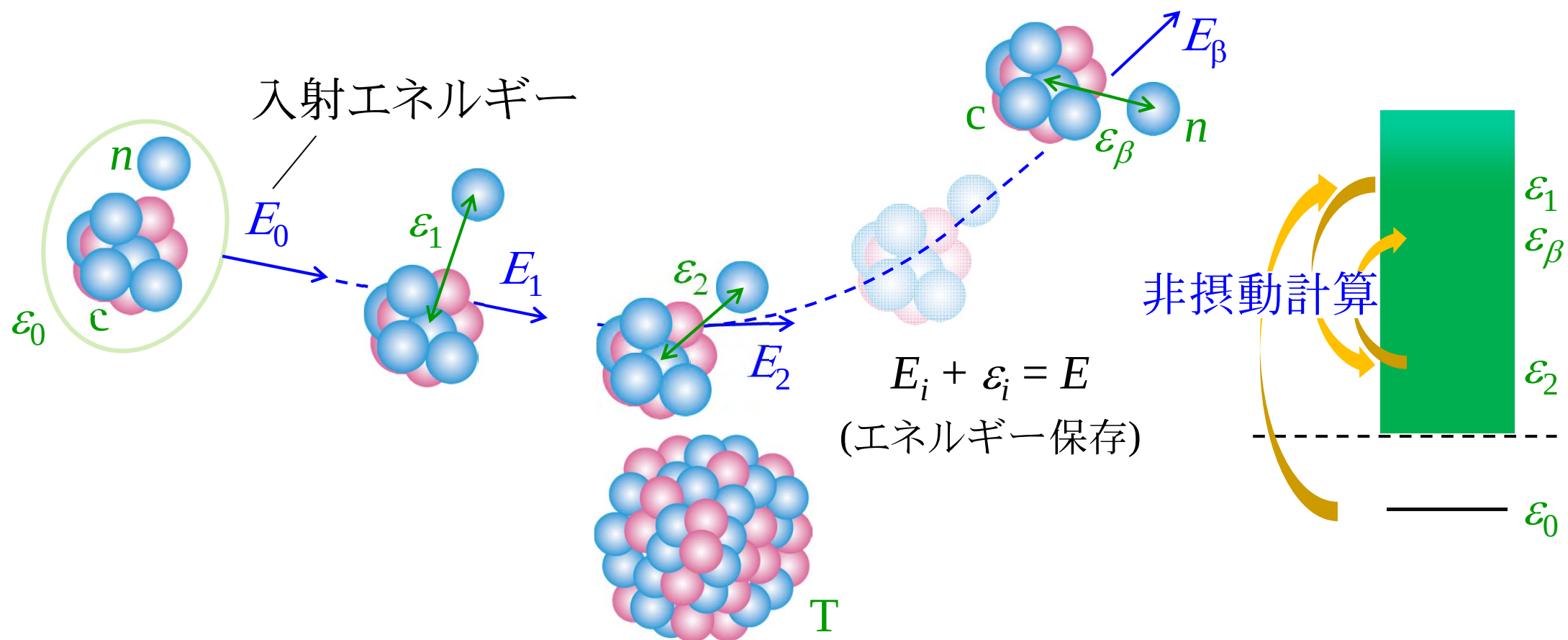
異なる分解状態同士を
結合させる相互作用

$$= \frac{1}{R^2} \sin(k'R) \sin(kR)$$

超ロングレンジ

分解状態間の結合は強い
(continuum-continuum coupling)

分解反応(多段階過程)のイメージ

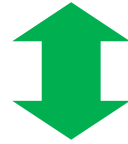


問題

- R に関する漸近領域の設定ができない。
- 連続無限個の状態を扱わなければならない。

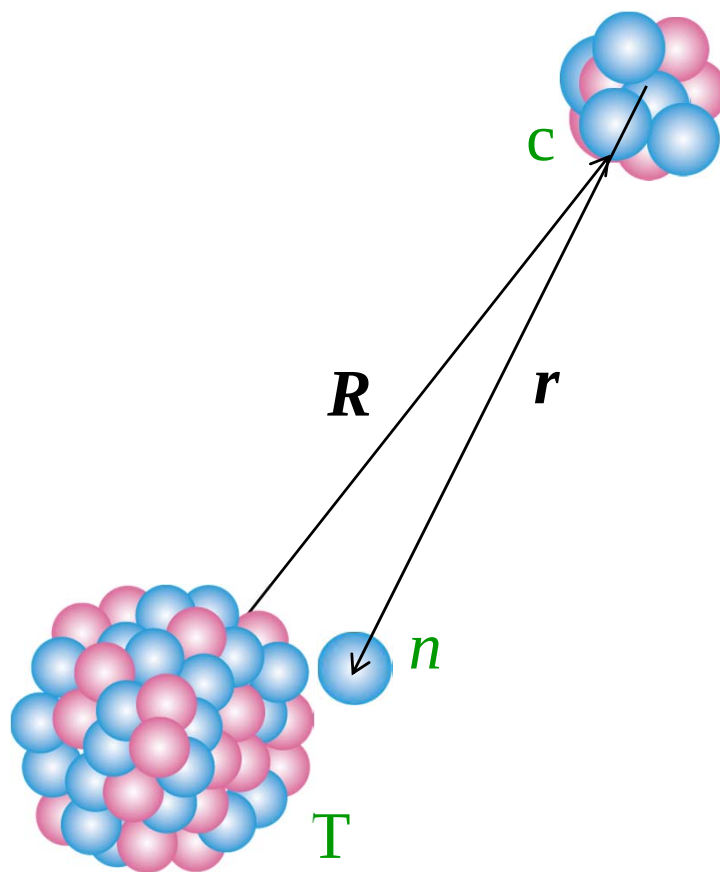
The ℓ -truncation

$U_n(R_n)$ は $R_n \sim |\mathbf{R} + \mathbf{r}|$ について有限レンジ(クーロンは別途扱う)



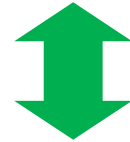
R がいくら大きくても、 P の分解状態は r について無限の広がりを持つため、 U_n を 0 とみなせない。

相互作用が切れない配位の例



The ℓ -truncation

$U_n(R_n)$ は $R_n \sim |\mathbf{R} + \mathbf{r}|$ について有限レンジ(クーロンは別途扱う)



R がいくら大きくても、 P の分解状態は r について無限の広がりを持つため、 U_n を 0 とみなせない。



ℓ -truncation (離散化チャネル結合法の最重要近似)

P (分解状態)の ℓ はある上限値 $\ell_{\max}$ までしか関与しないと想定
(軌道角運動量)

$$\text{射影演算子: } \mathcal{P}_{\ell_{\max}} = \int d\hat{\mathbf{r}} \sum_{l \leq \ell_{\max}} \sum_m Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{r}}')$$

ℓ -truncation (ガウス型相互作用の場合)

$$U_n(R_n) \rightarrow U_0 \exp(-\mu R_n^2) \sim U_0 \exp[-\mu(R^2 + r^2 + 2\mathbf{R} \cdot \mathbf{r})]$$
$$= U_0 \sum_{\lambda} U_n^{(\lambda)}(R, r) P_{\lambda}(\cos \theta_{Rr}) \text{ [多重極展開]}$$

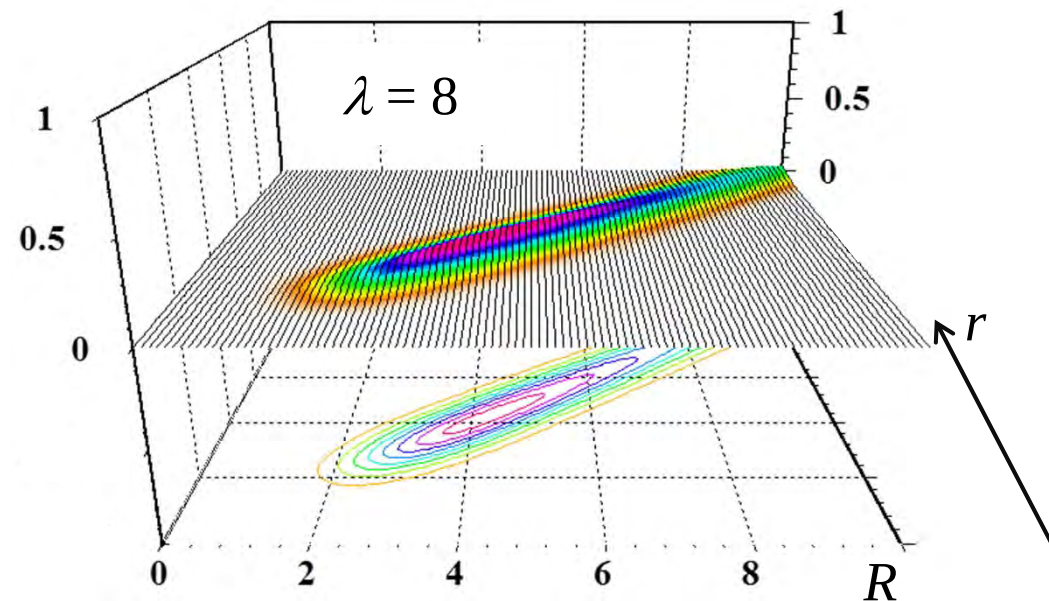
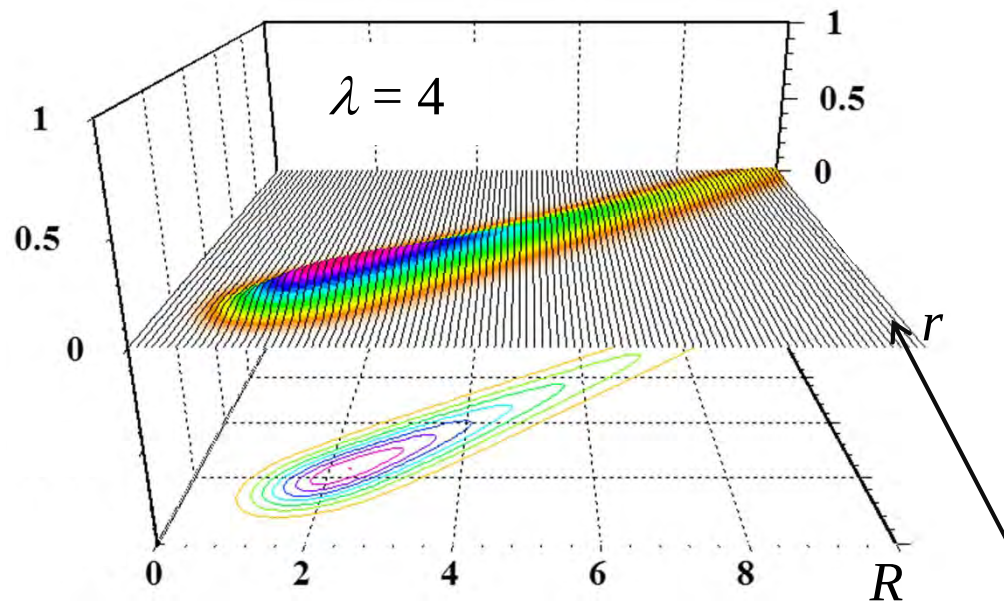
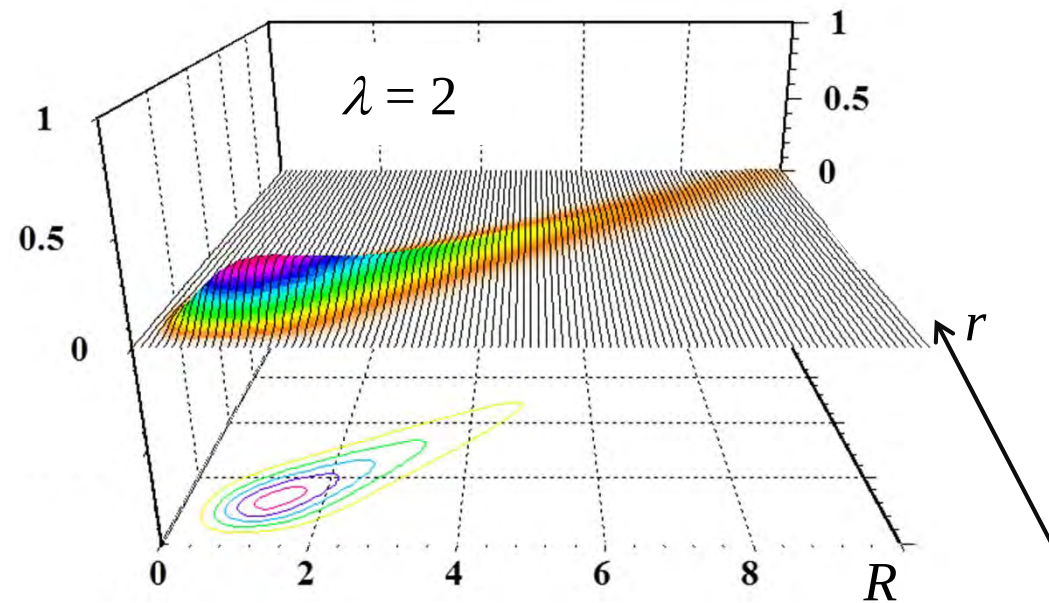
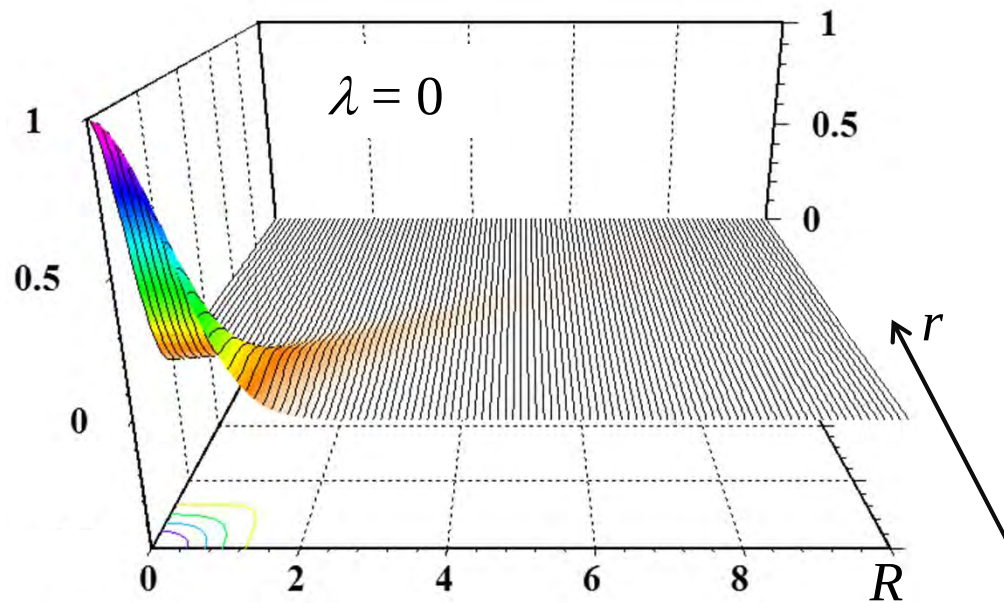
$$U_n^{(\lambda)}(R, r) = (2\lambda + 1) \exp[-\mu(R^2 + r^2)] j_{\lambda}(i2\mu Rr)$$



$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow 0, \quad \text{for } R \text{ and/or } r \rightarrow 0 \ (\lambda \neq 0)$$

$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow (2\lambda + 1) \exp[-\mu(R^2 + r^2)] \frac{\exp(2\mu Rr)}{4\mu Rr}$$
$$= (2\lambda + 1) \frac{\exp[-\mu(R - r)^2]}{4\mu Rr}, \quad \text{for } 2\mu Rr \gg \lambda$$

ガウス型相互作用の多重極子($\mu = 1$)



ℓ -truncation (ガウス型相互作用の場合)

$$U_n(R_n) \rightarrow U_0 \exp(-\mu R_n^2) \sim U_0 \exp[-\mu(R^2 + r^2 + 2\mathbf{R} \cdot \mathbf{r})]$$
$$= U_0 \sum_{\lambda} U_n^{(\lambda)}(R, r) P_{\lambda}(\cos \theta_{Rr}) \text{ [多重極展開]}$$

$$U_n^{(\lambda)}(R, r) = (2\lambda + 1) \exp[-\mu(R^2 + r^2)] j_{\lambda}(i2\mu Rr)$$

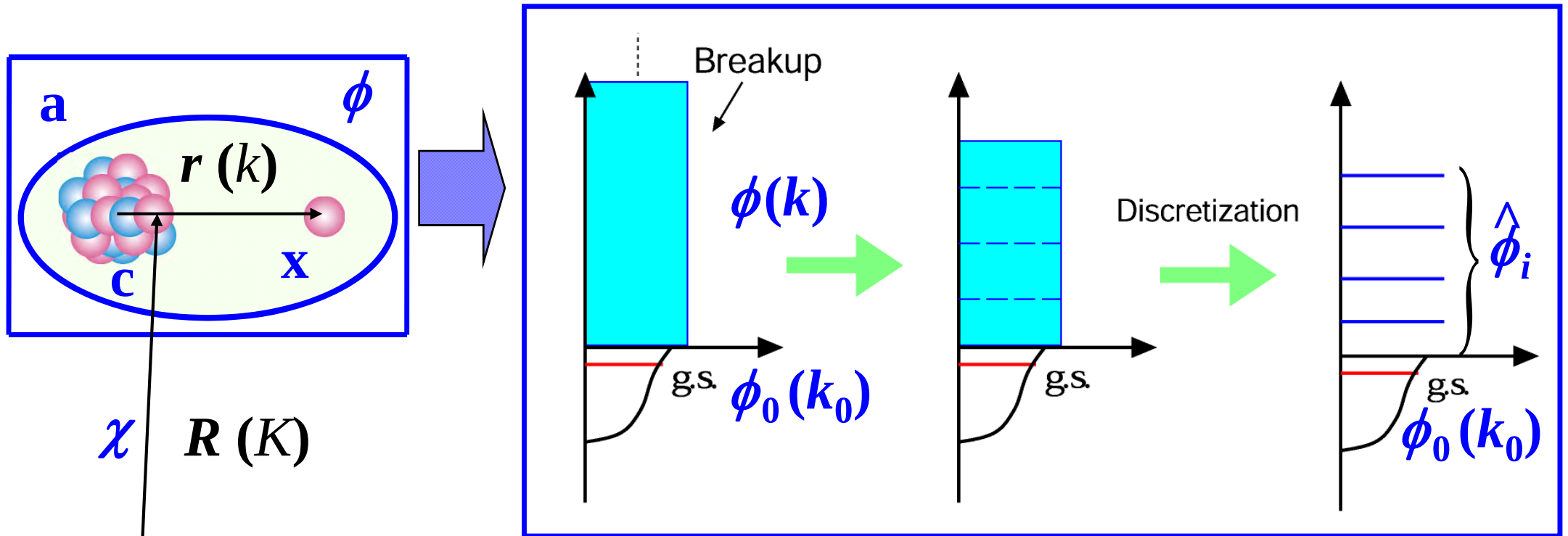


$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow 0, \quad \text{for } R \text{ and/or } r \rightarrow 0 \ (\lambda \neq 0)$$

$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow (2\lambda + 1) \exp[-\mu(R^2 + r^2)] \frac{\exp(2\mu Rr)}{4\mu Rr}$$
$$= (2\lambda + 1) \frac{\exp[-\mu(R - r)^2]}{4\mu Rr}, \quad \text{for } 2\mu Rr \gg \lambda$$

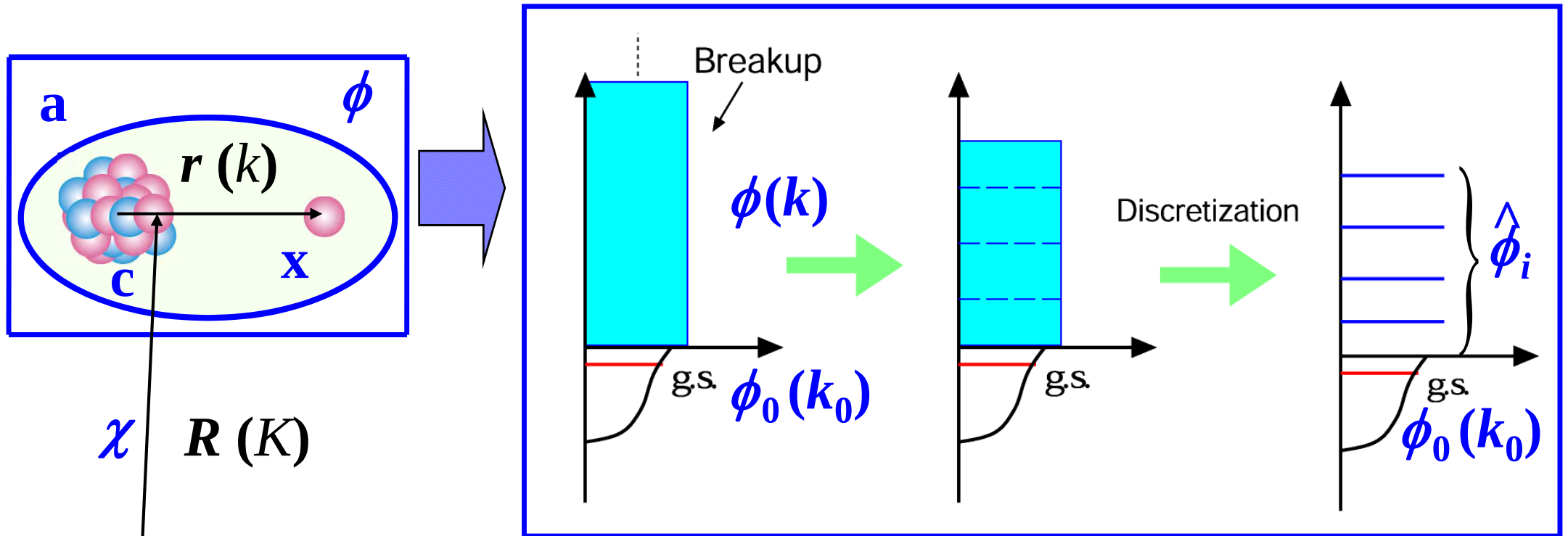
ポテンシャルが R^{-2} で減衰する領域が存在 $\rightarrow$ 漸近領域

k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



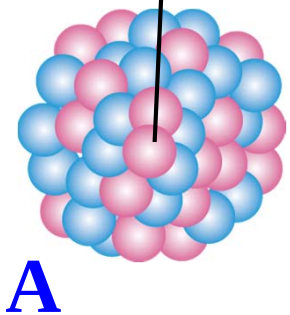
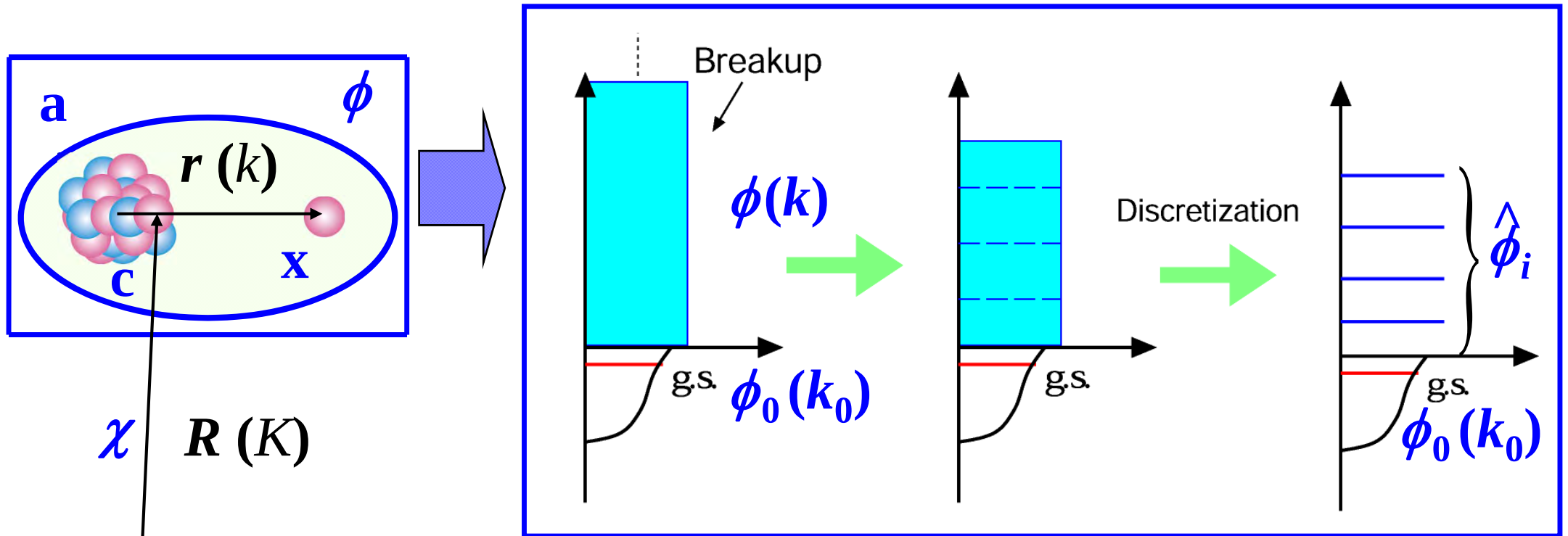
$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \int_0^\infty \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk$$

k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \int_0^\infty \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk$$

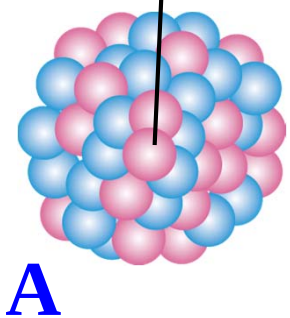
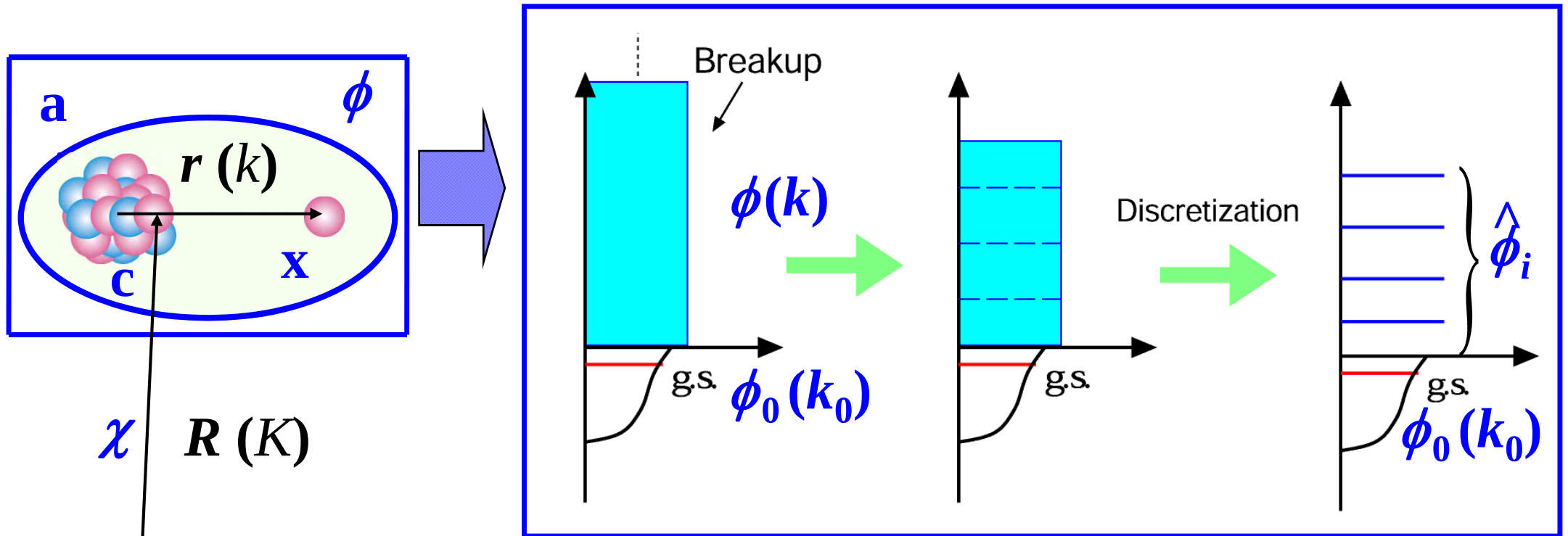
k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \underbrace{\int_0^\infty \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk}_{k\text{-truncation}}$$

k -truncation

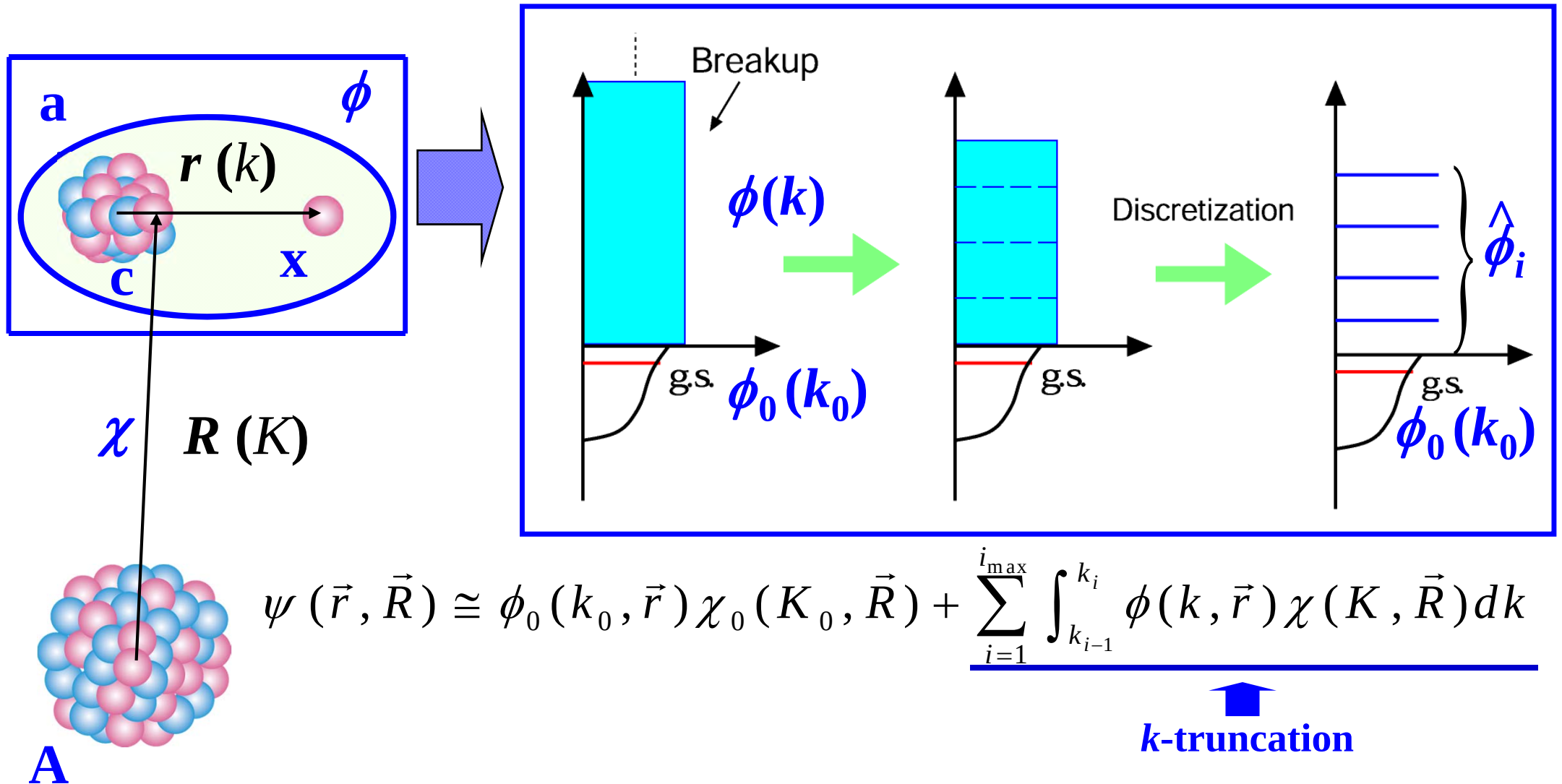
k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



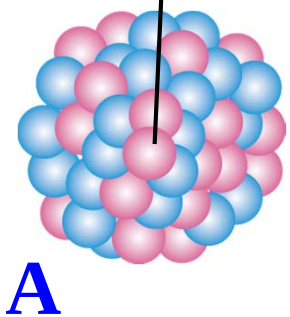
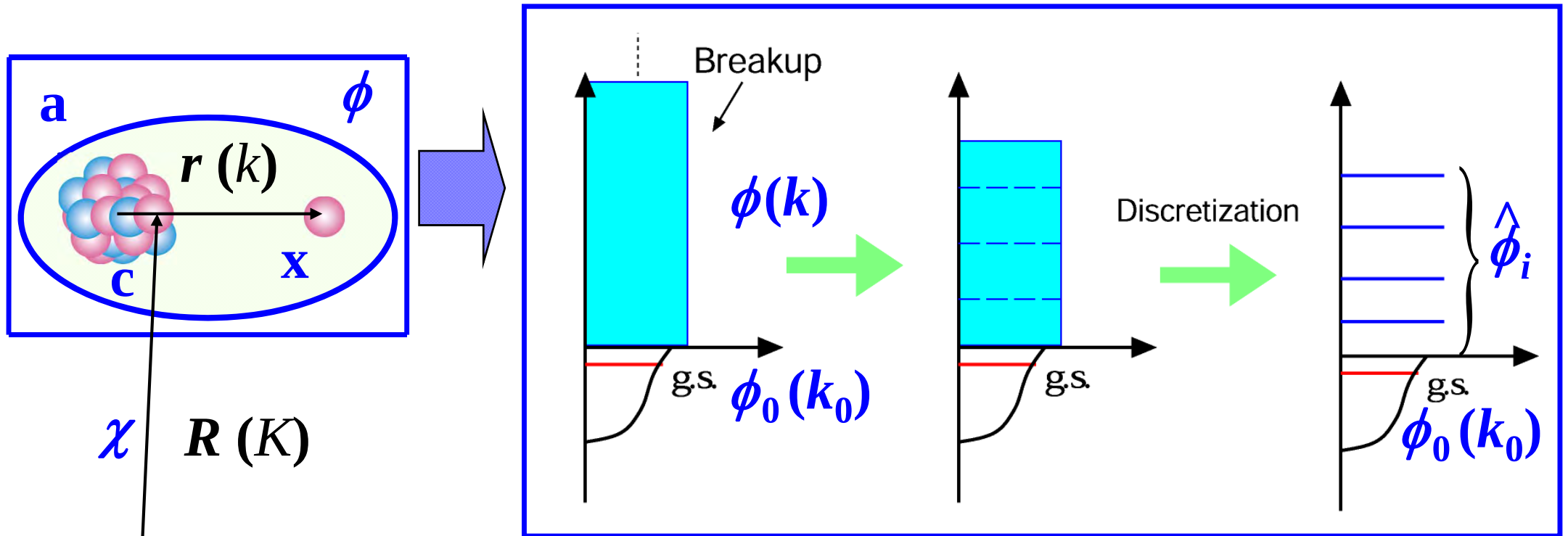
$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \underbrace{\int_0^{k_{\max}} \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk}_{k\text{-truncation}}$$

k -truncation

k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



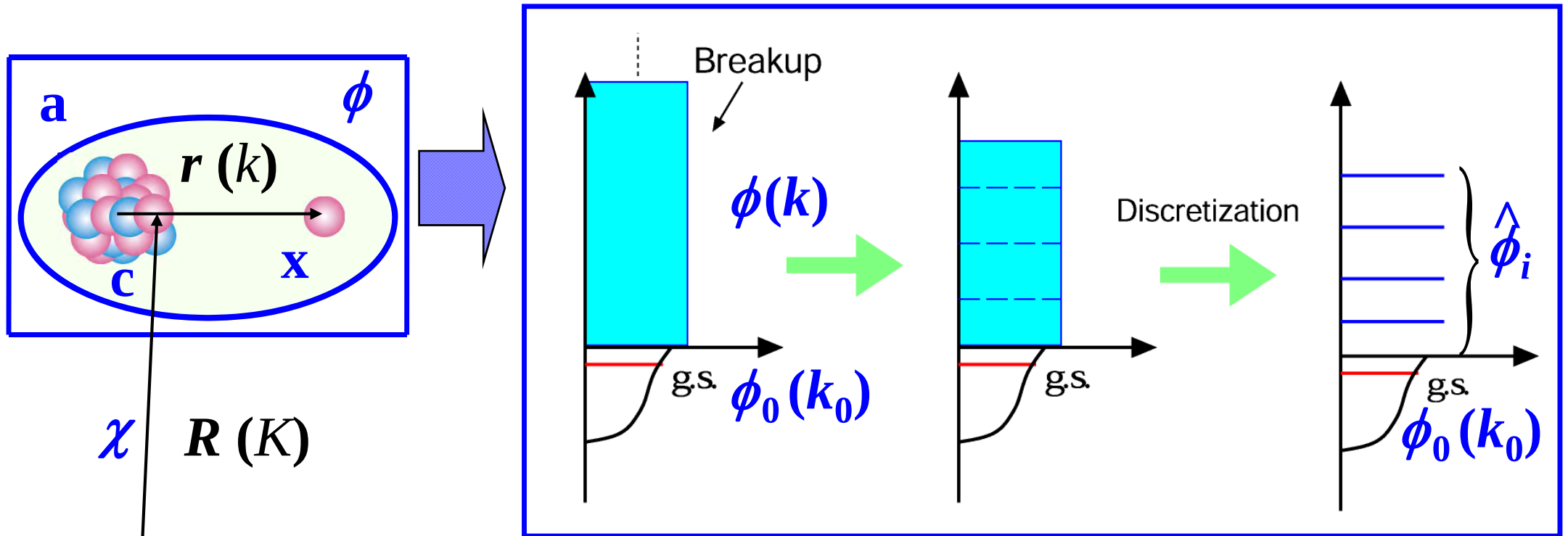
k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \underbrace{\sum_{i=1}^{i_{\max}} \hat{\chi}(\hat{K}_i, \vec{R}) \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi(k, \vec{r}) dk}_{k\text{-truncation and discretization}}$$

k -truncation and discretization

k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



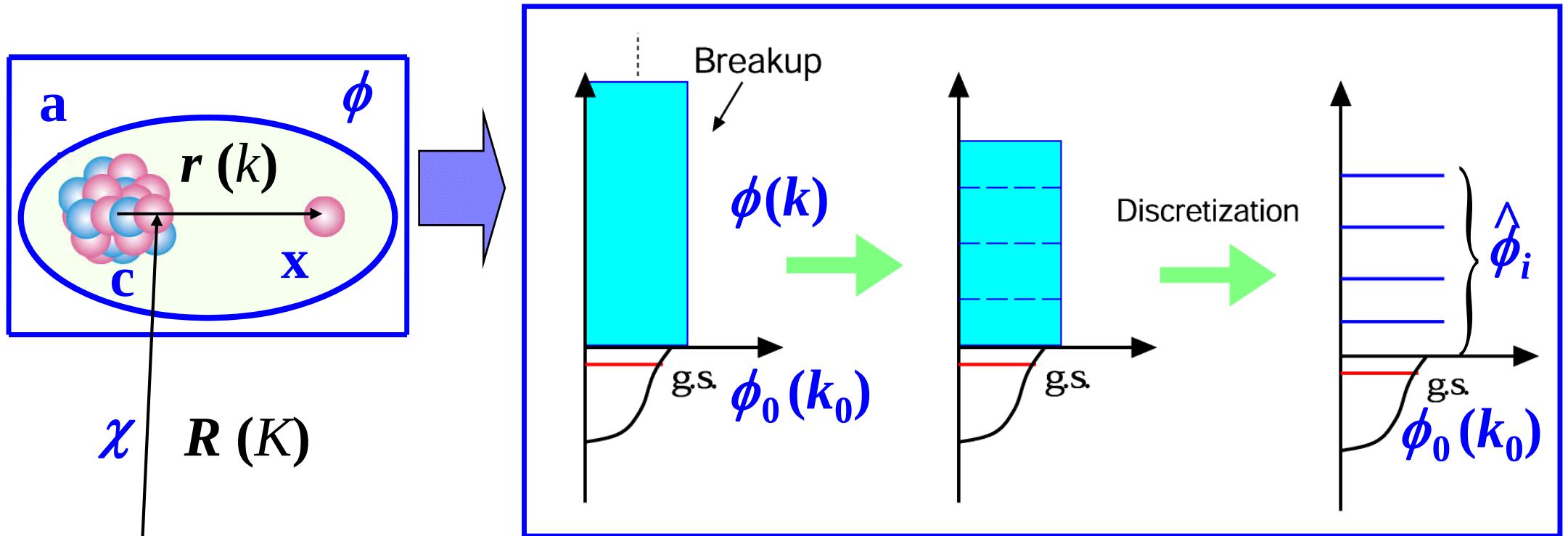
$\chi \quad R(K)$

$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \underbrace{\sum_{i=1}^{i_{\max}} \hat{\chi}(\hat{K}_i, \vec{R}) \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi(k, \vec{r}) dk}_{k\text{-truncation and discretization}}$

$\psi^{\text{CDCC}}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R})$

A

k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



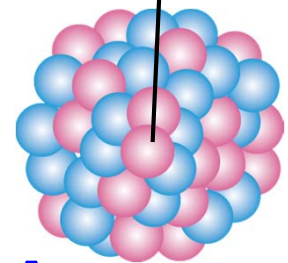
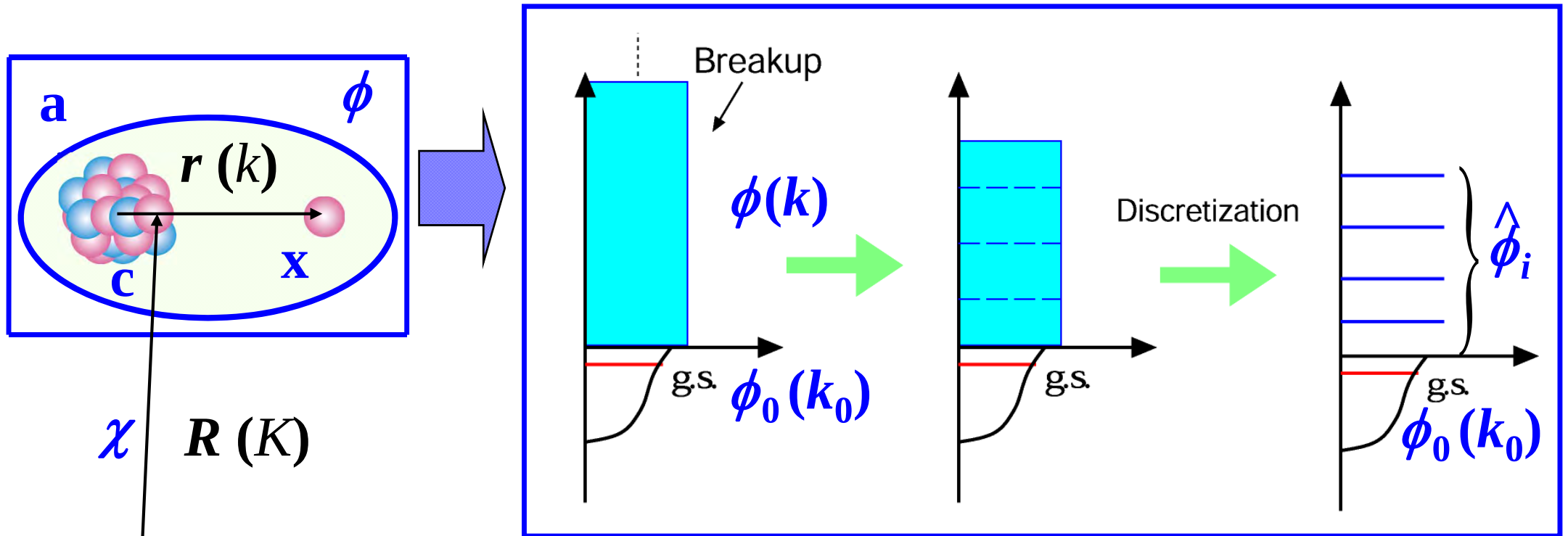
χ $R(K)$

$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \sum_{i=1}^{i_{\max}} \hat{\chi}(\hat{K}_i, \vec{R}) \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi(k, \vec{r}) dk$

$\psi^{\text{CDCC}}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \underline{\hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R})}$

A

k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)

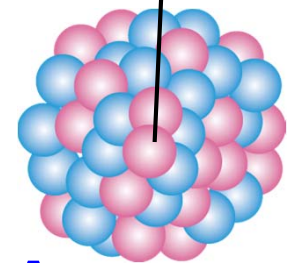
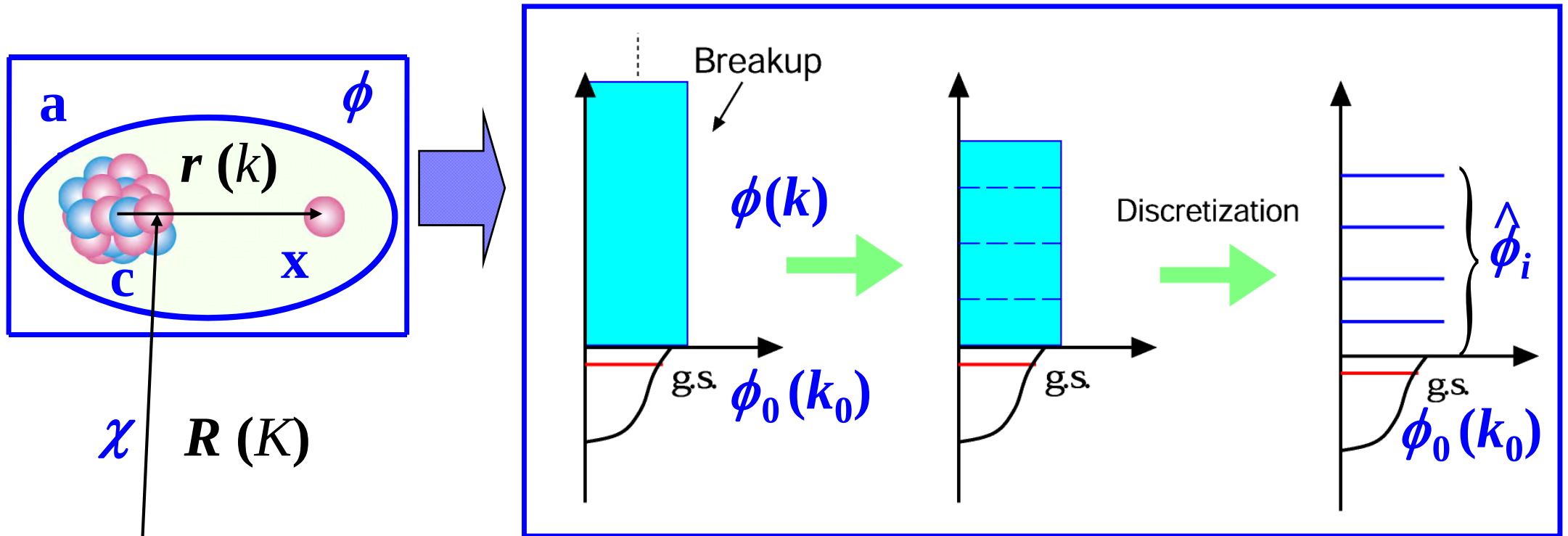


$$\left[T_R + U_{xA}(\vec{r}, \vec{R}) + U_{cA}(\vec{r}, \vec{R}) + h_a(\vec{r}) - E \right] \psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = 0,$$

$$\psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R}).$$

$$\hat{\chi}_i \rightarrow U_i^{(-)} \delta_{i0} - \sqrt{K_0 / K_i} S_{i0} U_i^{(+)} \quad (\text{通常の境界条件})$$

k -truncation と連続状態の離散化の例 (after ℓ -truncation)



A

$$\left[T_R + U_{xA}(\vec{r}, \vec{R}) + U_{cA}(\vec{r}, \vec{R}) + h_a(\vec{r}) - E \right] \psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = 0,$$

$$\psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R}).$$

S 行列要素:
 i チャンネルへ遷移する度合い

$$\hat{\chi}_i \rightarrow U_i^{(-)} \delta_{i0} - \sqrt{K_0 / K_i} S_{i0} U_i^{(+)} \quad (\text{通常境界条件})$$

CDCCの理論的基礎付け(苦闘の歴史)

- 分解状態を取り扱う際に問題となる、漸近領域の設定の問題は、 ℓ -truncation により解決できた(最も本質的な近似)。
- 次の問題は、反応計算の結果が $\ell_{\max}, k_{\max}, i_{\max}$ について収束するかどうか。→ 数値的に収束を確認。

M. Yahiro, Nakano, Iseri, Kamimura, Prog. Theor. Phys. 67, 1464 (1982).

R.A.D. Piyadasa, Yahiro, Kamimura, Kawai, Prog. Theor. Phys. 81, 910 (1989).

R.A.D. Piyadasa, Kawai, Kamimura, Yahiro, Phys. Rev. C 60, 044611 (1999).

- 最後の問題は、収束した結果が正しいか否か。
→ 歪曲波 Faddeev 理論との対応(ℓ -truncation で補正項 ~ 0)

N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. 63, 2649 (1989).

N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C 53, 314 (1996).

- 2007年、Faddeev と CDCC の数値計算の比較が発表。

A. Delgado, Moro, Cravo, Nunes, Fonseca, Phys. Rev. C 76, 064602 (2007).

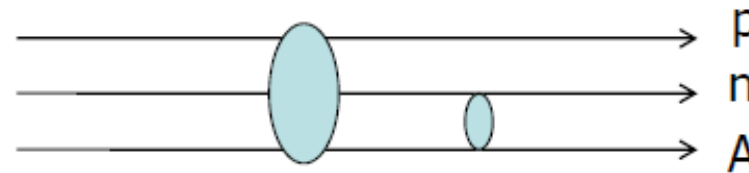
Theoretical Foundation of CDCC

*N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. **63**, 2649 (1989);
N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C **53**, 314 (1996).*

$$(E - K - V(r) - U_p - U_n)\psi = 0$$

Faddeev decomposition

$$\psi = \psi_d + \psi_p + \psi_n$$



Faddeev equations

$$\left[E - K - V_{np} \right] \psi_d = V_{np} (\psi_p + \psi_n),$$

$$\left[E - K - U_p \right] \psi_p = U_p \psi_d + U_p \psi_n,$$

$$\left[E - K - U_n \right] \psi_n = U_n \psi_d + U_n \psi_p.$$

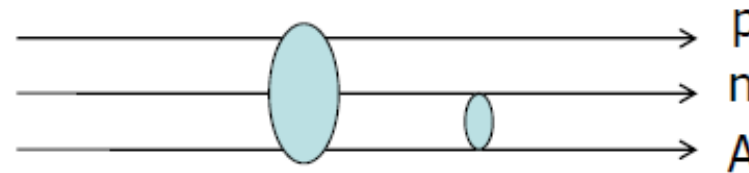
Theoretical Foundation of CDCC

*N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. **63**, 2649 (1989);
N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C **53**, 314 (1996).*

$$(E - K - V(r) - U_p - U_n)\psi = 0$$

Faddeev decomposition

$$\psi = \psi_d + \psi_p + \psi_n$$



Distorted Faddeev equations

$$\left[E - K - V_{np} - P(U_p + U_n)P \right] \psi_d = V_{np} (\psi_p + \psi_n),$$

$$\left[E - K - U_p \right] \psi_p = (U_p - PU_pP) \psi_d + U_p \psi_n,$$

$$\left[E - K - U_n \right] \psi_n = (U_n - PU_nP) \psi_d + U_n \psi_p.$$

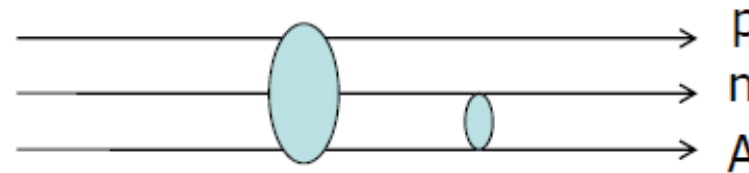
Theoretical Foundation of CDCC

*N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. **63**, 2649 (1989);
N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C **53**, 314 (1996).*

$$(E - K - V(r) - U_p - U_n)\psi = 0$$

Faddeev decomposition

$$\psi = \psi_d + \psi_p + \psi_n$$



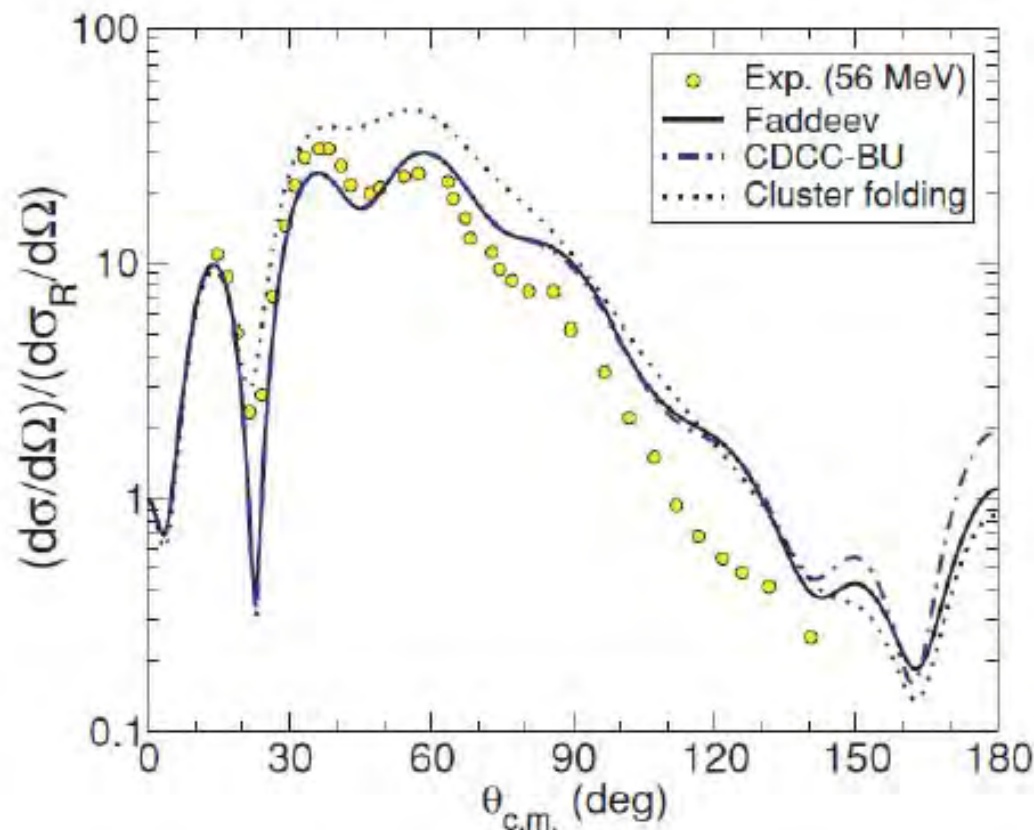
Distorted Faddeev equations

$$\left[E - K - V_{np} - P(U_p + U_n)P \right] \psi_d = V_{np} (\psi_p + \psi_n),$$

$$\left[E - K - U_p \right] \psi_p = (U_p - PU_pP) \psi_d + U_p \psi_n, \quad \rightarrow 0 \text{ (in very good approximation)}$$

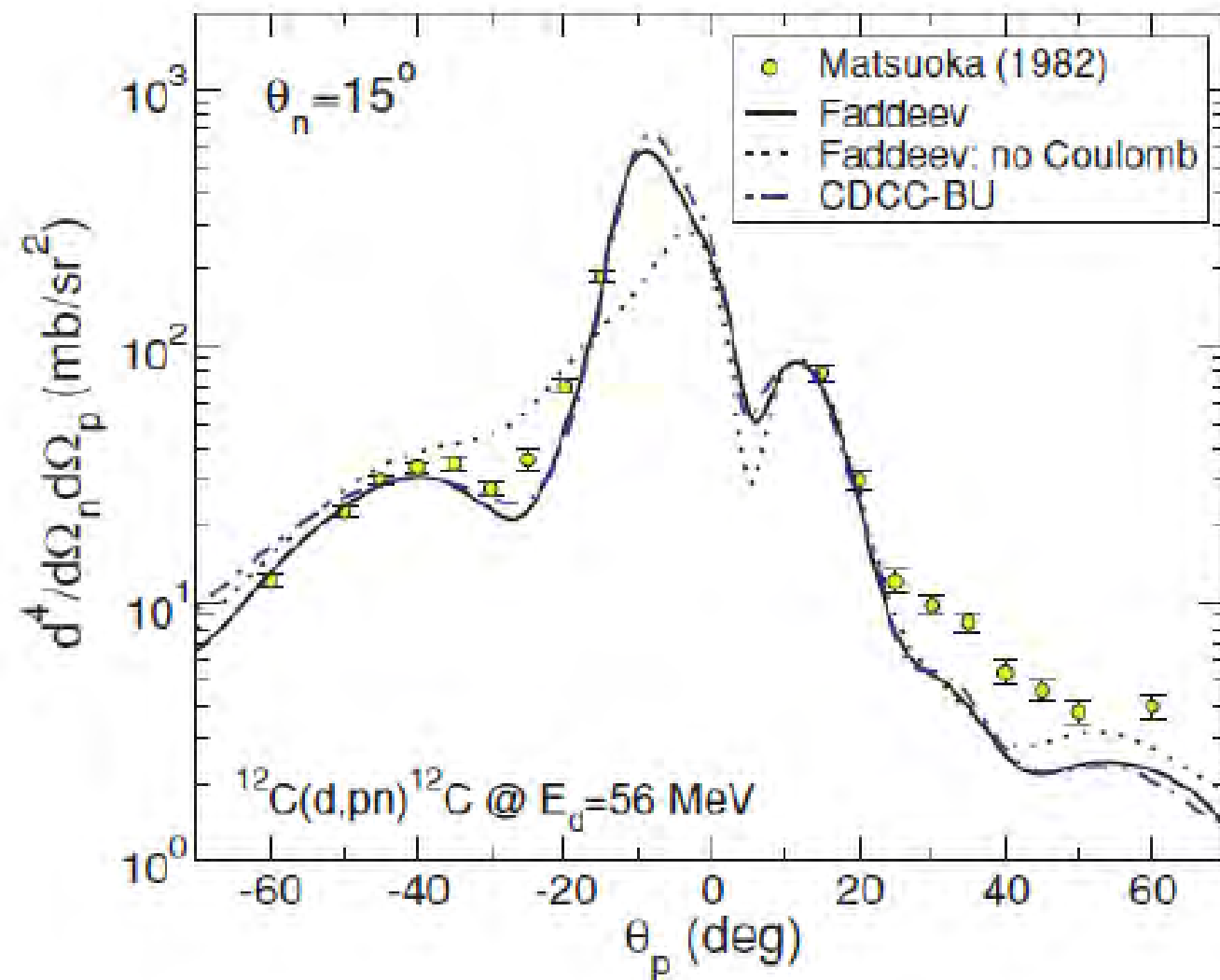
$$\left[E - K - U_n \right] \psi_n = (U_n - PU_nP) \psi_d + U_n \psi_p.$$

Comparison between CDCC and Faddeev solutions



$d+^{12}\text{C}$ at 56 MeV
Elastic scattering

$^{12}\text{C}(\text{d},\text{pn})$ at 56 MeV



CDCCの基本思想(模型空間近似)

散乱観測量が必要な精度で得られる“正確な”波動関数を求める:

$$\begin{aligned} T_{\beta\alpha} &\sim \left\langle \phi_{\mathbf{k}_\beta}^{\text{free}} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c + V_{nc} | \Psi_\alpha \right\rangle \\ &= \left\langle \phi_{\mathbf{k}_\beta} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha \right\rangle \\ &\sim \left\langle \phi_{\mathbf{k}_\beta} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \right\rangle \end{aligned}$$

これは、CDCCの模型空間が散乱観測量の記述に必要な有限の空間で完全系をなすとみなすということ(近似的完全系):

$$\mathcal{P} \equiv \sum_{i=0}^{i_{\max}} \left| \hat{\phi}_i \right\rangle \left\langle \hat{\phi}_i \right| \sim 1$$

近似的完全系は反応の種類や必要な計算精度に依存する。

CDCCの概観および理論的基盤のまとめ

CDCC は

- 分解反応を非摂動的に記述する反応模型である。
- exact な反応理論である(歪曲波) Faddeev 理論の第0近似であり、高次の補正は極めて小さい。
- 適切に限定された模型空間の中で構築された反応論である。
- 弱束縛系の分解を取り扱う、実効的かつ高精度の反応模型として高い成功を収めている。

Review papers

- M. Kamimura, Yahiro, Iseri, Sakuragi, Kameyama, Kawai, Prog. Theor. Phys. Suppl. **89** (1986), 1.*
*N. Austern, Iseri, Kamimura, Kawai, Rawitscher, Yahiro, Phys. Rep. **154** (1987), 125.*
*M. Yahiro, O, Matsumoto, Minomo, Prog. Theor. Exp. Phys. **2012**, 01A206 (2012).*

CDCCの“汎用”コード

CDCC のコード(重陽子入射版)は

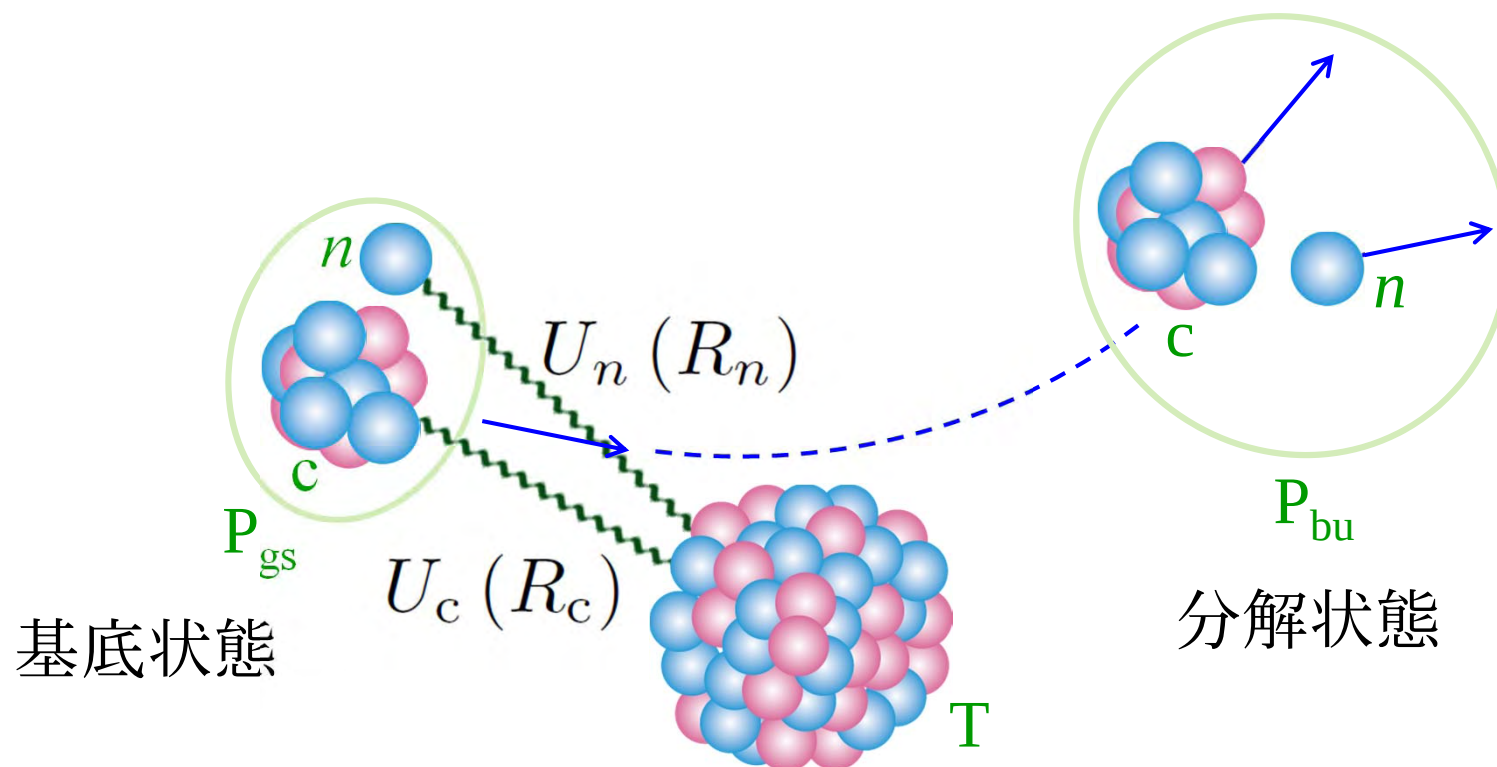
<http://www.nt.phys.kyushu-u.ac.jp/CDCC/index.html>

で公開中。

- ・ 計算の骨格は汎用的。少し書き換えれば一般の2クラスター系の反応に適用可能。
- ・ 公開されているマニュアルは、実はCDCCの基礎勉強の良いテキスト(通常省略されることが多い角運動量の足が正確に扱われている)。
- ・ 青木保夫氏(理研)が開発した `ctak`, `hctak` や Ian Thompson氏 (Lawrence Livermore)が開発した `Fresco` がwebから入手可能。

2a. 離散化の方法と物理量の平滑化

分解反応を記述するひとつの(適切な)モデル



- 分解チャネルはいくつ必要か?
- 分解チャネルをどのように用意するか?
- 一体ポテンシャルはどのようにして与えるか?

連続状態の離散化の方法I (average法)

散乱波動関数を波数幅 Δk にわたって積分する。自由波の場合は

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) &\equiv \int_{k_i}^{k_i+\Delta k} \varphi_l^{\text{free}}(k, r) dk = \int_{k_i}^{k_i+\Delta k} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right) dk \\ &= \frac{-1}{r} \left(\cos\left[(k_i + \Delta k)r - \frac{l\pi}{2}\right] - \cos\left[k_i r - \frac{l\pi}{2}\right] \right)\end{aligned}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

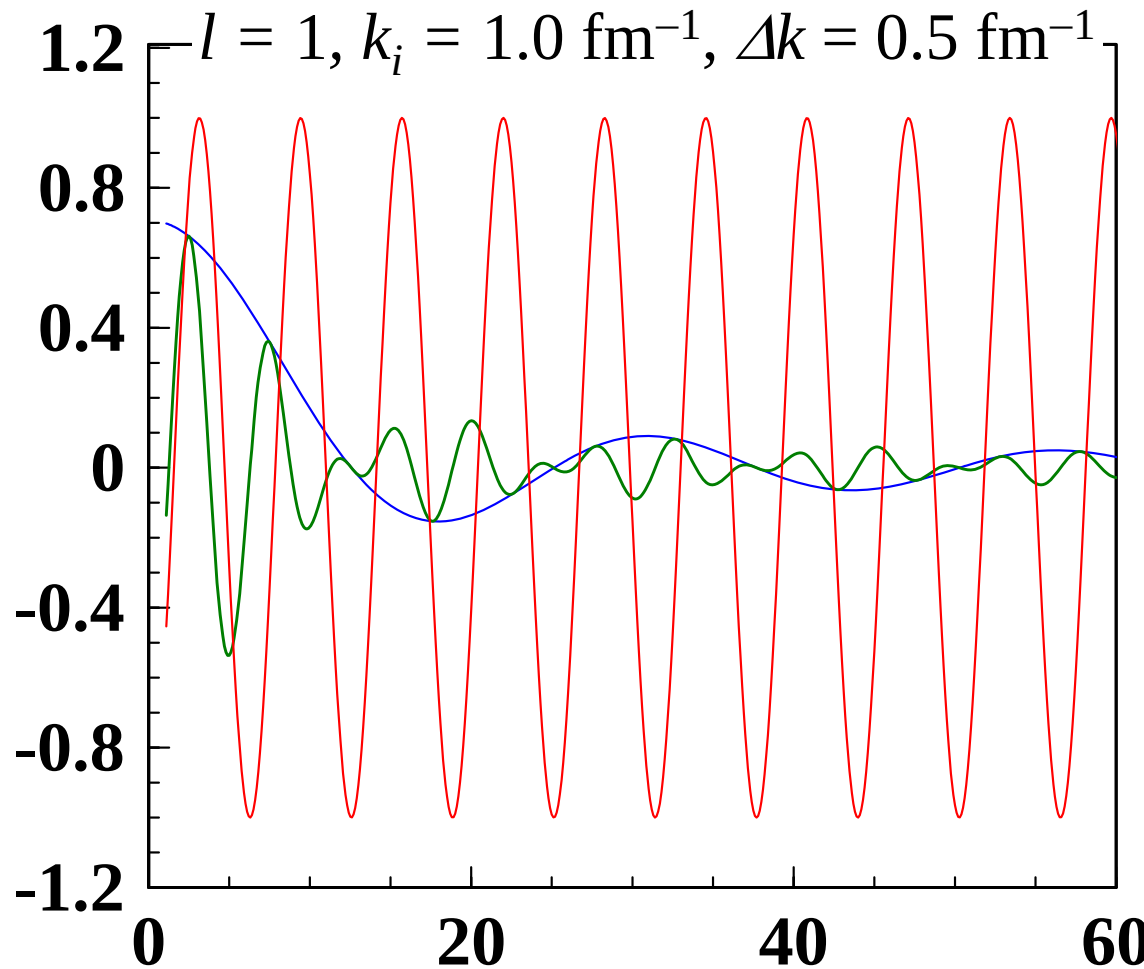
減衰因子

付加的な振動因子

$$\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) = \boxed{\frac{2}{r}} \sin\left(\left[k_i + \frac{\Delta k}{2}\right]r - \frac{l\pi}{2}\right) \boxed{\sin \frac{\Delta k r}{2}}$$

離散化された連続状態のふるまい

$$\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) = \sin \left(\left[k_i + \frac{\Delta k}{2} \right] r - \frac{l\pi}{2} \right) \frac{2}{r} \sin \frac{\Delta k r}{2}$$

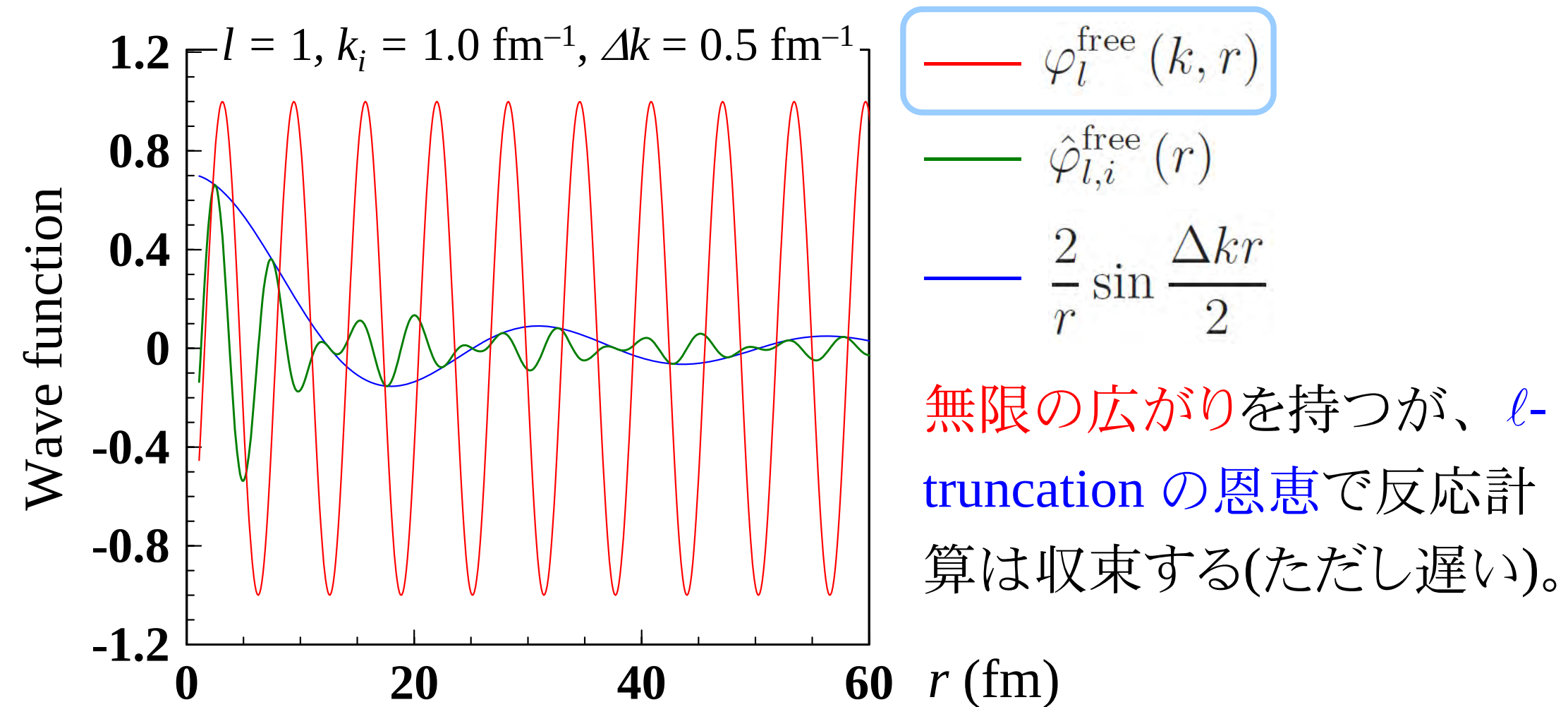


— $\varphi_l^{\text{free}}(k, r)$
— $\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r)$
— $\frac{2}{r} \sin \frac{\Delta k r}{2}$

$\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}$ は有限の領域に分布し、 $2\pi/\Delta k$ ごとに節を持つ。

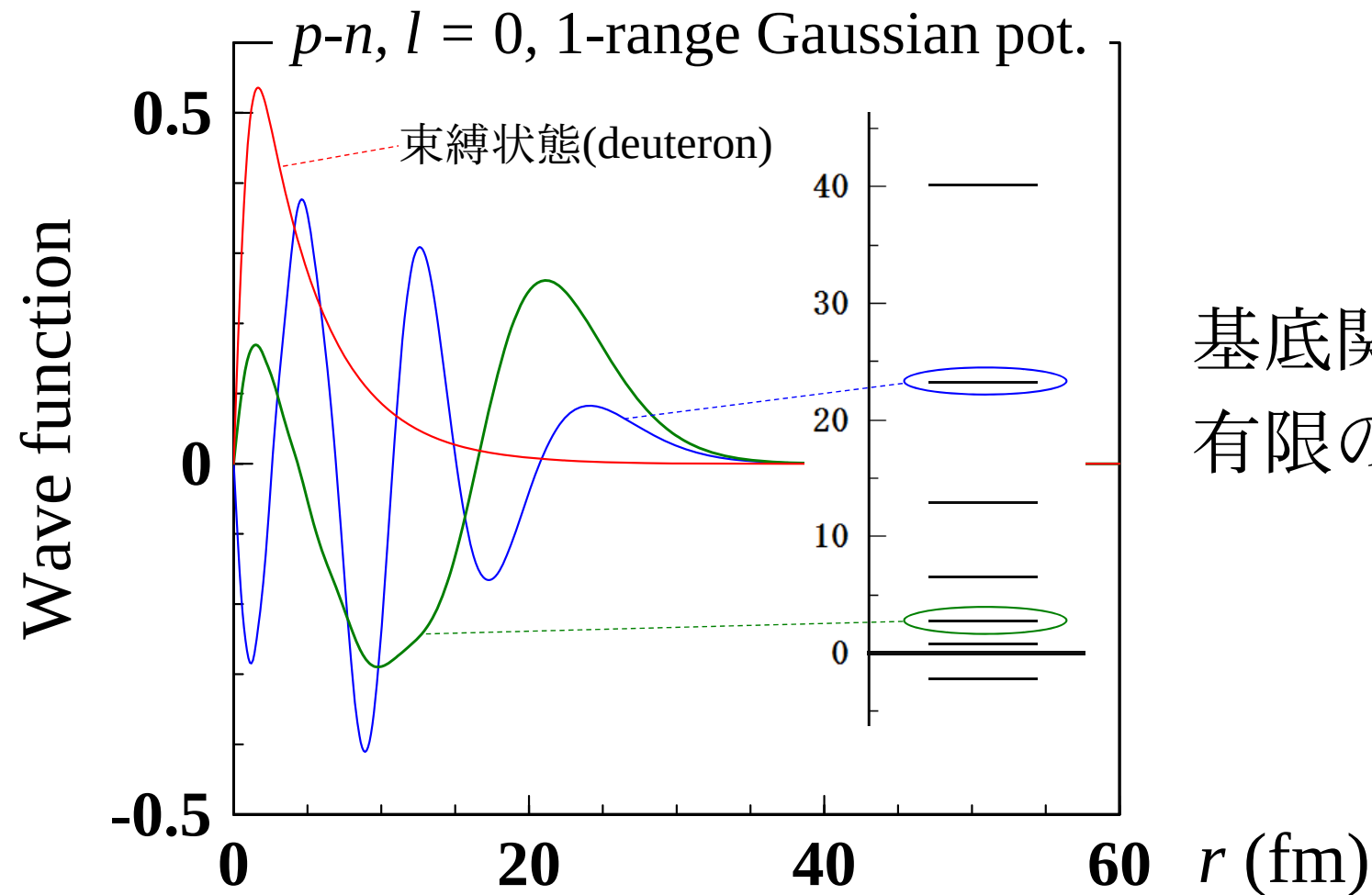
連続状態の離散化の方法II (midpoint法)

$k = k_i + \Delta k/2$ における散乱波動関数をそのまま採用する。



連続状態の離散化の方法III (pseudostate法)

入射粒子の内部ハミルトニアンを基底関数で対角化し、得られた擬状態(閾値よりも上の状態)を離散化された連続状態とみなす。



基底関数の広がりに応じた有限の空間に分布する。

離散化の手法の比較

- 3つの手法は、弾性散乱断面積・全分解断面積について完全に同じ結果を与えることが確認されている。

※全分解断面積: $i = 1-i_{\max}$ のチャンネルに遷移(分解)する断面積の和

- Mid法はCDCCの正当性にとっては重要だが、実際の計算では、収束が速く、状態のコントロールが容易なAv法が便利。
→ 標準的な手法として広く普及

- PS法は最も初期に開発されたが、CDCCで得られる離散的な結果を連続化する処方がなく、長く利用されていなかった。

※Av法では、幅 Δk の連続状態を等重で束ねた状態への遷移

を考えているので、 $S_0(k) \sim \frac{S_{i0}}{\sqrt{\Delta k}}$ とすれば良い。

離散的な結果の連続化(平滑化)

簡単のため、 $\mathbf{k}_\beta$ の大きさのみを指定した観測量を考える:

$$T_{\beta\alpha} \sim \langle \phi_{k_\beta} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \rangle$$

$$\mathcal{P} \equiv \sum_{i=0}^{i_{\max}} |\hat{\phi}_i\rangle \langle \hat{\phi}_i| \sim 1$$

CDCCで求めた i チャンネルへの遷移行列

$$\sim \sum_{i=0}^{i_{\max}} \left(\langle \phi_{k_\beta} | \hat{\phi}_i \rangle \right) \left(\langle \hat{\phi}_i e^{i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \rangle \right)$$

離散状態と連続状態のoverlap

(平滑化関数): $f_i(k_\beta)$

この考え方は、PS法にも適用可能。

平滑化関数(Av法の場合)

規格化係数 $\hat{\varphi}_i(r) = \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} \varphi(k, r) dk$

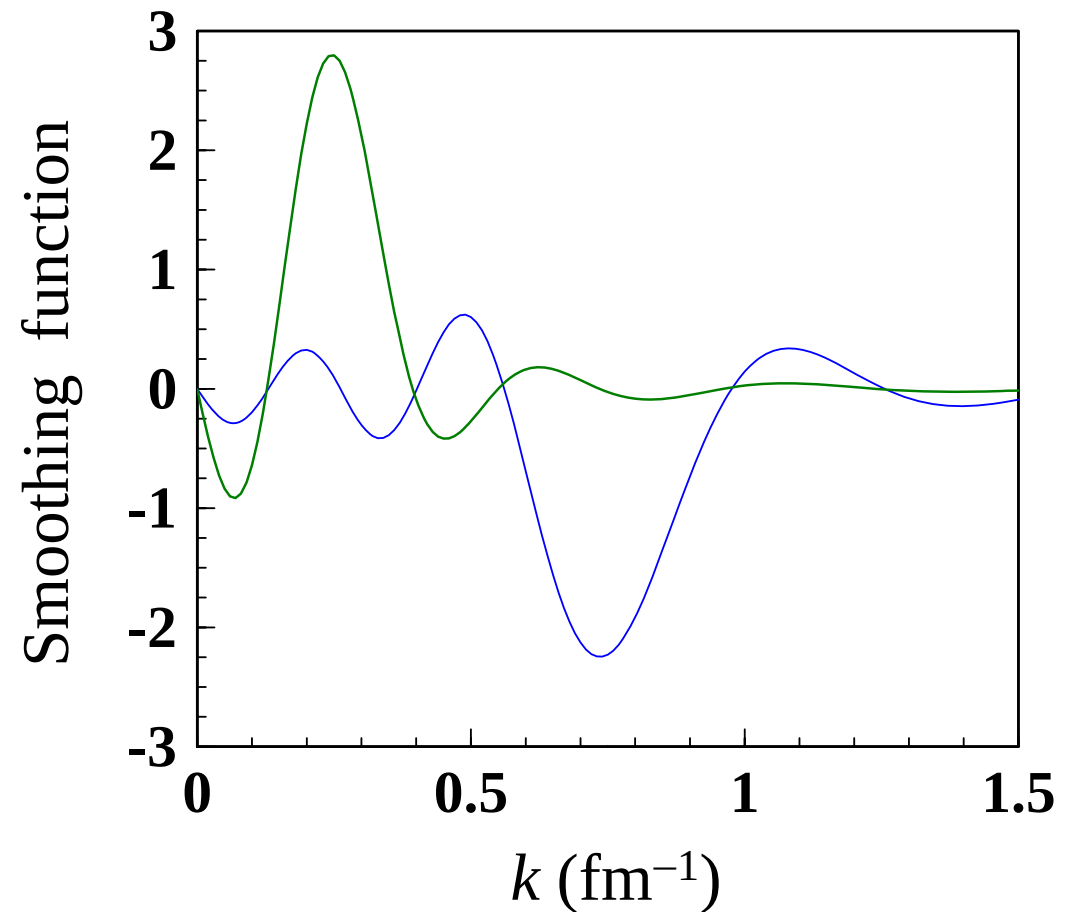
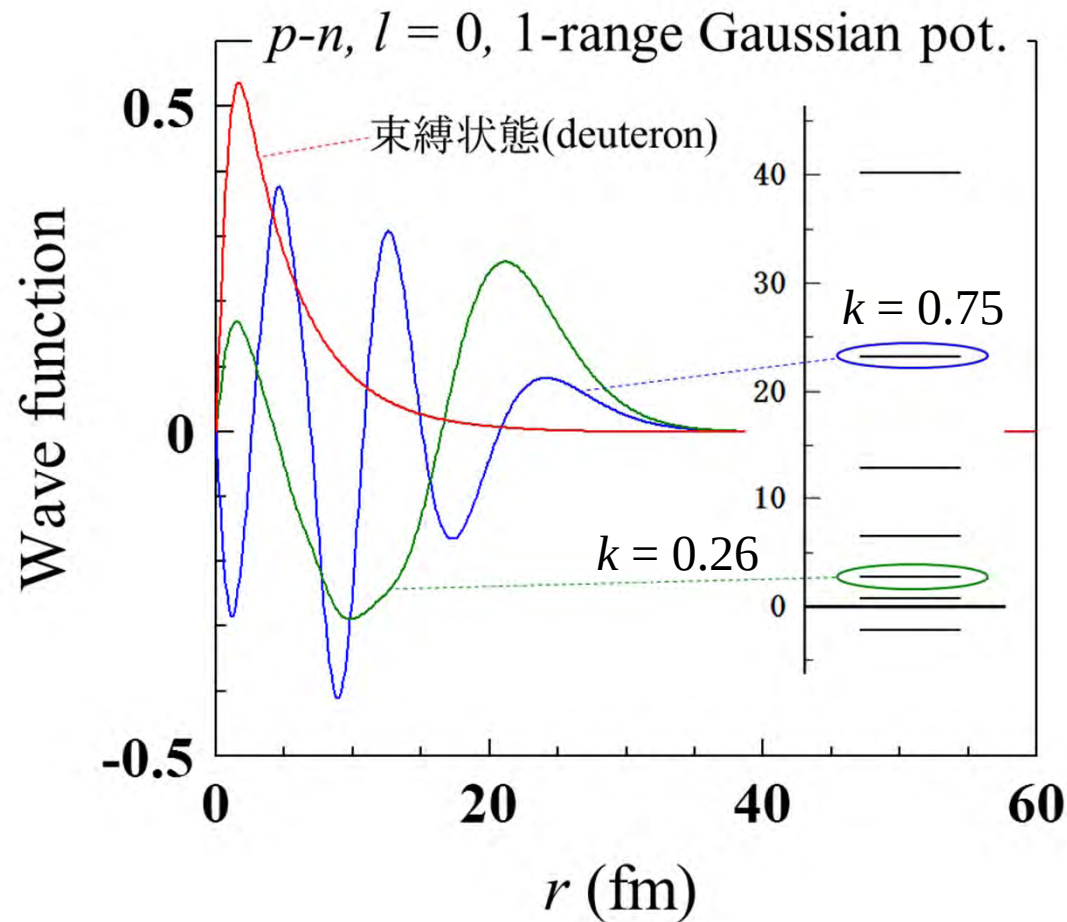
$$\int \varphi^*(k, r) \varphi(k', r) dr = \delta(k' - k)$$



$$\begin{aligned} f_i(k) &= \int \varphi^*(k, r) \hat{\varphi}_i(r) dr \\ &= \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int dr \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} dk' \varphi^*(k, r) \varphi(k', r) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} dk' \delta(k' - k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} & (k_i < k < k_i + \Delta k) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \end{aligned}$$

通常の方と同じ答

平滑化関数(PS法)

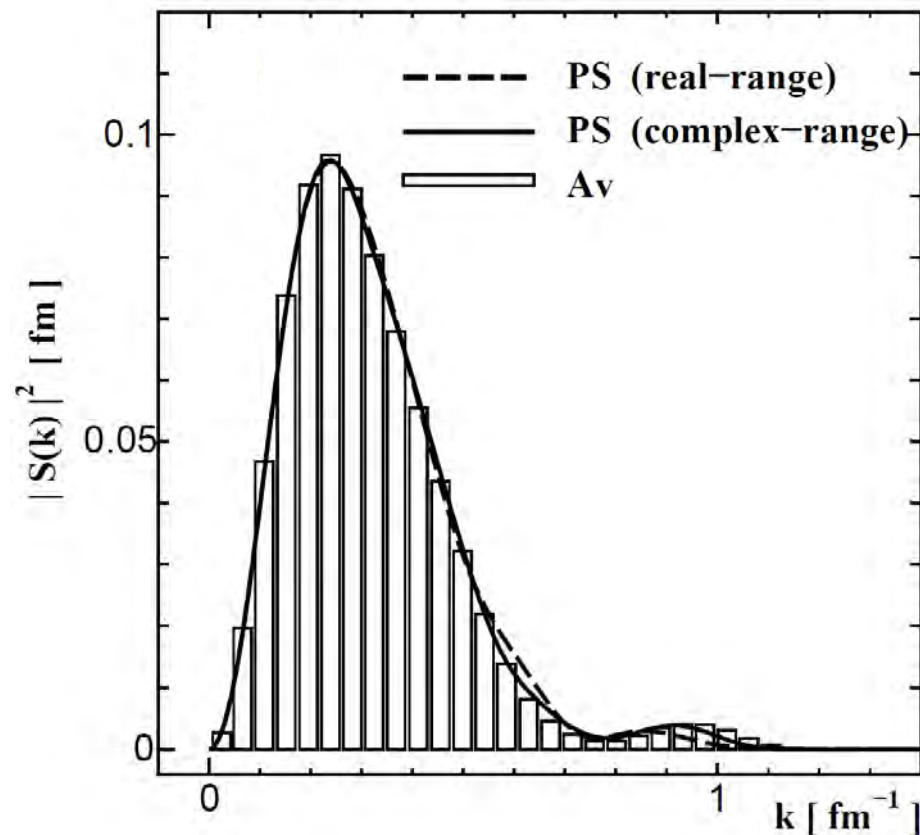


固有値に対応する k にピークを持つが、かなりの拡がりを持つ。

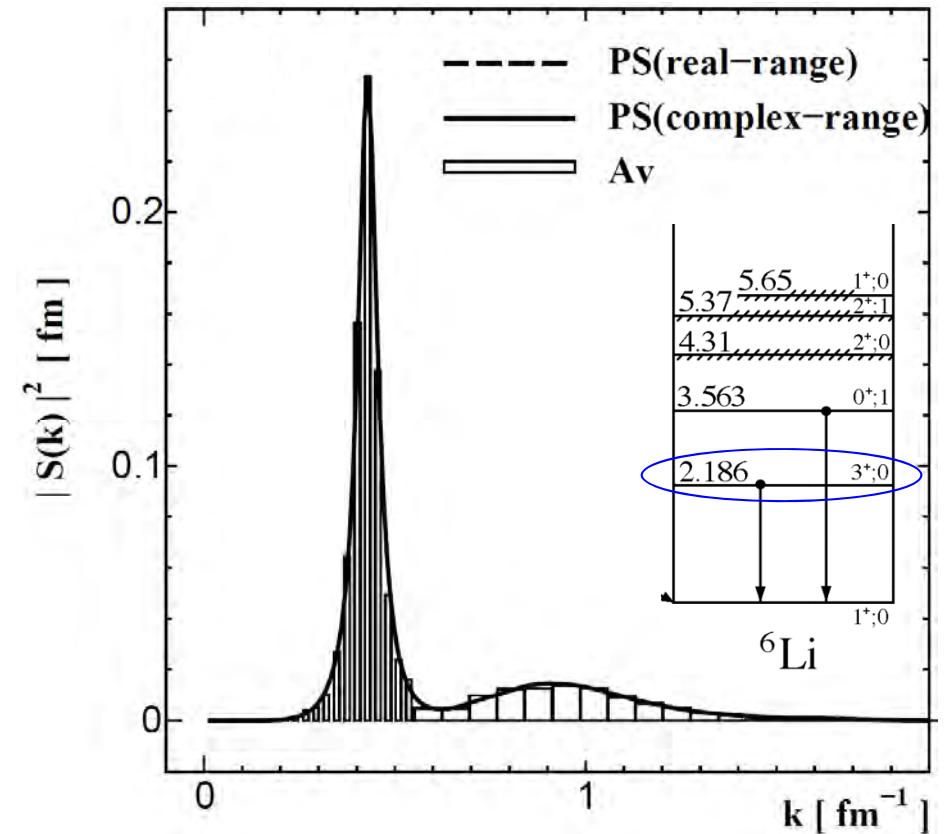
平滑化の実例(A_v法 vs PS法)

T. Matsumoto, Kamizato, O, Iseri, Hiyama, Kamimura, Yahiro, Phys. Rev. C **68**, 064607 (2003).

$d+^{58}\text{Ni}$ at 80 MeV



$^6\text{Li}+^{40}\text{Ca}$ at 156 MeV



平滑化した遷移強度は両者で極めて良く一致。

離散化の方法と物理量の平滑化のまとめ

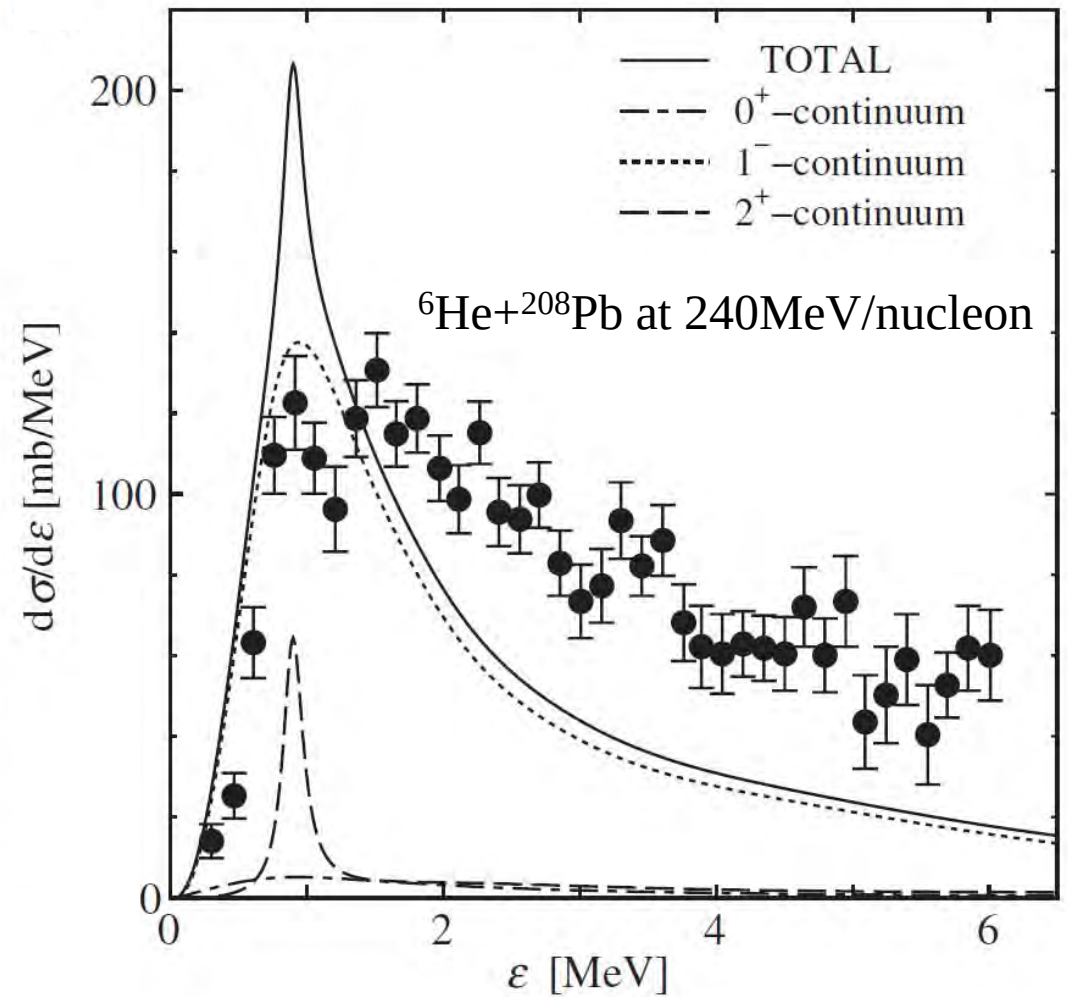
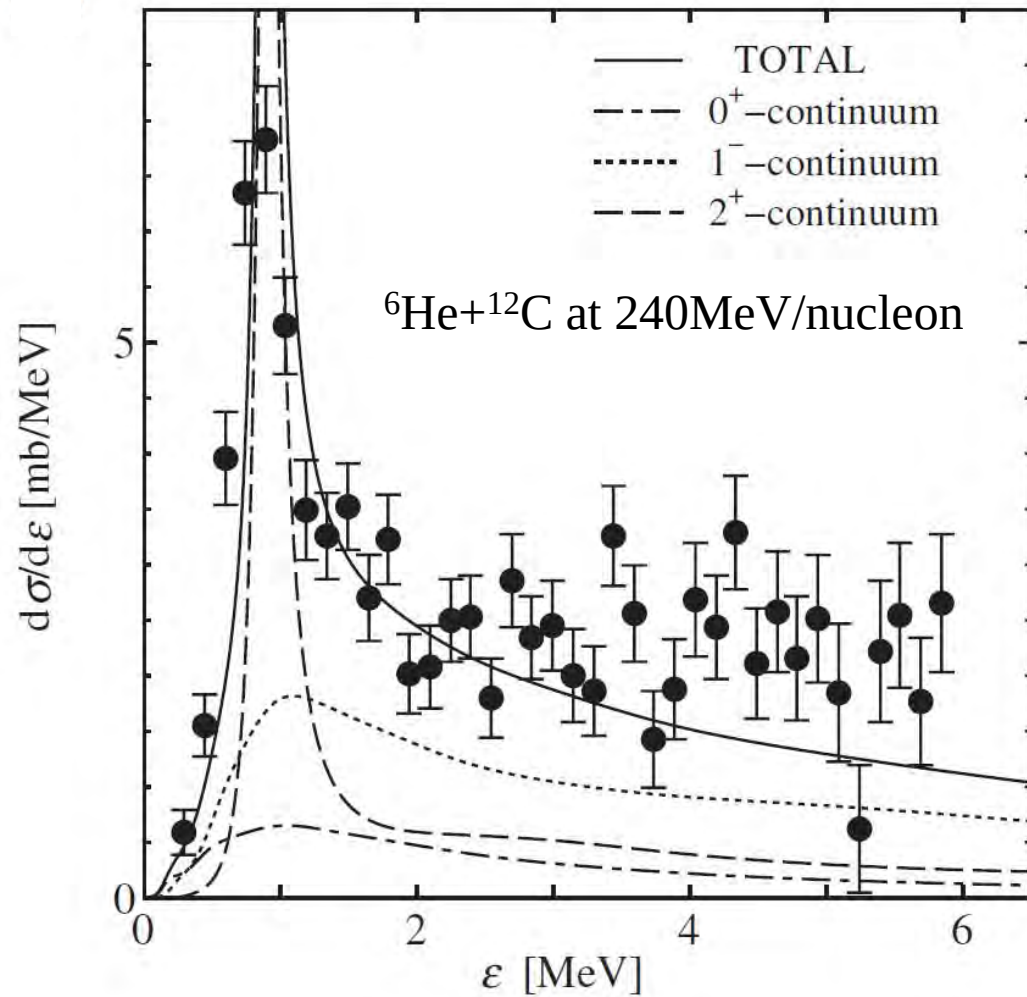
- Average法, midpoint法, pseudostate法という3つの離散化の方法について紹介した。
- Av法は収束が早くコントロールが容易なため、もっとも広く普及しているが、入射粒子が3体系以上をなす場合、適用が困難。
- PS法は入射粒子の構成に関する制限がない。3体系の入射粒子と標的核からなる4体反応系を記述する4体CDCCが活躍中。
- 離散的な結果を平滑化する方法が開発され、PS法の本質的な問題は克服されている(4体CDCCについては複素スケーリング法を用いた平滑化法が最近開発された)。

T. Matsumoto, Hiyama, O, Iseri, Kamimura, Chiba, Yahiro, PRC70, 061601(R) (2004).

T. Matsumoto, Kato, Yahiro, PRC82, 051602(R) (2010).

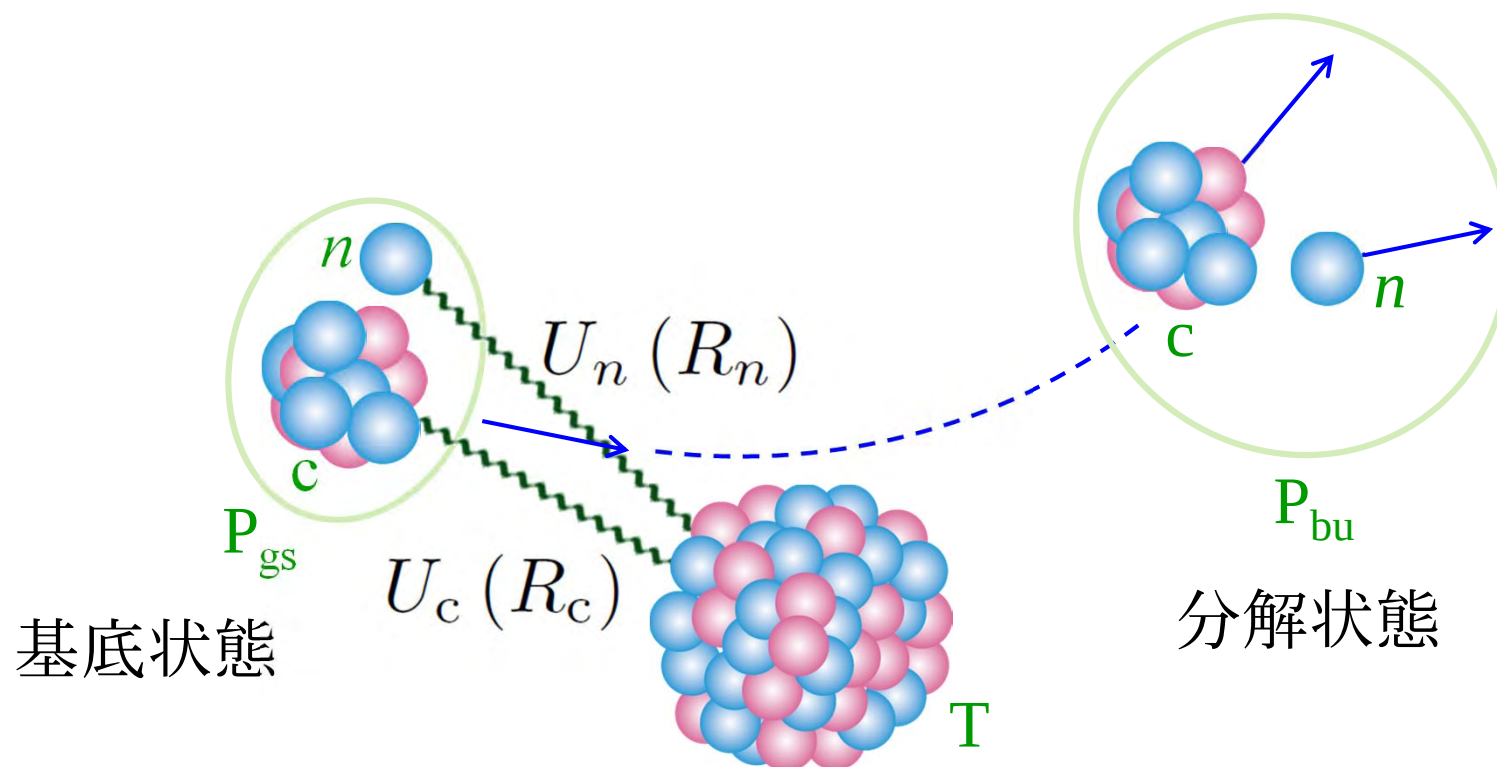
4体CDCCの計算例

T. Matsumoto, Kato, Yahiro, PRC82, 051602(R) (2010).



3. 微視的反応論(QCDから核物理へ)

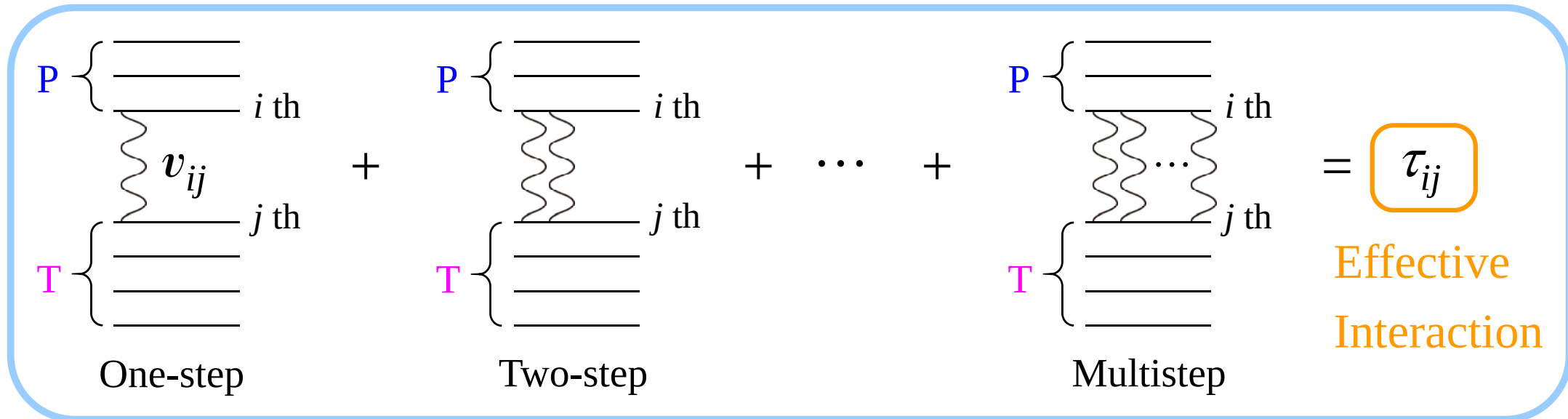
分解反応を記述するひとつの(適切な)モデル



- 分解チャネルはいくつ必要か?
- 分解チャネルをどのように用意するか?
- 一体ポテンシャルはどのようにして与えるか?

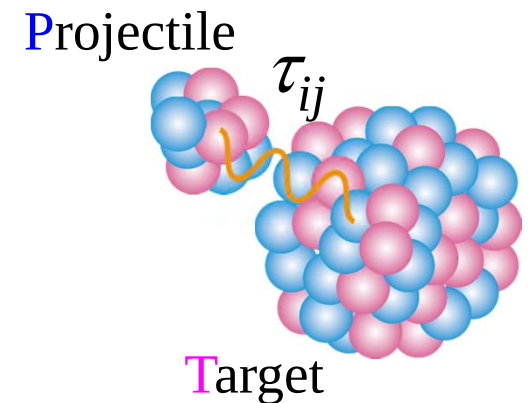
微視的反応論

✓ Multiple-scattering theory for nucleus-nucleus scattering



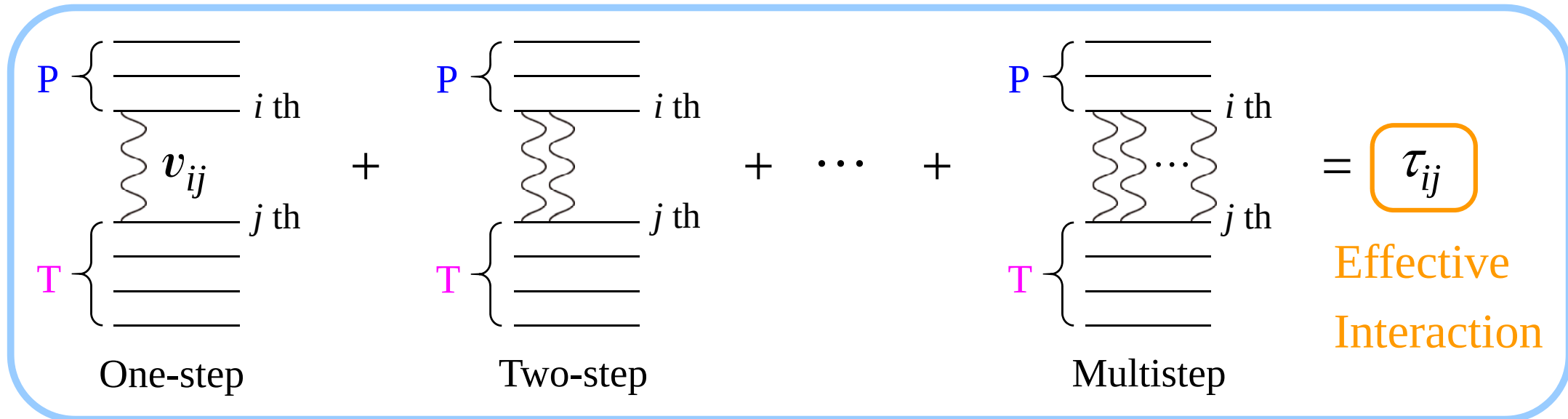
✓ Schrödinger equation

$$\left[K + h_P + h_T + \sum_{i \in P, j \in T} v_{ij} - E \right] \Psi = 0$$



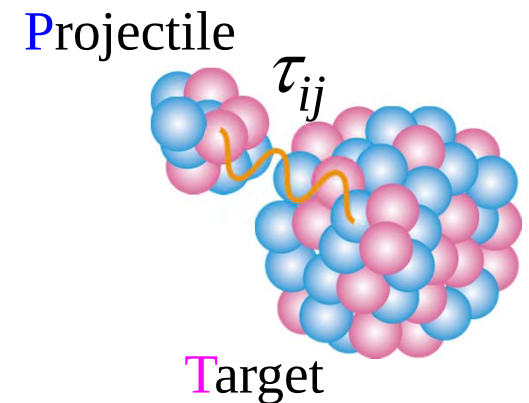
微視的反応論

✓ Multiple-scattering theory for nucleus-nucleus scattering



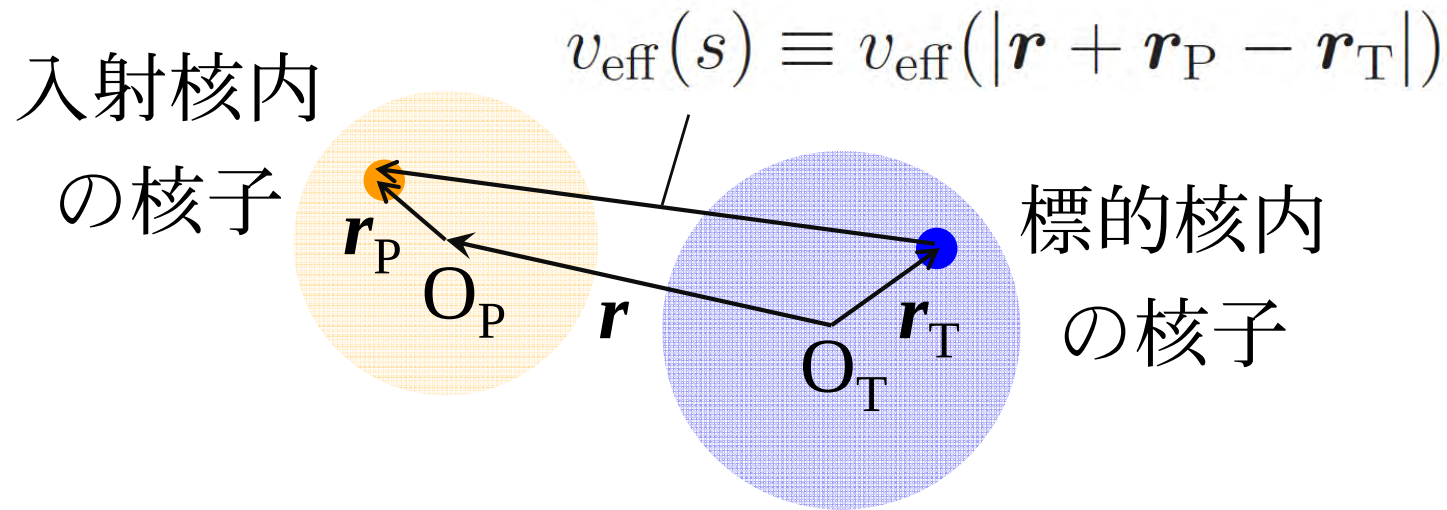
✓ Schrödinger equation with *resummation*

$$\left[K + h_P + h_T + \sum_{i \in P, j \in T} \tau_{ij} - E \right] \Psi = 0$$



2重畳み込みポテンシャル

2核子間有効相互作用の“期待値”を核間相互作用とする。



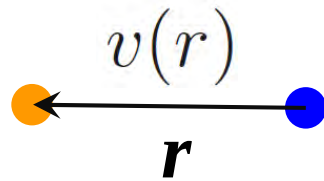
$$U(\mathbf{r}) = \int v_{\text{eff}}(s) \rho_P(\mathbf{r}_P) \rho_T(\mathbf{r}_T) d\mathbf{r}_P d\mathbf{r}_T$$

原子核の密度分布 $\rho_P(\mathbf{r}_P)$, $\rho_T(\mathbf{r}_T)$ は、核構造計算で求められる。

2核子間有効相互作用をどのようにして求めるかが(ここでの)問題。

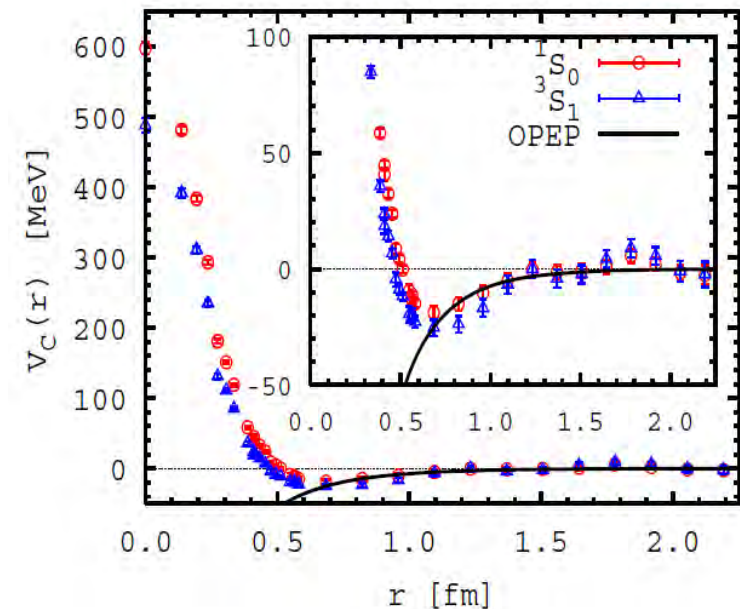
核力による2核子散乱の記述

2核子間にはたらく生の核力 v は非常に良くわかっているとする。
(例えばQCDから決定した v が使える)



シュレディンガー方程式

$$[T_r + v(r) - E] \psi(\mathbf{r}) = 0$$



N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, PRL**99**, 022001 (2007).

これを解けば、2核子間の相対波動関数 ψ が得られる。

ψ は核力の斥力芯を適切に扱えるほどに正確。

しかし、その正確さを核子多体計算で実現するのは困難。

2核子散乱を記述する有効相互作用

2核子間有効相互作用の定義

$$v(r)\psi(\mathbf{r}) = v_{\text{eff}}(r)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

自由波(平面波)に核力が無限次作用して正確な波動関数となるプロセスを、1回の相互作用で表現したもの。

(参考)

もとのシュレディンガー方程式と等価で、散乱の境界条件を取り入れたリップマン-シュウインガー方程式

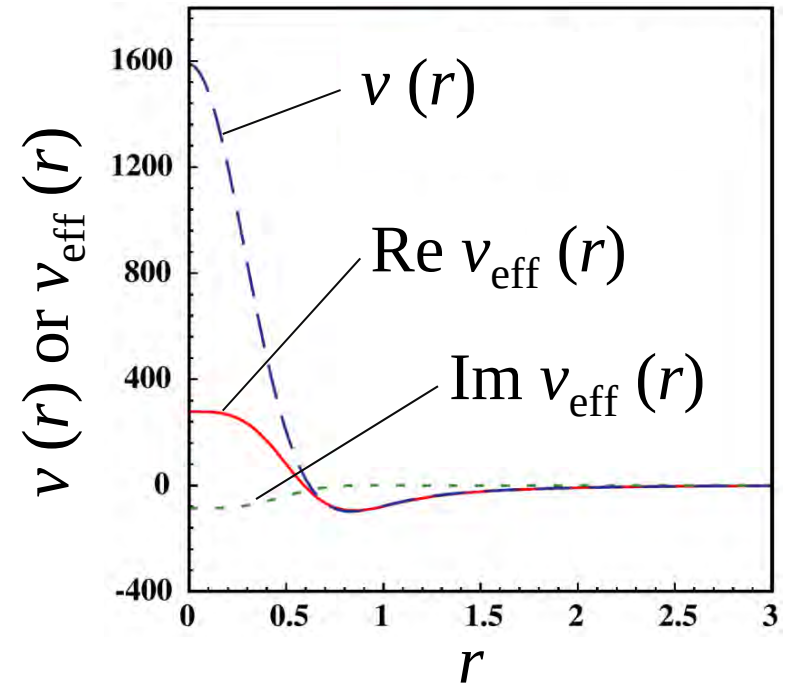
$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{r}) &= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \frac{1}{E - T_r + i\epsilon} v(r)\psi(\mathbf{r}) \\ &= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \frac{1}{E - T_r + i\epsilon} v(r) \left[e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \frac{1}{E - T_r + i\epsilon} v(r)\psi(\mathbf{r}) \right] = \dots\end{aligned}$$

有効核力の性質と多体補正

- 有効相互作用は斥力芯を持たず、扱いが容易(多体計算向き)。
- エネルギーに依存する複素ポテンシャル。

生の核力と有効核力の比較例

M. Yahiro, Minomo, O, Kawai, PTP120, 767 (2008).



- 原子核-原子核散乱に対応する有効相互作用の厳密計算は極めて困難であるが、**g 行列理論**を用いることで、原子核(有限密度系)の多体効果を近似的に取り入れる事が可能。

g行列

無限に広がった核物質(密度 ρ)の中での2核子間相互作用を、次のベーテ-ゴールドストーン方程式を解いて求める。

$$g(E, \rho) = v + v \frac{\overbrace{Q}^{\text{パウリの排他演算子}}}{\underbrace{E - K_0 - K_1 - U_0 - U_1}_{\text{一体ポテンシャル}} + i\varepsilon} g(E, \rho)$$

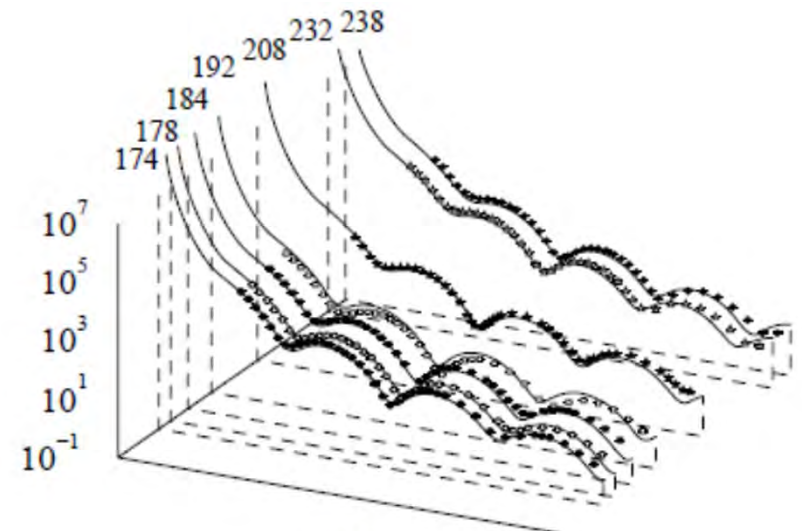
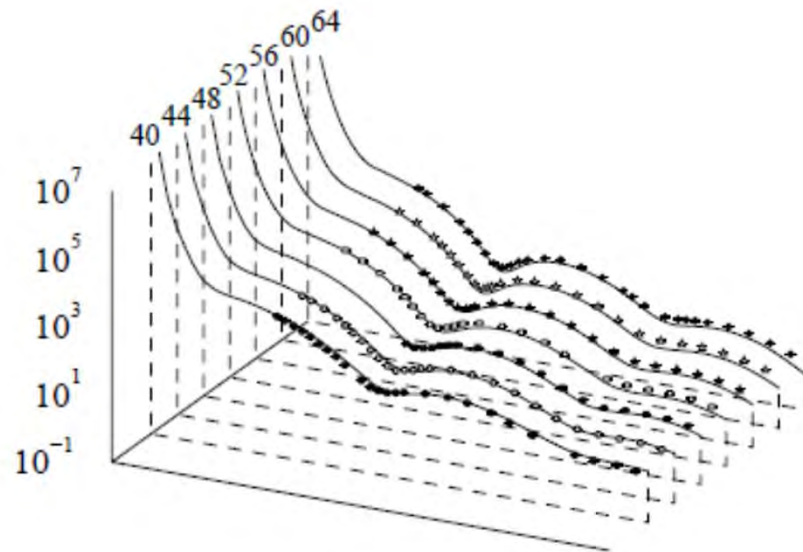
$$U_i = U(\mathbf{k}_i, E_i; \rho) = \sum_{k' \leq \overbrace{k_F}^{\text{フェルミ波数}} (\propto \rho^{1/3})} \langle \mathbf{k}_i, \mathbf{k}' | g(E_i + e') | \mathbf{k}_i, \mathbf{k}' \rangle$$

$$\equiv V(\mathbf{k}_i, E_i; \rho) + iW(\mathbf{k}_i, E_i; \rho)$$

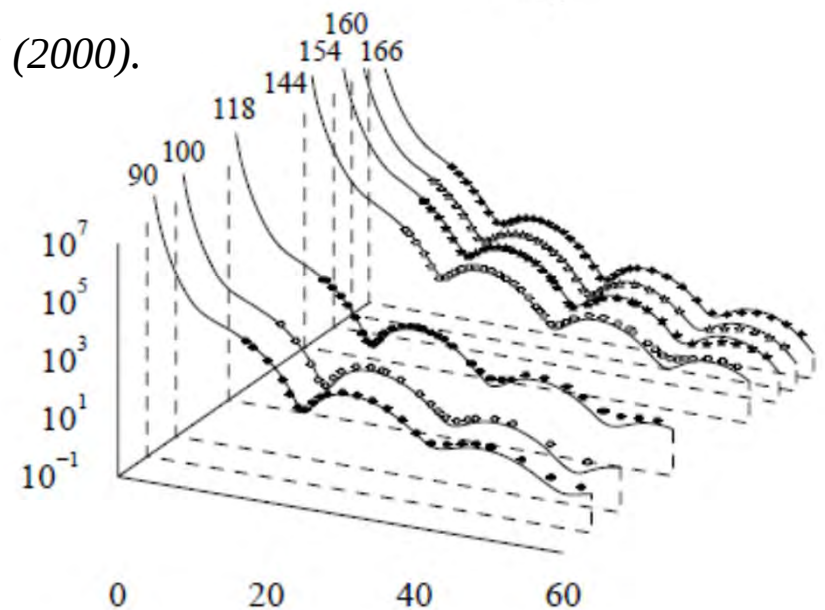
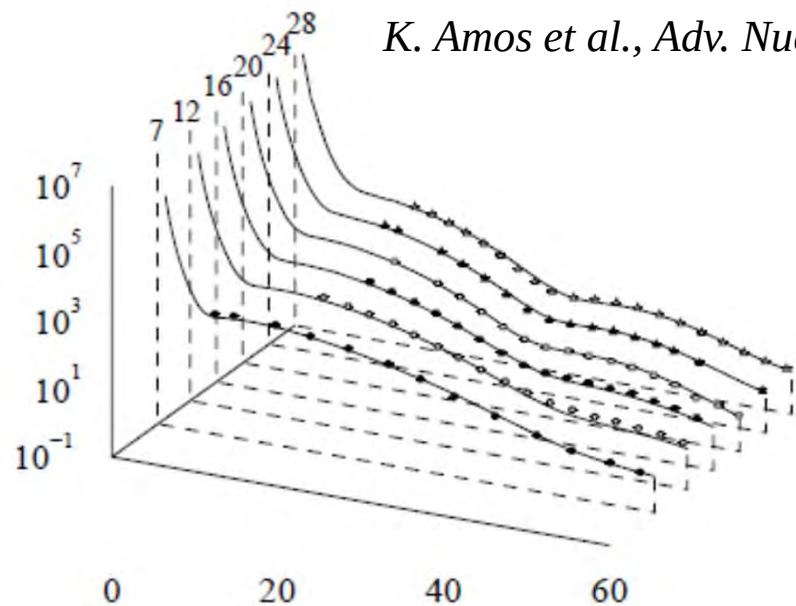
$$e' = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} + V(\mathbf{k}', e'; \rho) \quad E_i = \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m} + V(\mathbf{k}_i, E_i; \rho)$$

微視的反応計算の例(メルボルングループ)

65 MeV p-elastic cross sections as a function of the c.m. scattering angle



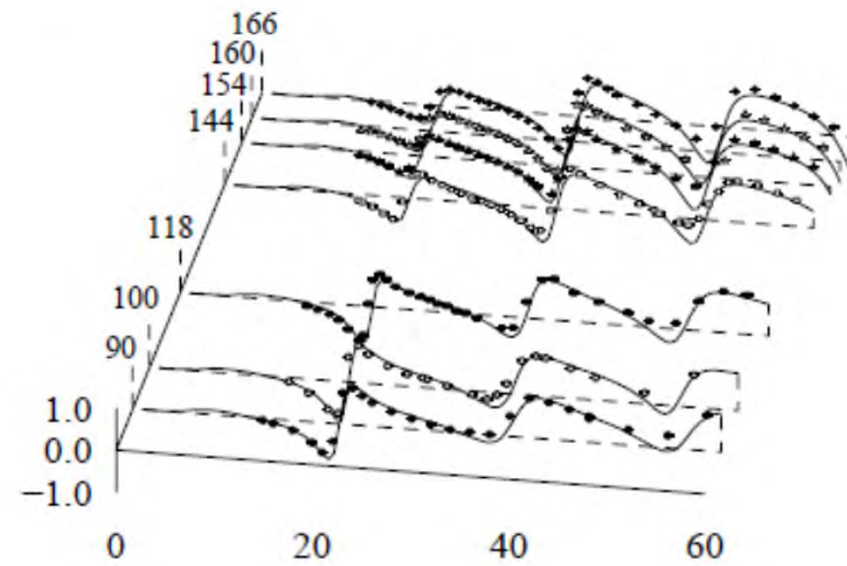
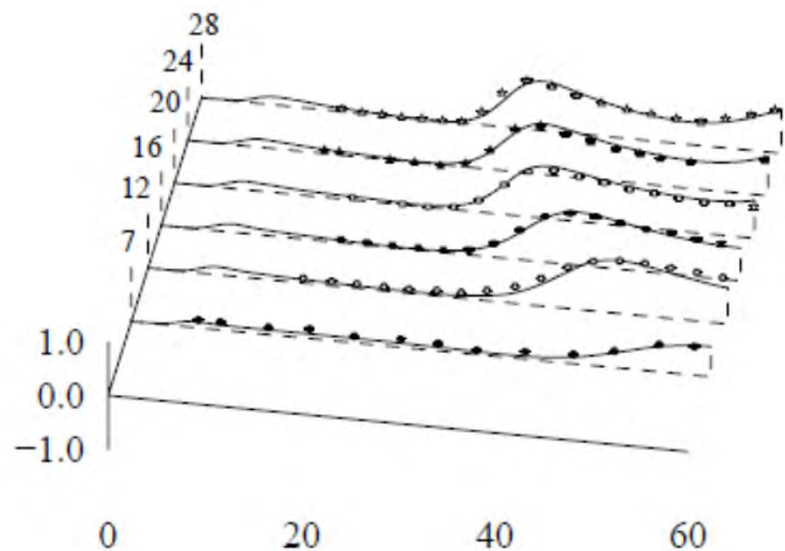
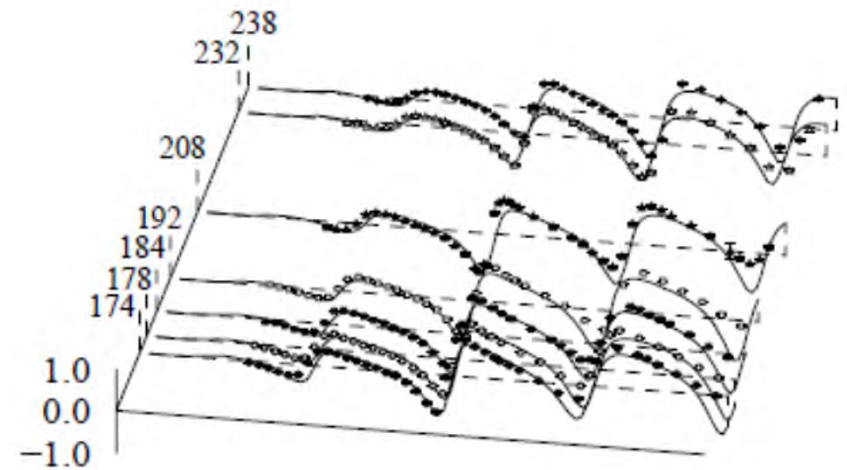
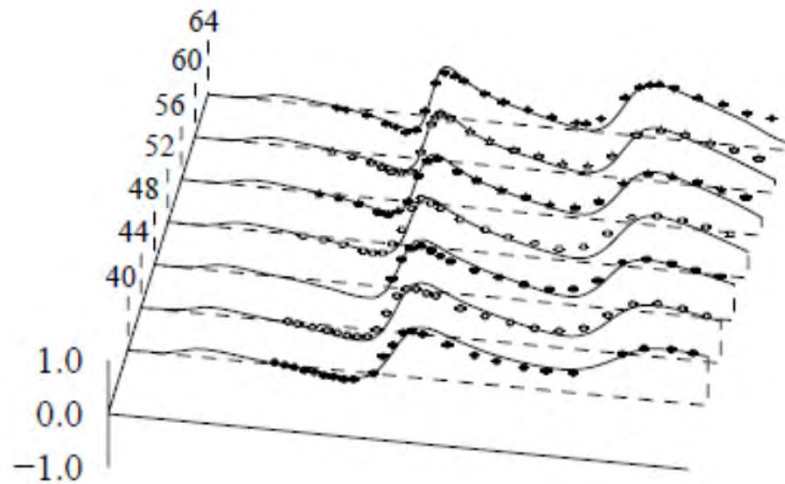
K. Amos et al., Adv. Nucl. Phys. 25, 275 (2000).



微視的反応計算の例(メルボルングループ)

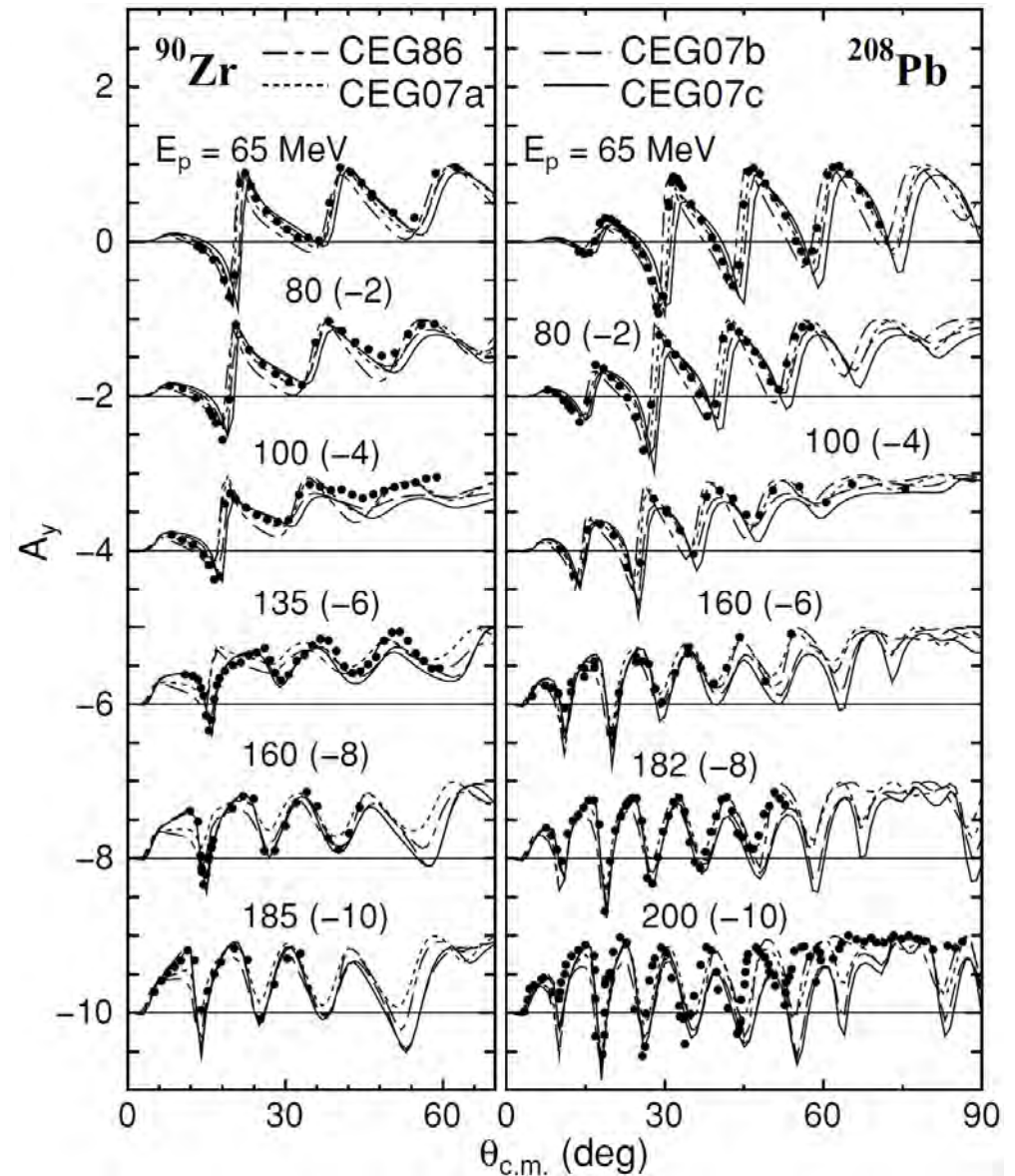
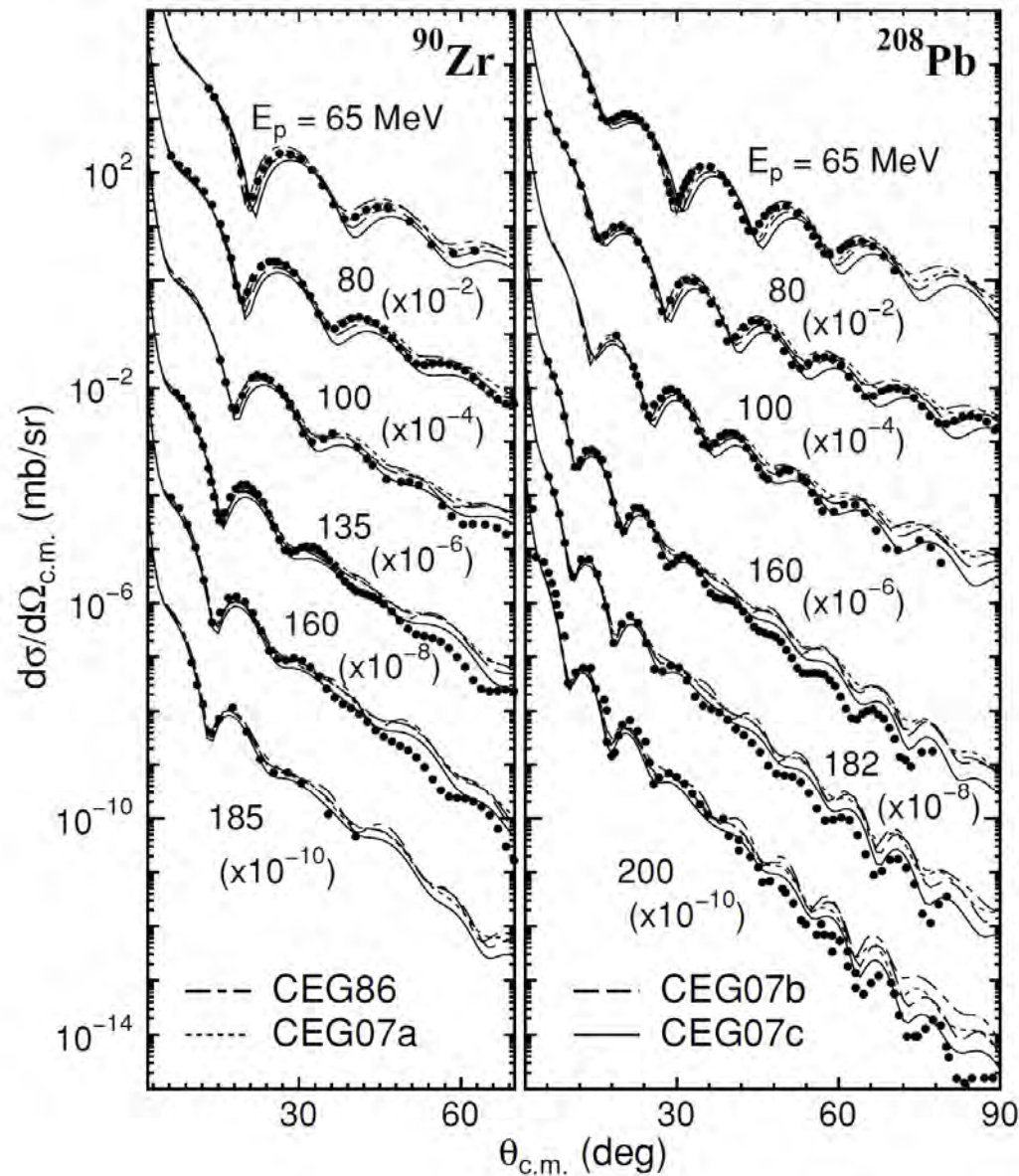
Corresponding analyzing power

K. Amos et al., Adv. Nucl. Phys. 25, 275 (2000).



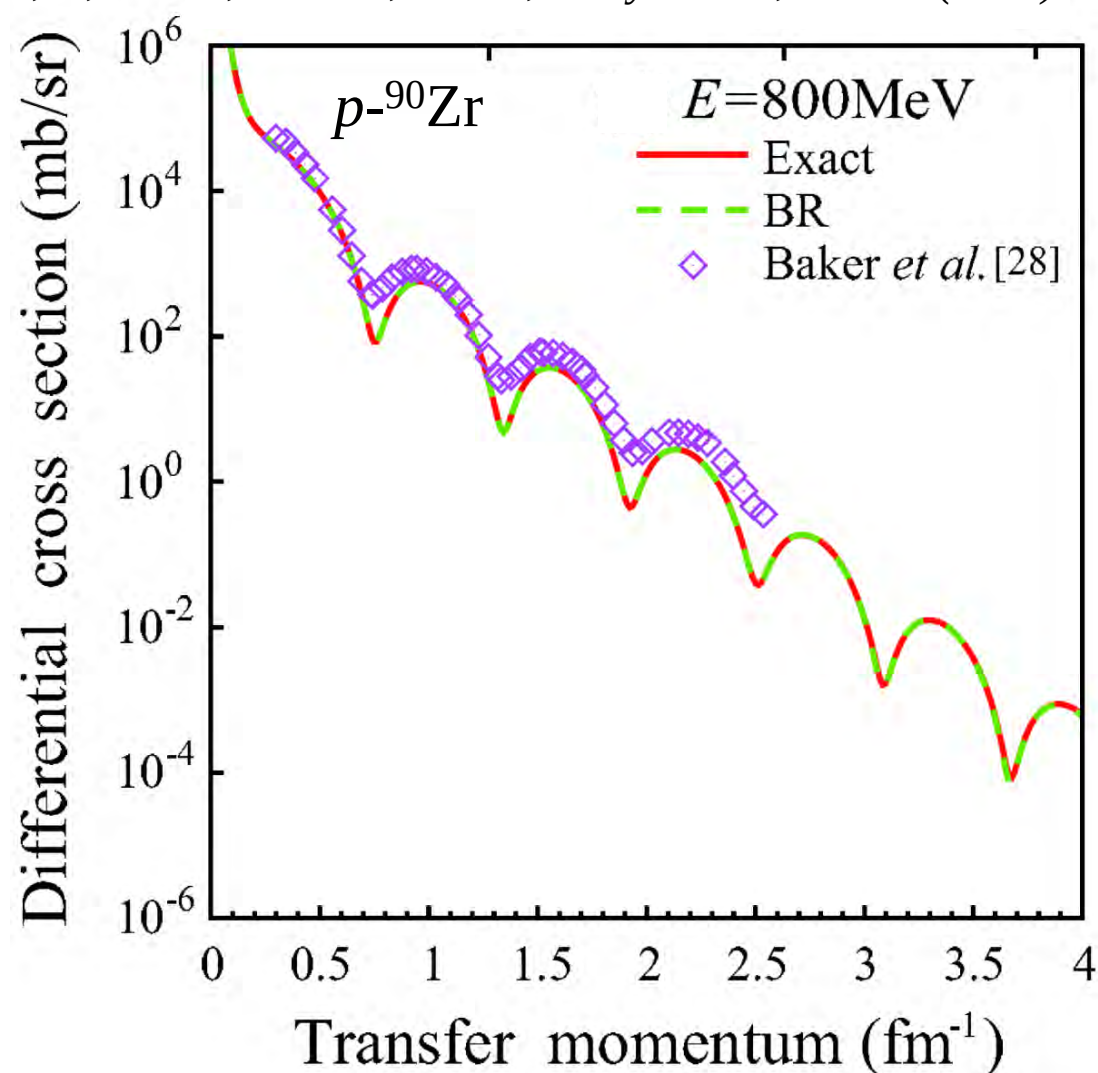
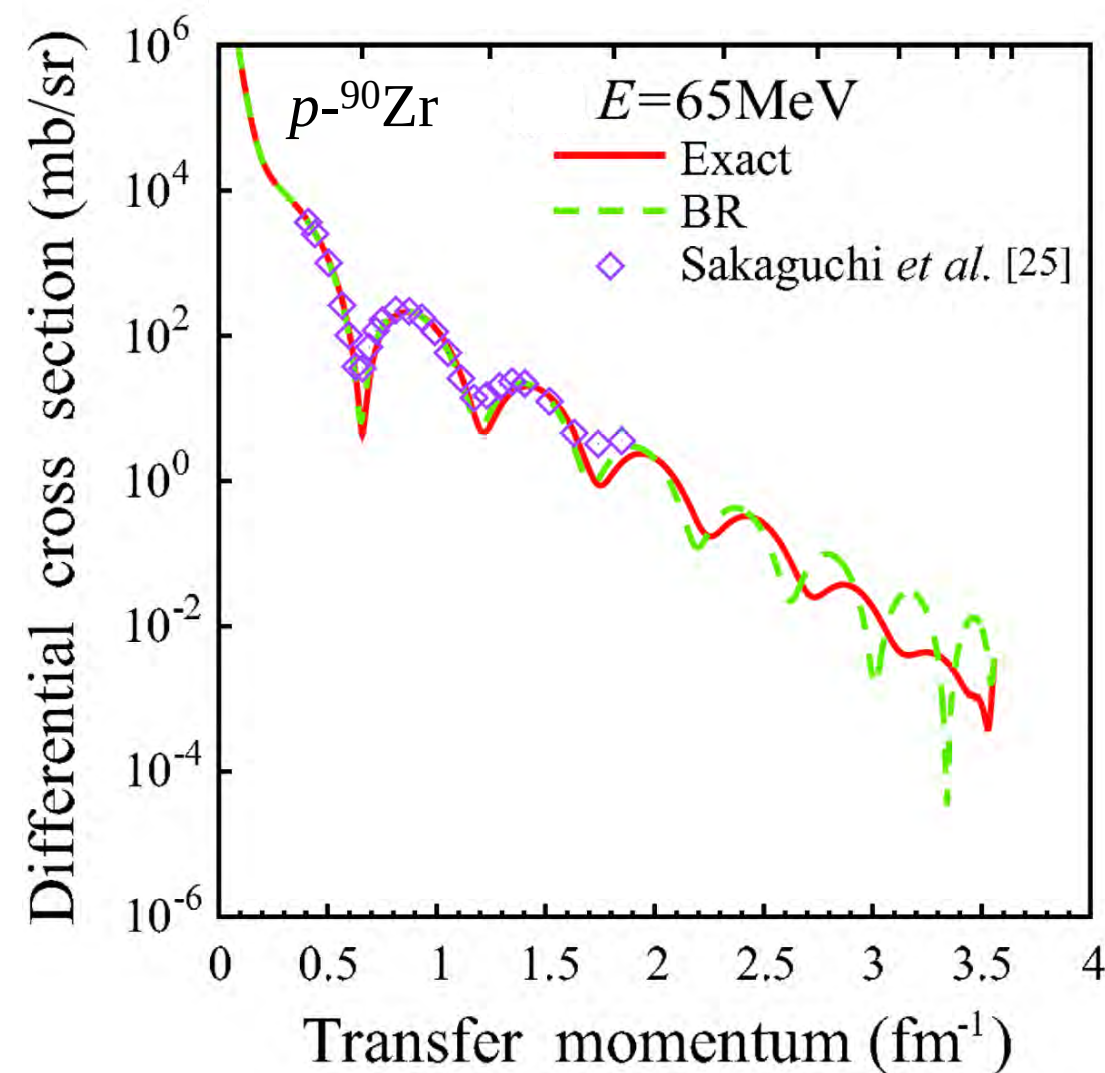
微視的反応計算の例(古本氏らのグループ)

T. Furumoto, Sakuragi, Yamamoto, Phys. Rev. C 78, 044610 (2007).



微視的反応計算の例(九大グループ)

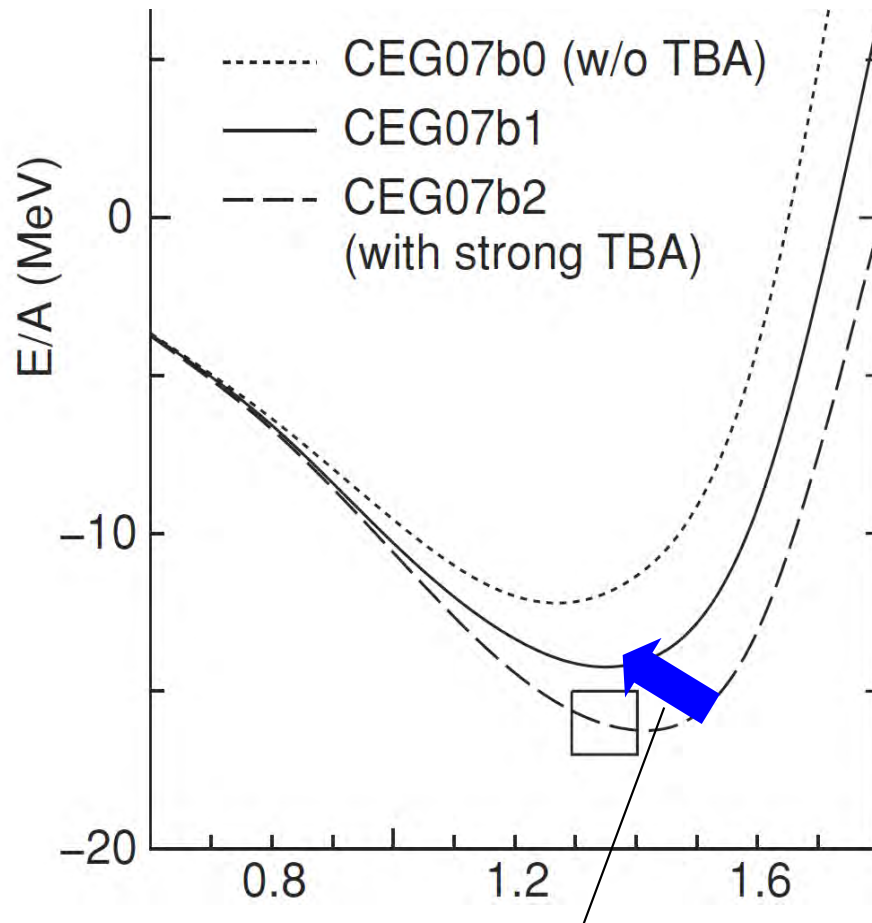
K. Minomo, O, Kohno, Shimizu, Yahiro, *J Phys. G* **37**, 085011 (2010).



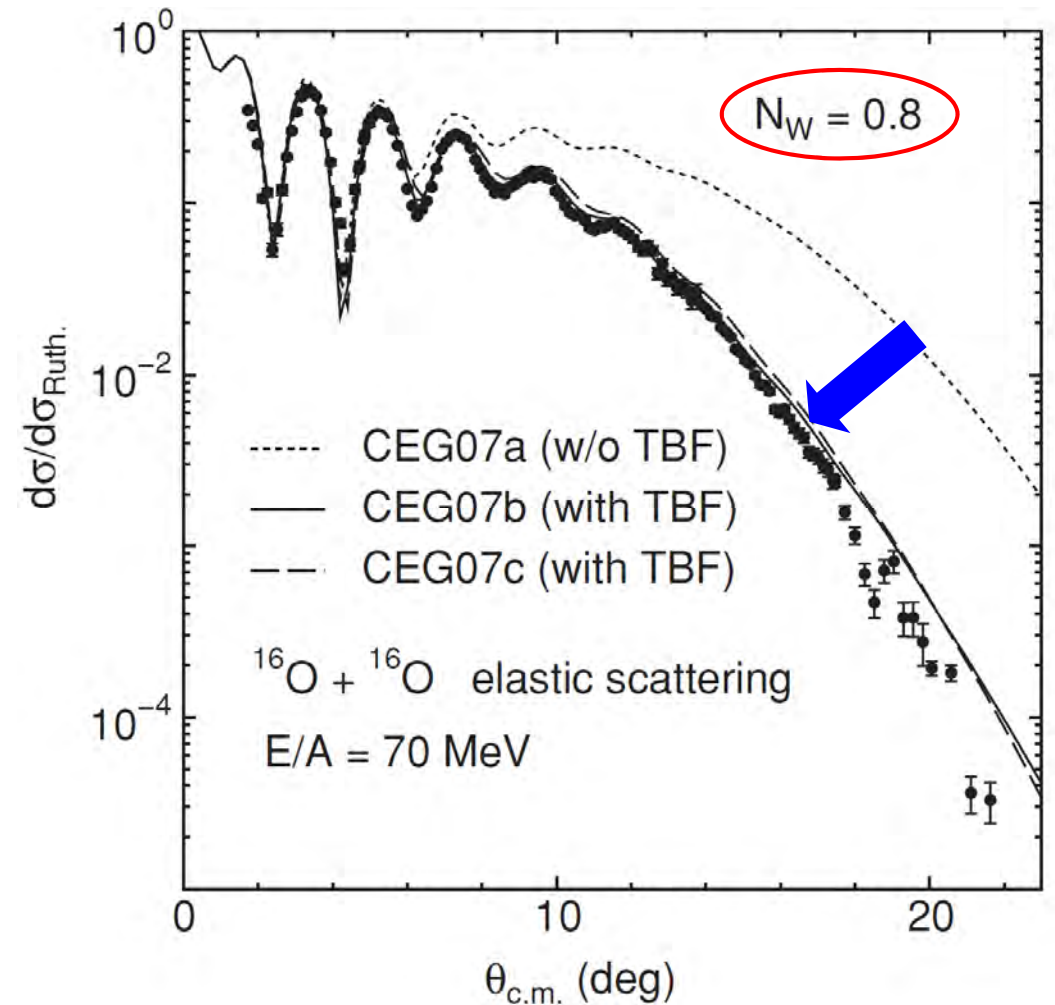
g 行列の反対称化項に対する近似的取り扱いの正当性を確認。

最近の大きな話題: 3体力

T. Furumoto, Sakuragi, Yamamoto, *Phys. Rev. C* **80**, 044614 (2009).

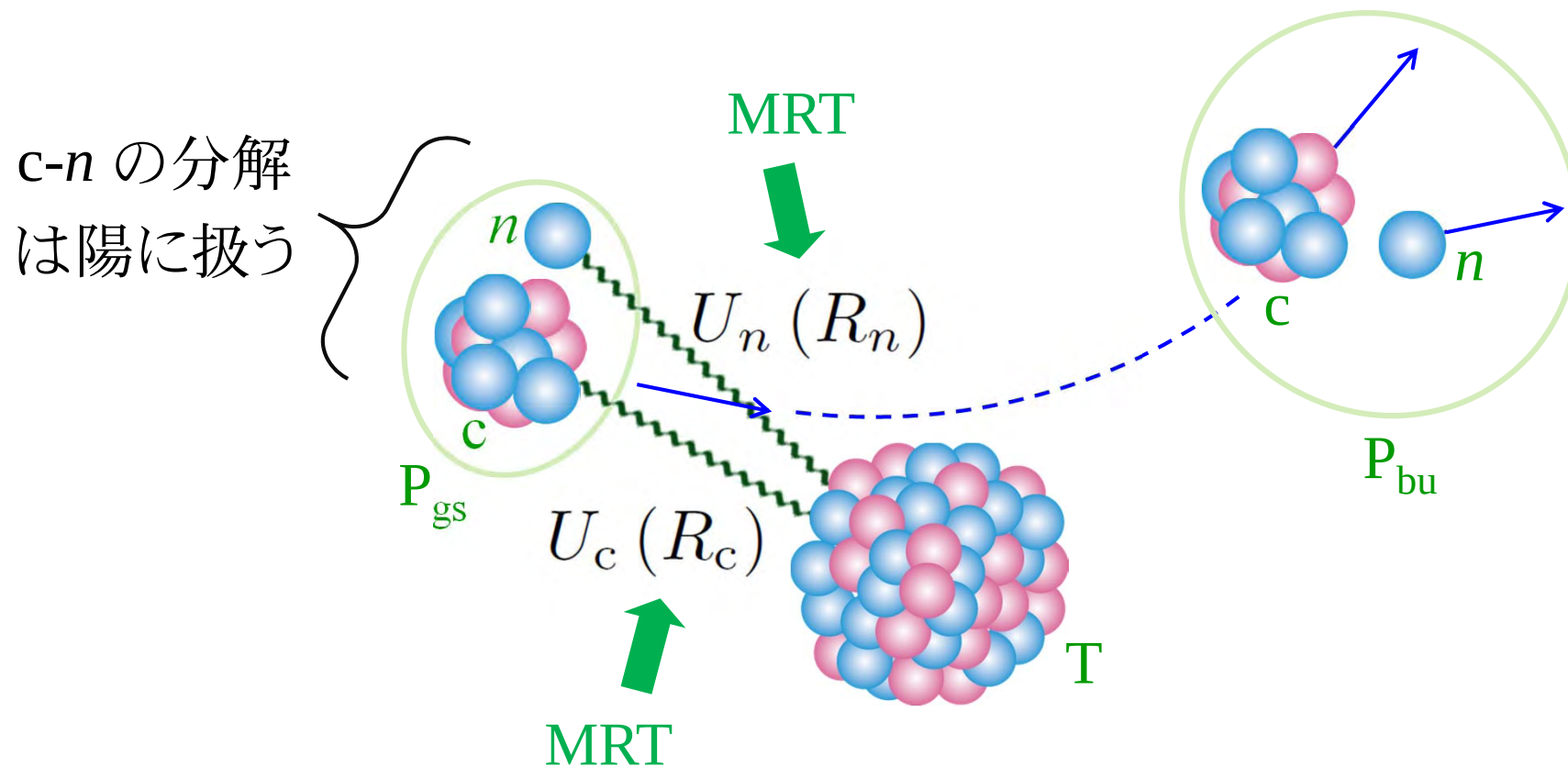


Saturation prop. の再現には
3体力の効果が重要



原子核-原子核反応でプローブ可能

Microscopic CDCC



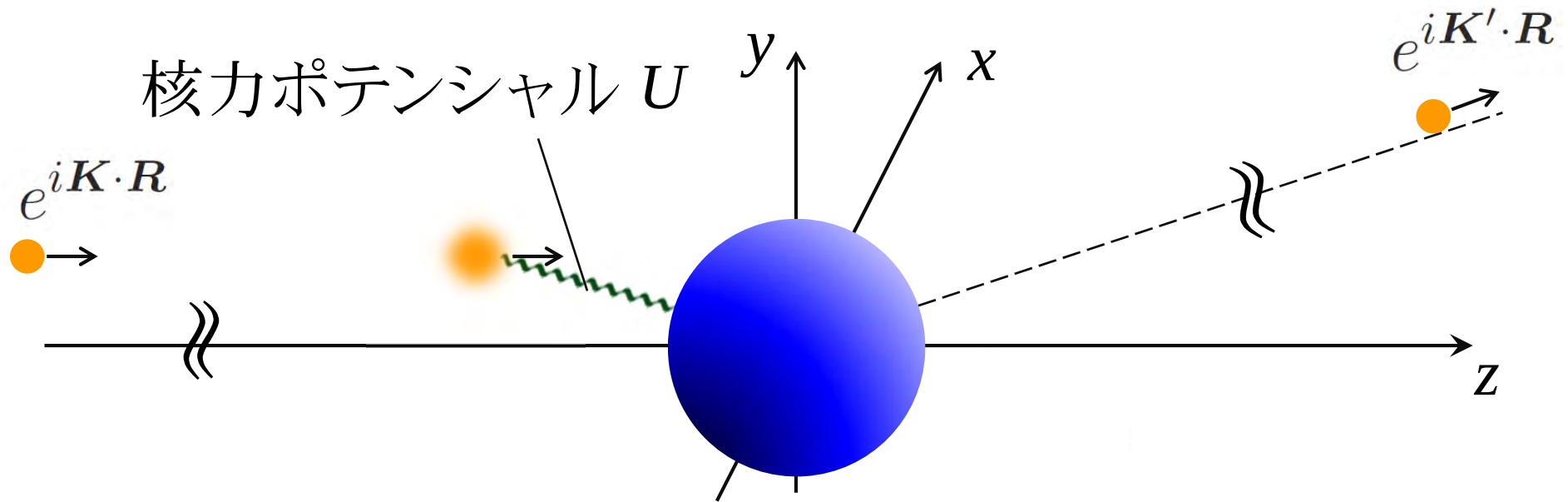
CDCCで取り扱うチャンネルを切り分け、それ以外の自由度は部分系の一体ポテンシャルで表し、これを微視的反応論(Microscopic Reaction Theory)に基づいて求める。

微視的反応論のまとめ

- 原子核-原子核散乱を記述する多重散乱理論を紹介した。
- 多重散乱理論の主要構成要素は、2核子間の相互作用を無限次くり込んだ有効相互作用である。
- 核内における有効相互作用は、近似的に g 行列理論によって求めることができ、高い成功を収めている。
- 核物質の密度の飽和性を再現するという意味での3体力効果が注目され、原子核反応での観測の可能性が示唆されている。
- (近似の範囲で)核力に正しく立脚した核反応論が構築され、微視的核反応研究は大きな潮流となっている。Lattice QCD によって得られた核力や3体力に基づく反応研究の萌芽が期待される。

4. アイコナール近似とチャネル結合法 の基礎

中性子と原子核の弾性散乱



遷移行列(T 行列)

$$T = \left\langle \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{K}' \cdot \mathbf{R}} | U | \chi(\mathbf{R}) \right\rangle$$

時間に依存しない
シュレディンガー
方程式の正しい解



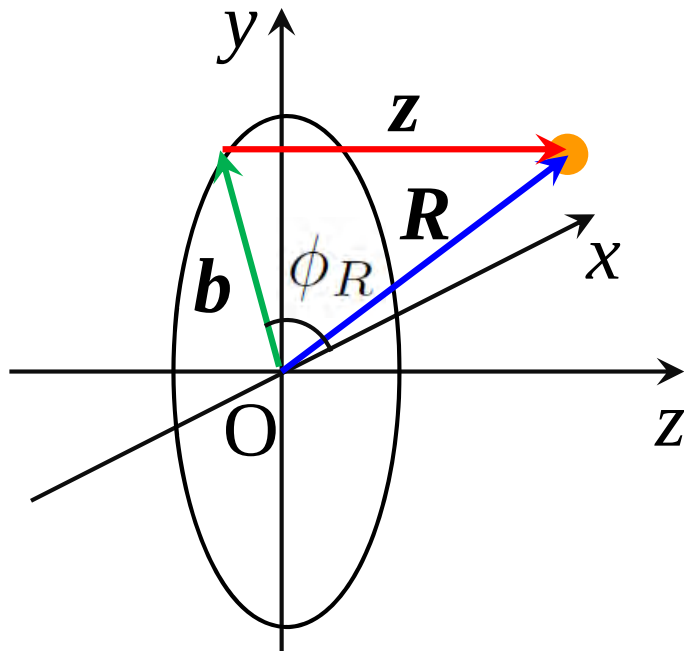
アイコナール近似

アイコナール近似による反応計算

シュレディンガー方程式は、ポテンシャルを U として、

$$[T_{\mathbf{R}} + U(\mathbf{R}) - E] \chi(\mathbf{R}) = 0$$

ただし $T_{\mathbf{R}}$ は運動エネルギー演算子、 E は散乱のエネルギー。



左図のような座標系(円筒座標系)で反応を記述する。



$$\nabla_{\mathbf{R}}^2 = \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial b} \left(b \frac{\partial}{\partial b} \right) + \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_R^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$d\mathbf{R} = b db d\phi_R dz.$$

アイコナール近似

中性子の散乱波に、以下の関数形を仮定(ϕ_R について対称とする)。

$$\chi(\mathbf{R}) = \psi(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})$$

シュレディンガー方程式に代入し、 $\nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi(b, z) \approx 0$ と近似する。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_n} 2iK \frac{\partial}{\partial z} + U(R) \right] \psi(b, z) = 0$$

中性子の速さを $v_n = \frac{\hbar K}{m_n}$ とすると、

$$\frac{\partial}{\partial z} \psi(b, z) = \frac{1}{i\hbar v_n} U(b, z) \psi(b, z)$$

これが、解くべき散乱のシュレディンガー方程式。

アイコナール方程式の解

$$\frac{\partial}{\partial z} \psi(b, z) = \frac{1}{i\hbar v_n} U(b, z) \psi(b, z)$$

変数分離形の微分方程式なので、容易に解くことができる。

$$\psi(b, z) = C \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right]$$

反応の初期条件 $\lim_{z \rightarrow -\infty} \psi(b, z) = 1$ (波動関数 $\rightarrow$ 平面波) $\rightarrow C = 1$.

アイコナール波動関数

$$\chi^{\text{EK}}(b, z) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right] \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})$$

アイコンール近似について

元々は、幾何光学の分野で用いられていた手法。アイコンール (eikonal) の eikon は、ギリシャ語で image (映像) や representation (表象)。宗教用語のアイコンやパソコン用語のアイコンも同じ語源。



キリスト教のアイコン「生神女」



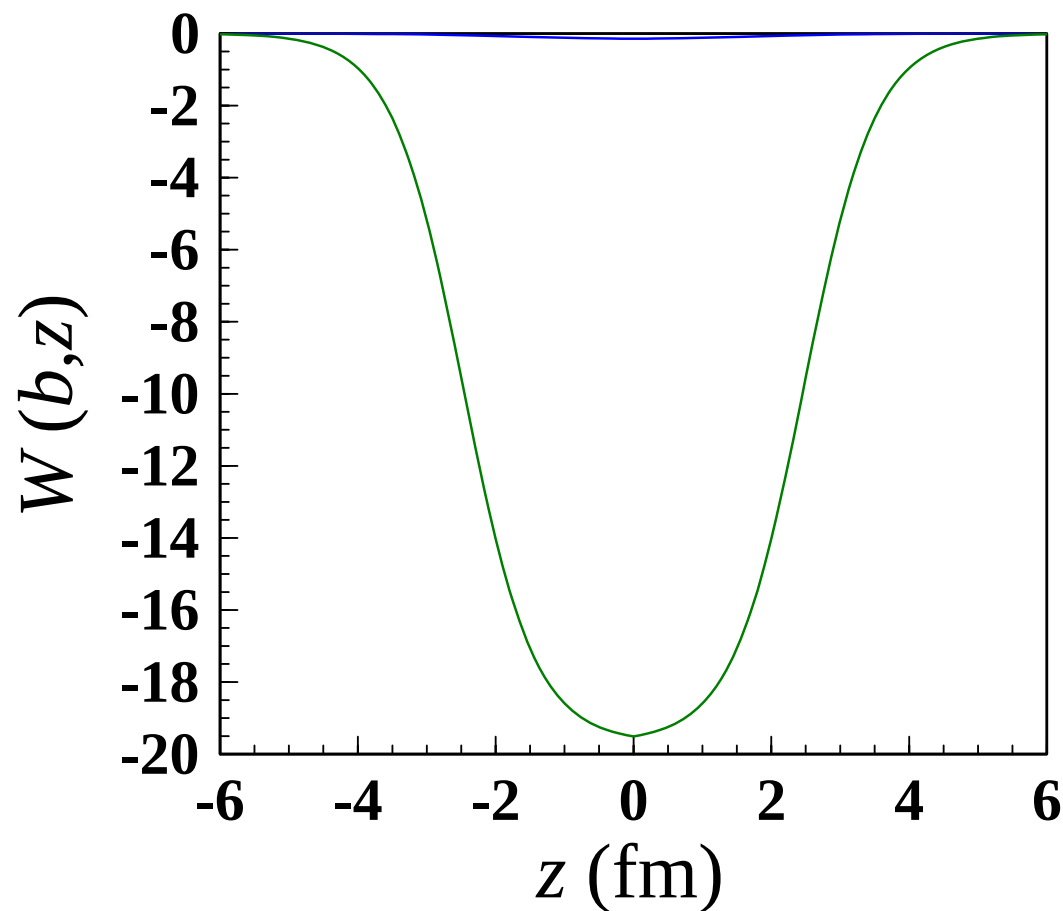
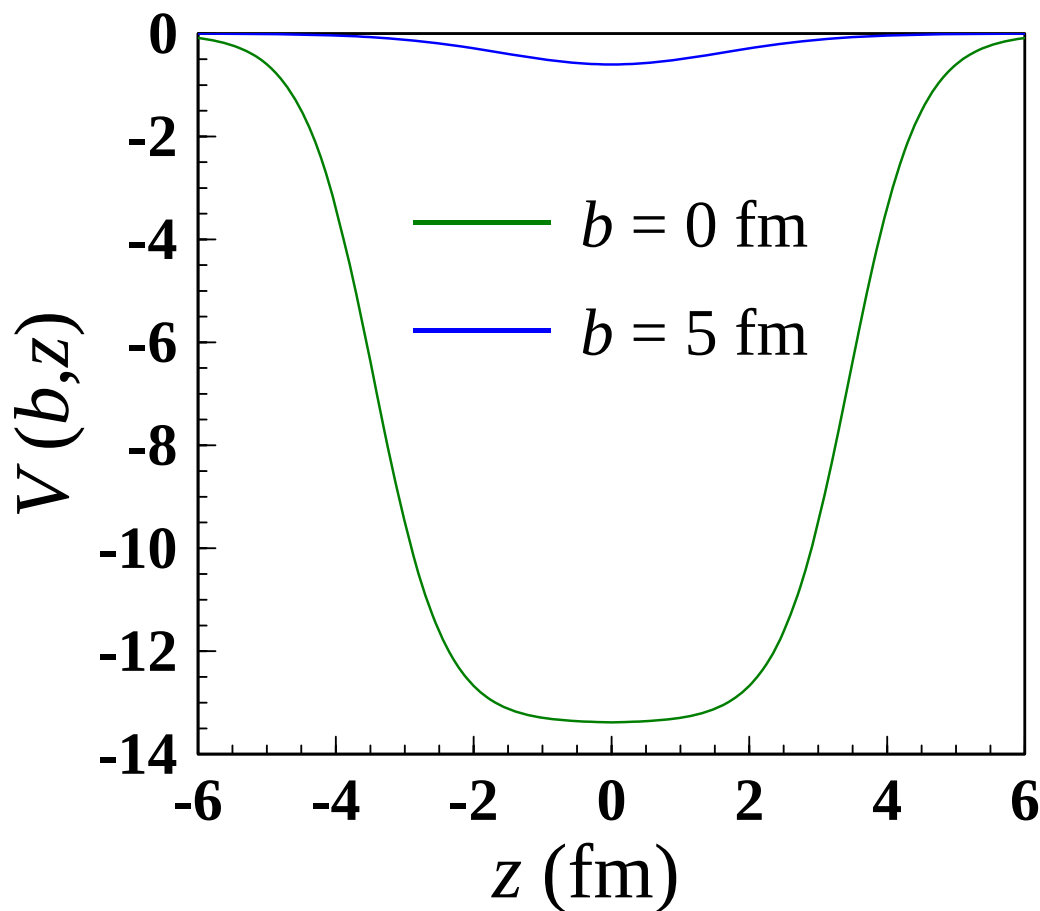
無料アイコン詰め合わせ(Iconica)

光学ポテンシャル(ウッズ-サクソン型)

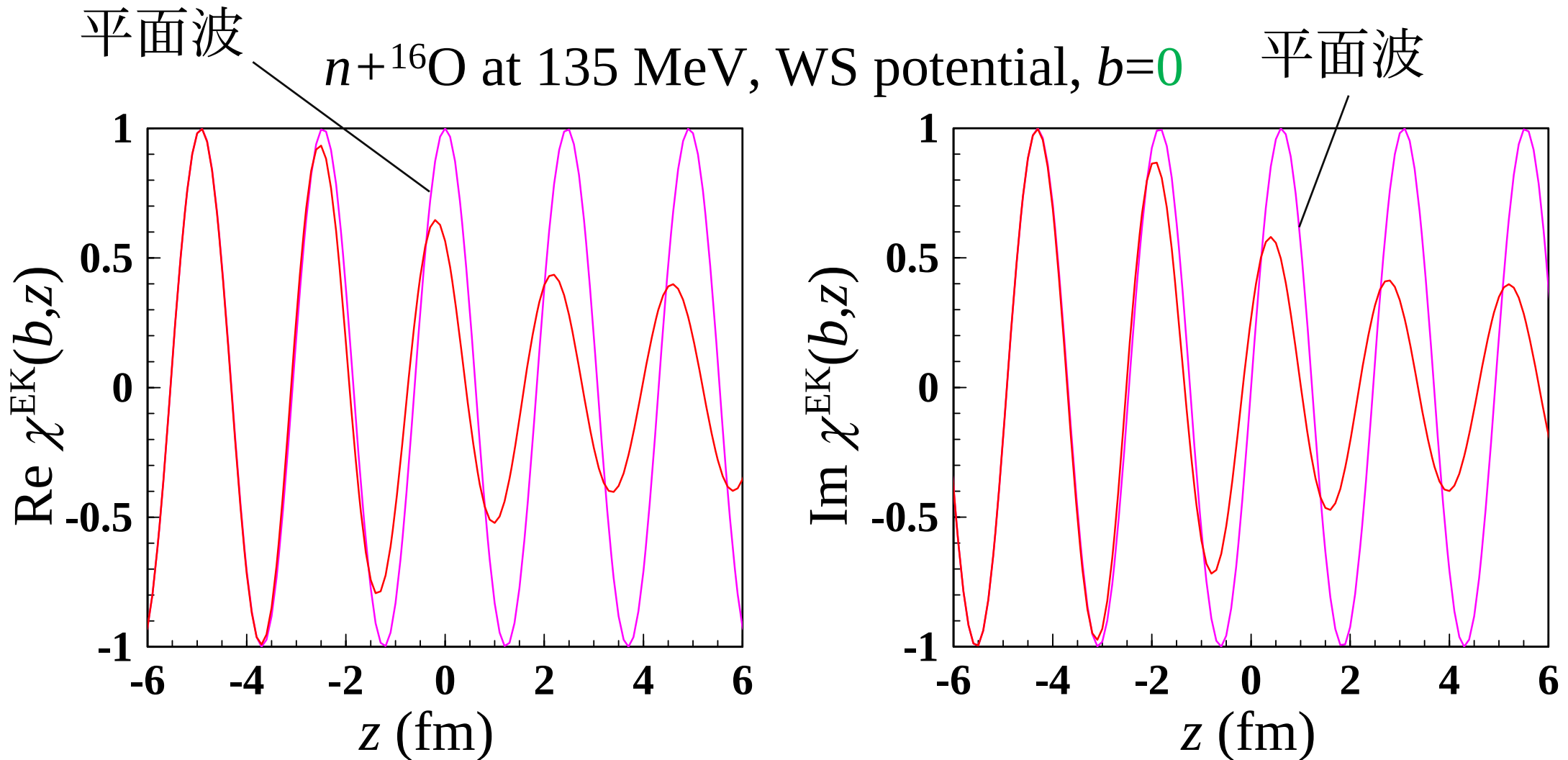
$n+^{16}\text{O}$ at 135 MeV: $U(R) = V(R) + iW(R)$

パラメータ: $V_0 = 13.5$ MeV, $R_0 = 3.45$ fm, $a_0 = 0.507$ fm,

$W_0 = 19.67$ MeV, $R_w = 2.47$ fm, $a_w = 0.516$ fm.



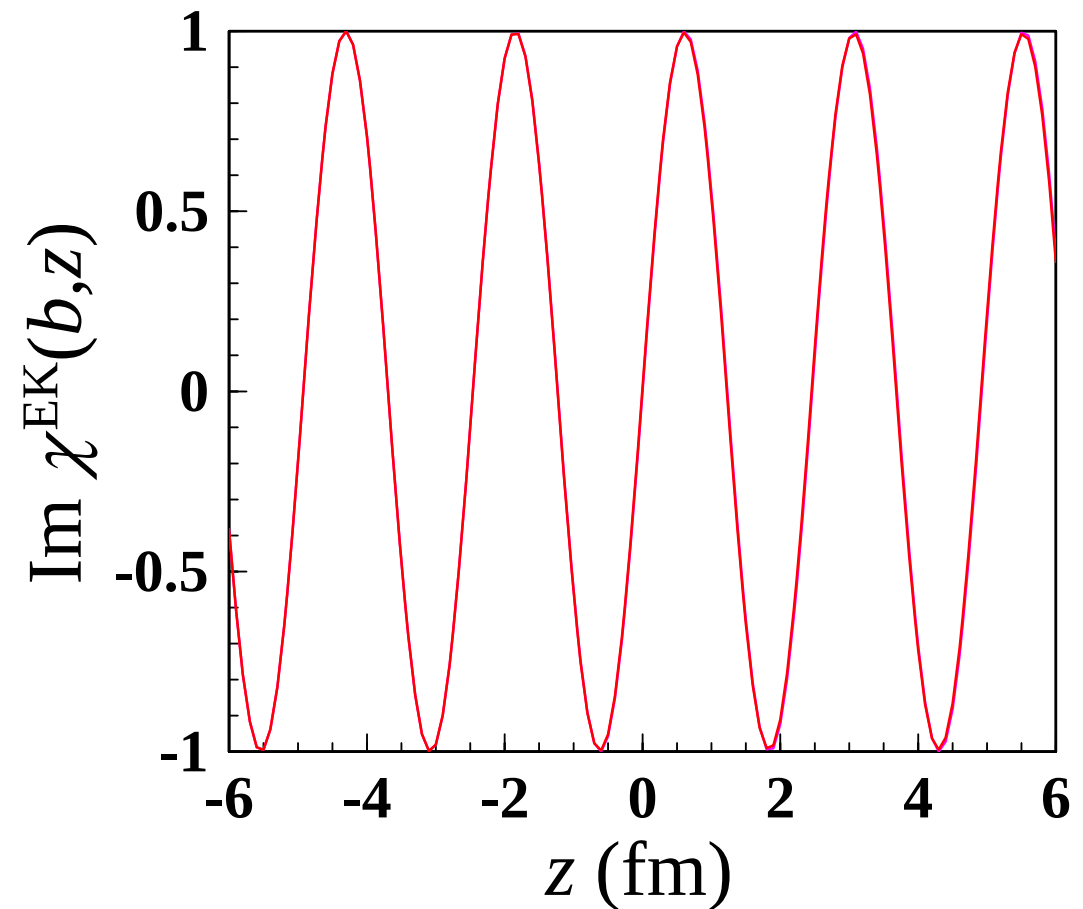
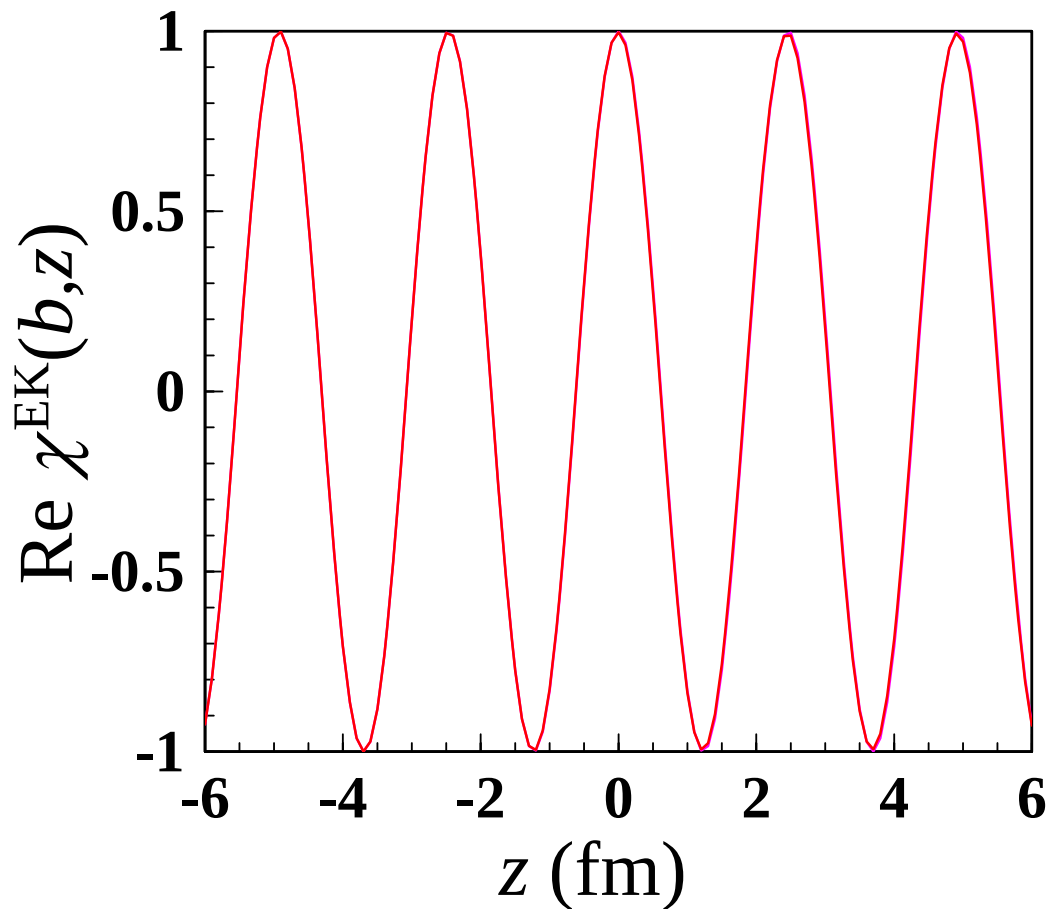
アイコナル波動関数



- ・ 吸収によって、**振幅が減少**する(虚数部 W の効果)。
- ・ ポテンシャルに引き込まれ、**波長が短く**なる(実数部 V の効果)。

アイコナル波動関数(その2)

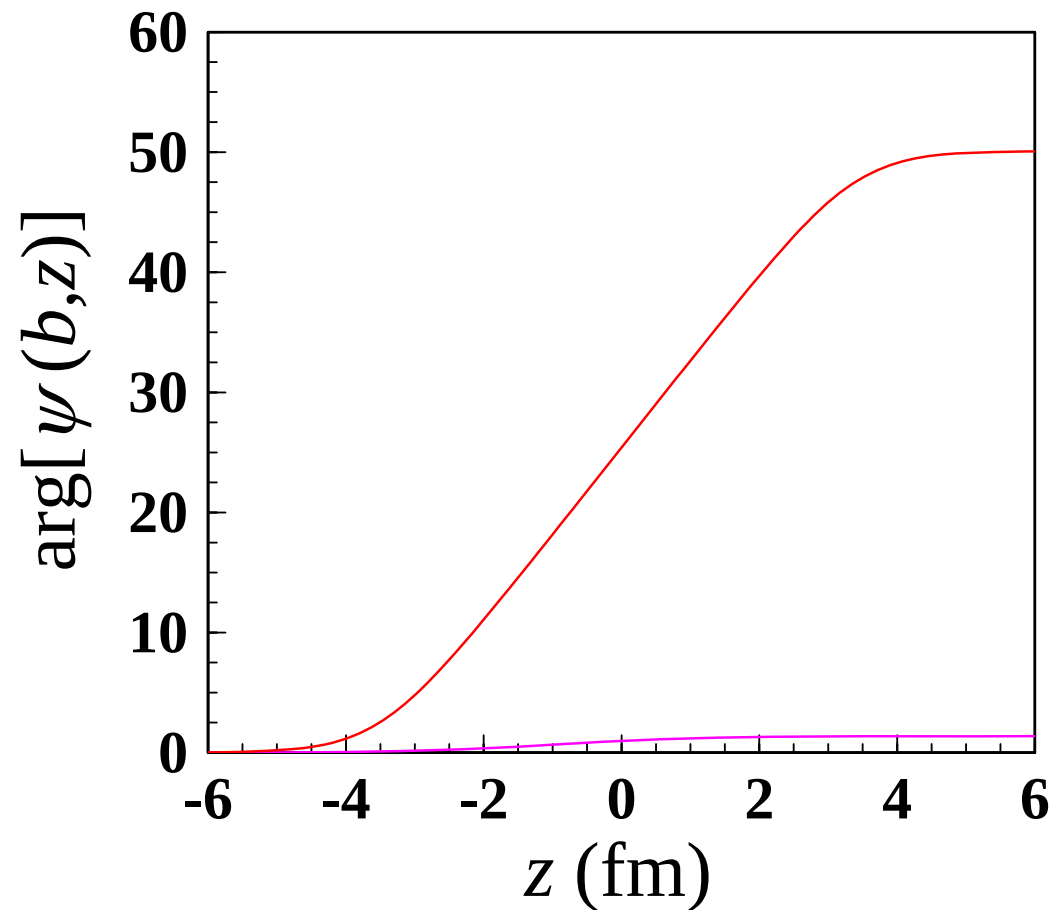
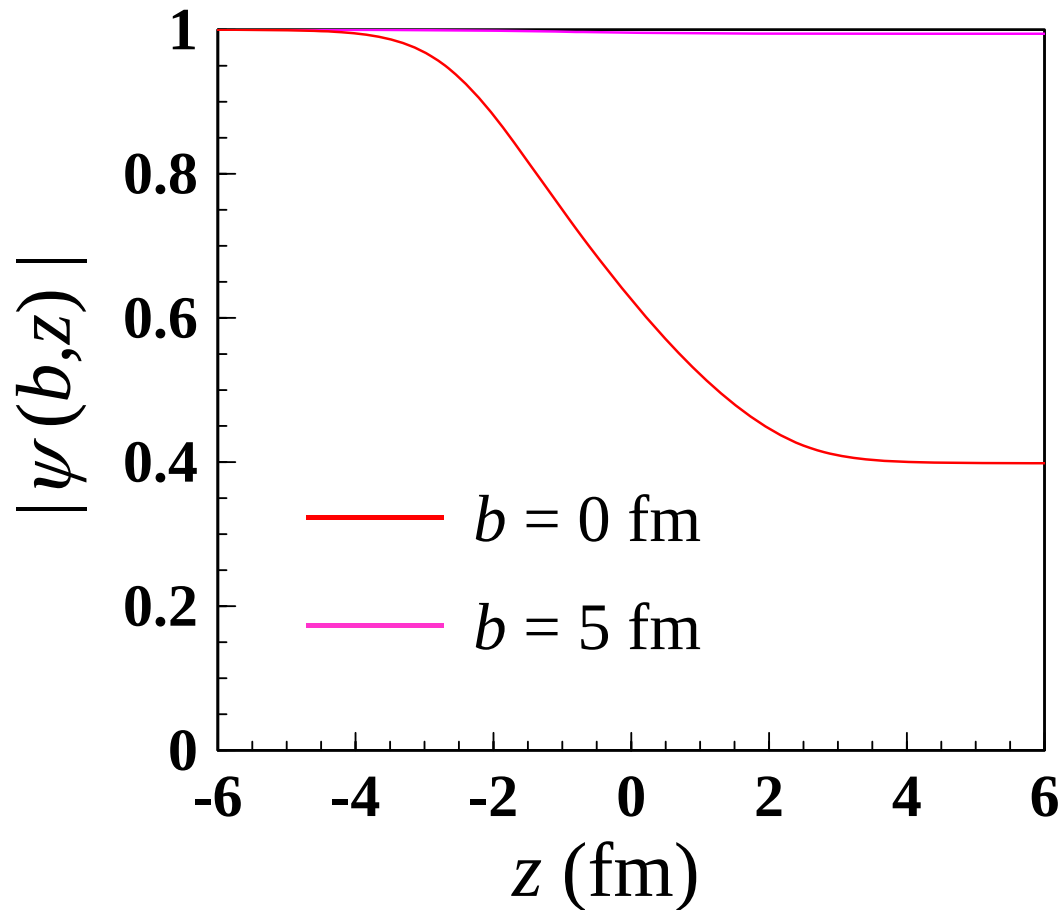
$n+^{16}\text{O}$ at 135 MeV, WS potential, $b=5$



- ・ポテンシャルの影響は無視できる。
- ・入射波は、平面波のまま伝播する。

アイコナル波動関数の絶対値と位相

$n+^{16}\text{O}$ at 135 MeV, WS potential



- ・ 吸収によって、振幅が減少する(虚数部 W の効果)。
- ・ ポテンシャルに引き込まれ、波長が短くなる(実数部 V の効果)。

アイコナール近似＝直線近似？

$$\frac{\partial}{\partial z} \psi(b, z) = \frac{1}{i\hbar v_n} U(b, z) \psi(b, z)$$

この方程式は z に関する微分方程式であり、方程式を解く間、 b は変化しない。→ b は動的変数ではなく、ただのパラメータ。



粒子は、 z 軸に沿って運動しているように見える。

しかし、 $\psi(b, z)$ が b に依存するということは、波動関数の流束(確率の流れ密度)は、一般に b 成分を持つということ。



アイコナール近似は直線近似ではない！

(直線的近似ならOKかも...)

アイコナール波動関数の流束

$$\chi^{\text{EK}}(b, z) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar v} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right] \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iKz}$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{R}) = \text{Re} \frac{\hbar}{mi} \chi^{\text{EK}*}(b, z) \nabla \chi^{\text{EK}}(b, z), \quad \nabla = \mathbf{e}_b \frac{\partial}{\partial b} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$j_b(\mathbf{R}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{\hbar}{m} \left[\exp \left[\frac{2}{\hbar v} \int_{-\infty}^z W(b, z') dz' \right] \right] \left[\frac{-1}{\hbar v} \int_{-\infty}^z \frac{\partial}{\partial b} V(b, z') dz' \right]$$

吸収の効果

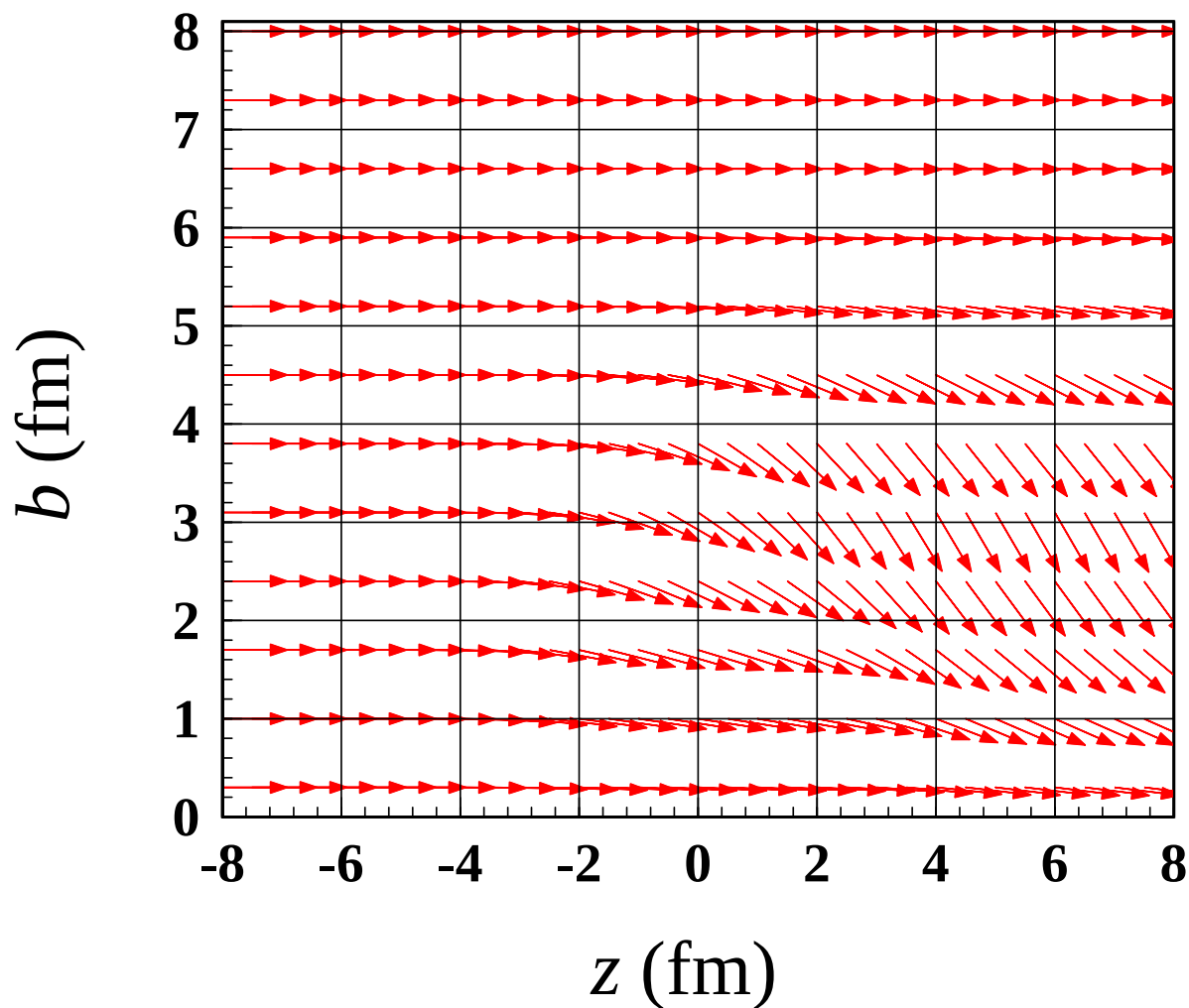
屈折の効果

$$j_z(\mathbf{R}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{\hbar}{m} \left[\exp \left[\frac{2}{\hbar v} \int_{-\infty}^z W(b, z') dz' \right] \right] \left(K \left[-\frac{V(b, z)}{\hbar v} \right] \right)$$

エネルギー保存の効果

アイコナル波動関数の流束(計算結果)

$n+^{16}\text{O}$ at 135/10 MeV, WS potential (pure real)



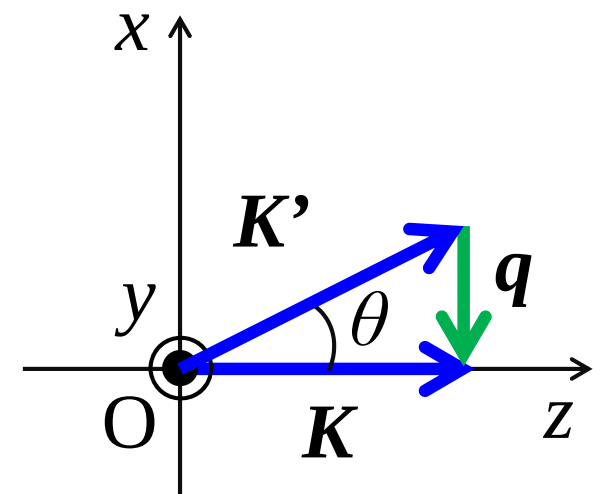
微分断面積の計算

遷移行列: $T^{\text{EK}} = \left\langle \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{K}' \cdot \mathbf{R}} |U(b, z)| \chi^{\text{EK}}(b, z) \right\rangle$



$$T^{\text{EK}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}} U(b, z) \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right] d\mathbf{R}$$

ただし $\mathbf{q} = \mathbf{K} - \mathbf{K}'$ ($q = 2K \sin(\theta/2)$). 散乱が前方に限られると仮定する(前方散乱近似)と、 $\mathbf{q}$ は x 軸と反平行とみなせる。一方、 $\mathbf{R}$ の x 成分は $b \cos \phi_R$ であるから、 $\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} \approx -qb \cos \phi_R$.



よって、被積分関数で z に依存するのは

$$U(b, z) \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right]$$

微分断面積の計算(つづき)

$$\frac{\partial}{\partial z} \psi(b, z) = \frac{1}{i\hbar v_n} U(b, z) \psi(b, z)$$



$$U(b, z) \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right] = i\hbar v_n \frac{\partial}{\partial z} \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right]$$

$$\therefore i\hbar v_n \left(\exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^{\infty} U(b, z') dz' \right] - 1 \right) \equiv i\hbar v_n [S^{\text{EK}}(b) - 1]$$

アイコナル S 行列

$$S^{\text{EK}}(b) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^{\infty} U(b, z') dz' \right] = \lim_{z \rightarrow \infty} \psi(b, z)$$

微分断面積の計算(さらにつづき)

$$T^{\text{EK}} \approx \frac{i\hbar v_n}{(2\pi)^3} \int e^{-iqb \cos \phi_R} [S^{\text{EK}}(b) - 1] b db d\phi_R.$$

積分公式

$$\int_0^{2\pi} e^{-iqb \cos \phi_R} d\phi_R = 2\pi \boxed{J_0(qb)} = 2\pi J_0 \left(\boxed{2bK \sin \frac{\theta}{2}} \right)$$

0次のベッセル関数 $\sim bK\theta$

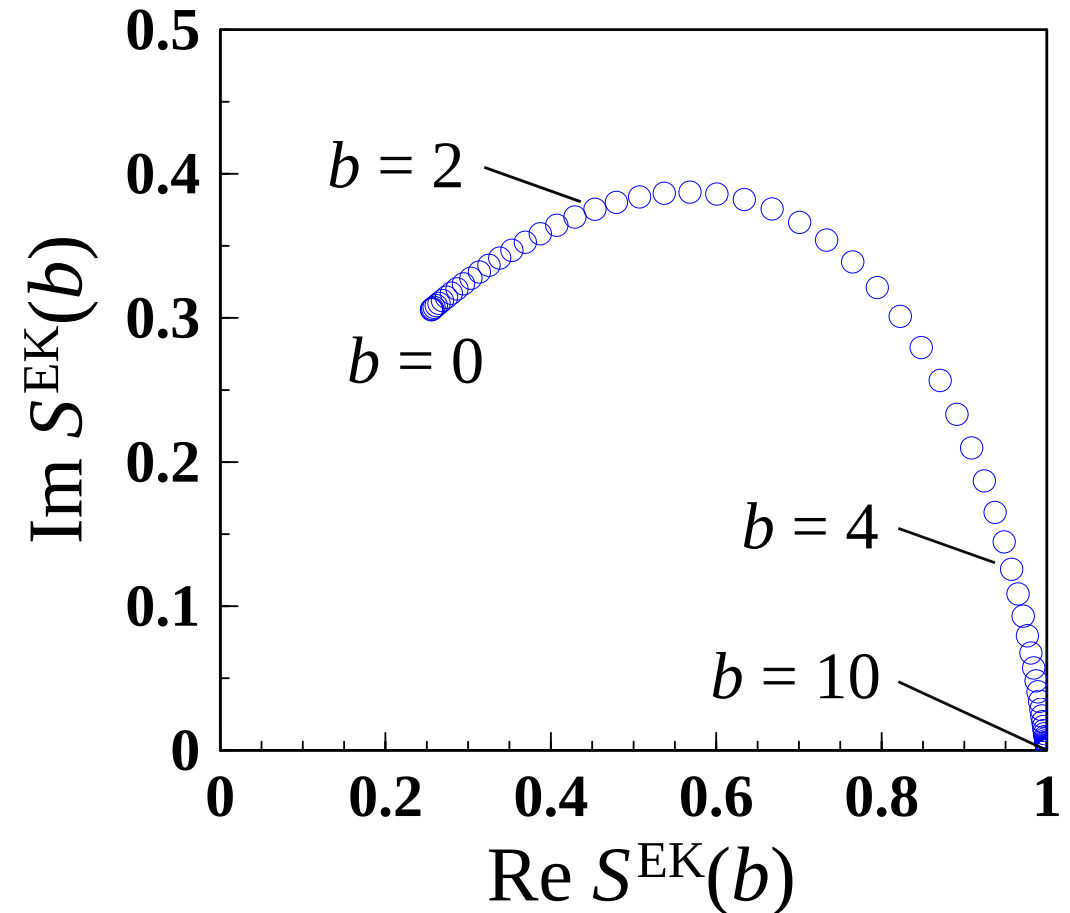
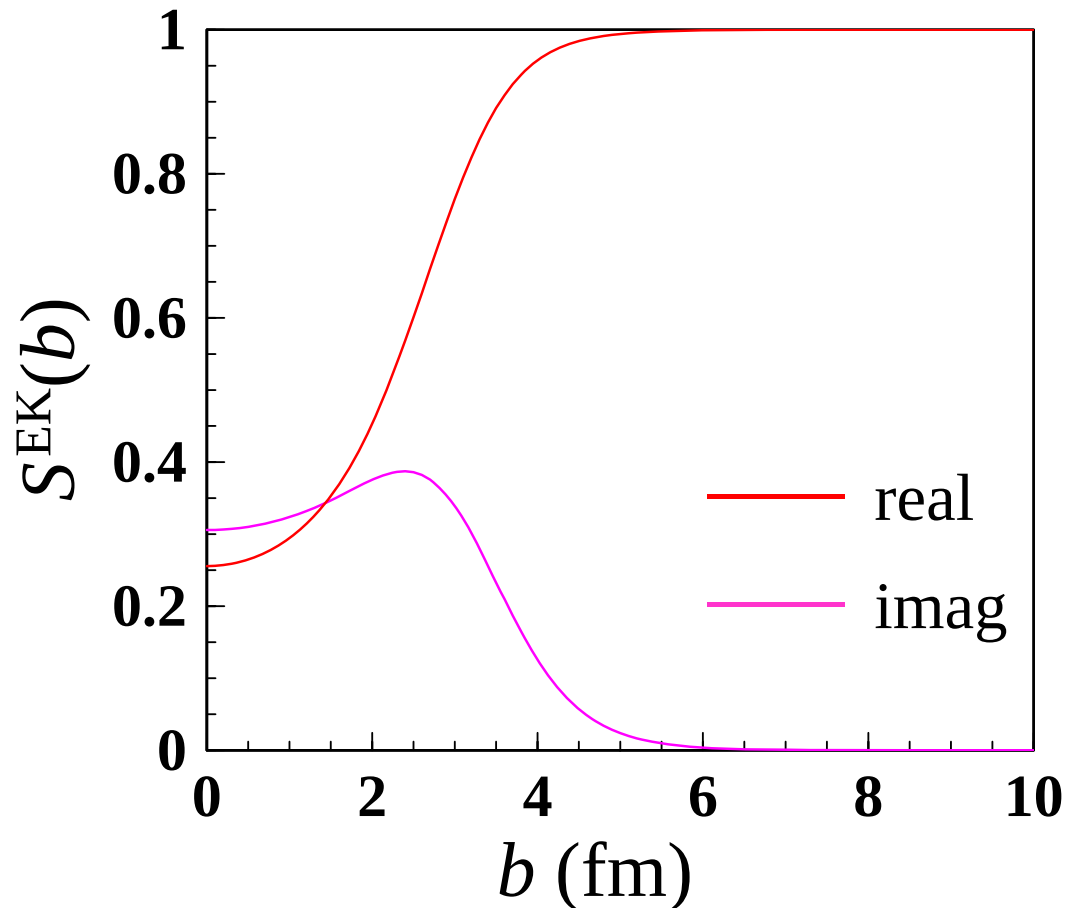
$$\therefore T^{\text{EK}} \approx \frac{i\hbar v_n}{(2\pi)^2} \int J_0(bK\theta) [S^{\text{EK}}(b) - 1] b db$$

アイコナール近似(模型)に基づく微分断面積

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\text{EK}}}{d\Omega} &= \frac{(2\pi)^4 m_n^2}{\hbar^4} |T^{\text{EK}}|^2 = \boxed{\frac{m_n^2 v_n^2}{\hbar^2}} \left| \int J_0(bK\theta) [S^{\text{EK}}(b) - 1] b db \right|^2 \\ &= K^2 \end{aligned}$$

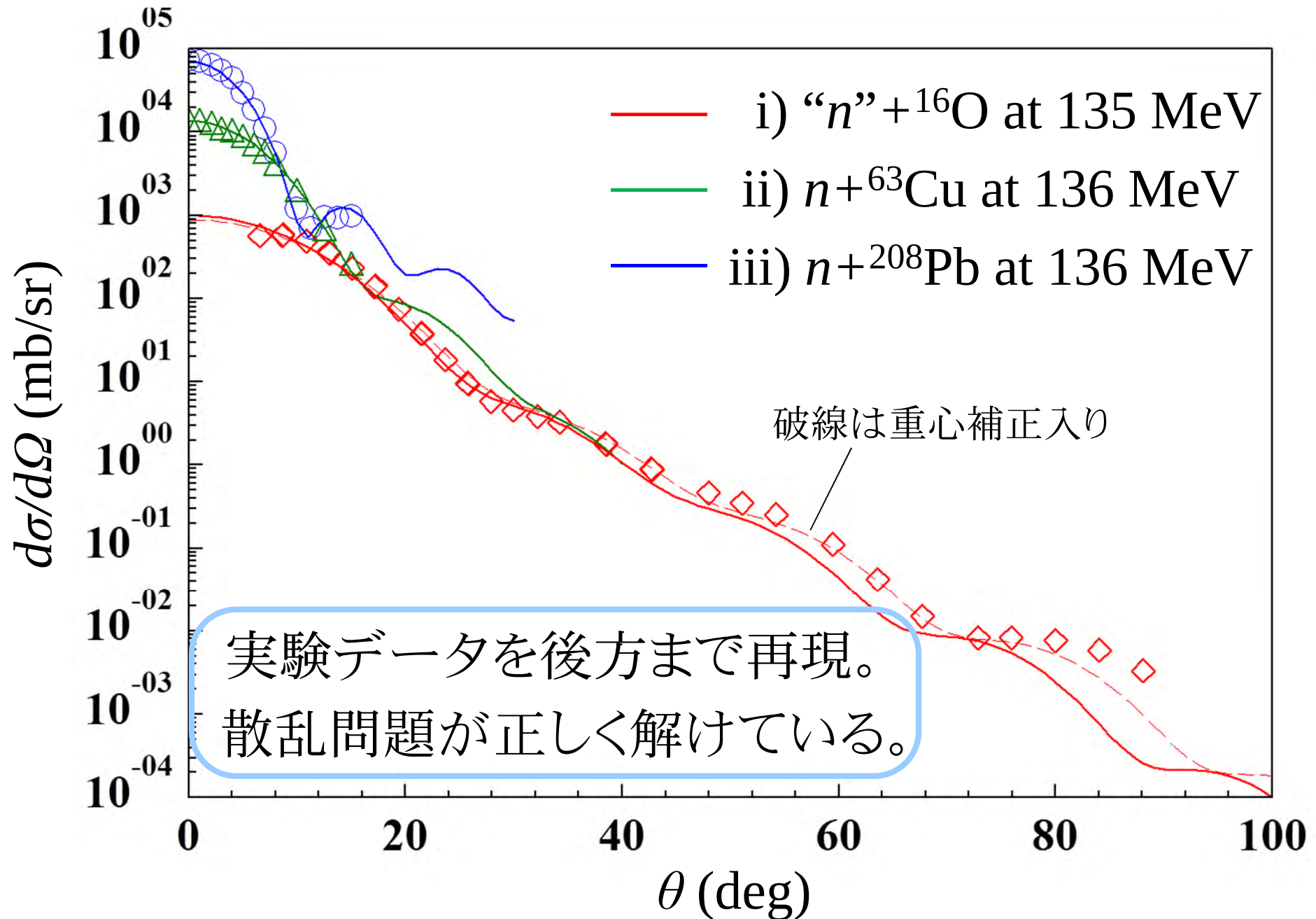
アイコナルS行列の振る舞い

$n+^{16}\text{O}$ at 135 MeV, WS potential

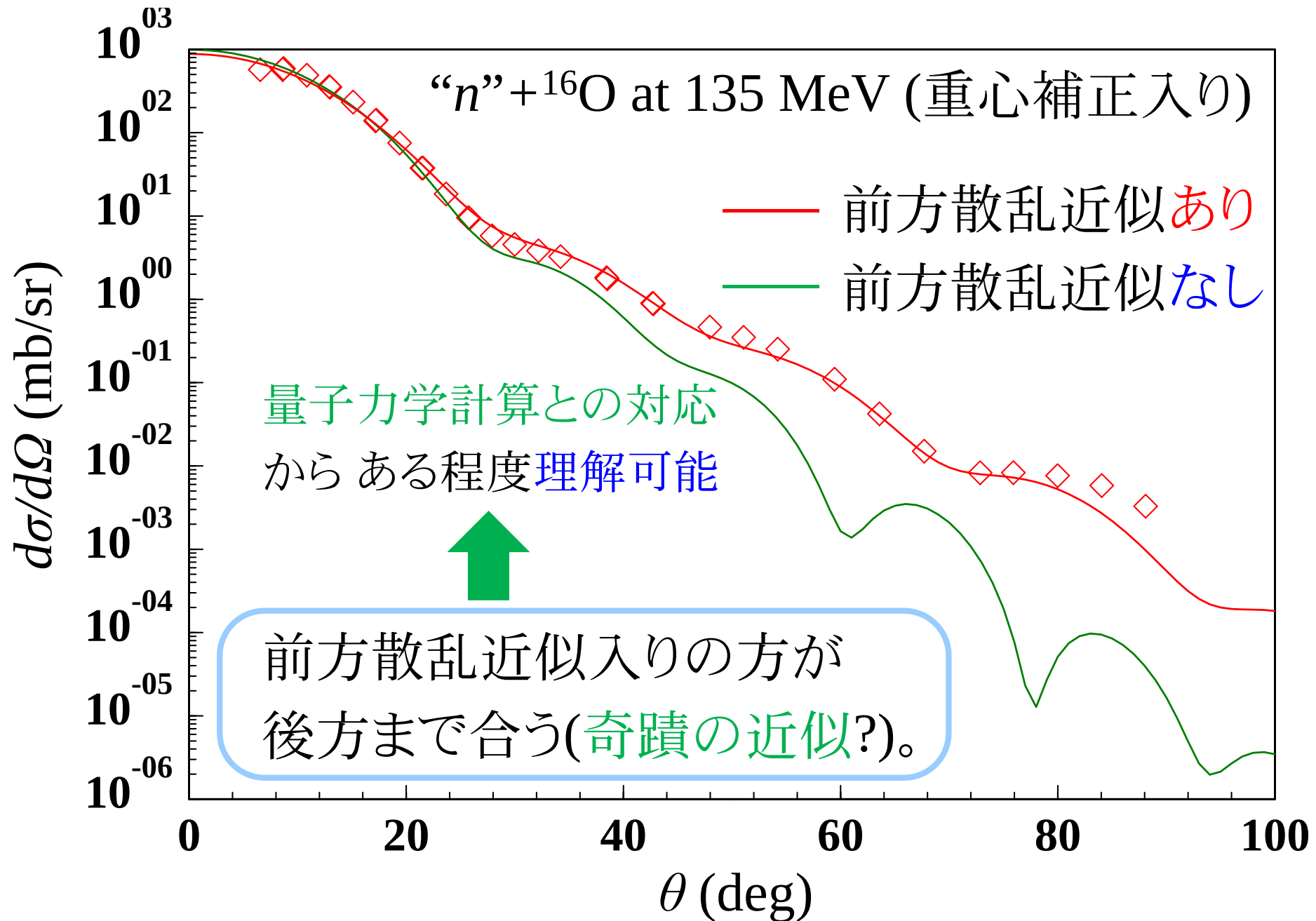


- ・ アイコナル S 行列は、 b の変化に伴って複素平面上を滑らかに動き、やがて $(1,0)$ に収束する。

アイコンナル模型による断面積の解析



前方散乱近似の影響(“n”+¹⁶O at 135 MeV)



前半のまとめ

- 散乱問題を近似的に解く手法として、**アイコナール近似**を紹介した。この近似は、比較的**エネルギーが高いときに有効**である。
- アイコナール近似の結果、散乱問題は、 **z 軸方向についての微分方程式**に帰着する。
- ポテンシャルの影響により、入射波の**位相がずれ**、**振幅が減少**する。それぞれ、原子核による**回折**および**吸収**の効果を表す。
- 微分断面積の計算も容易に可能。その結果は、中性子の弾性散乱角分布(~ 135 MeV)を、**後方まで非常に良く再現**する。

チャンネルの結合

弾性チャンネルと1つの非弾性チャンネルとの結合を考える。
また、それ以外のチャンネルは存在しないと仮定する。

入射核子の運動
エネルギー + 原子核の状態 = チャンネル



エネルギー: E_0



基底状態

エネルギー: ε_0

弾性チャンネル

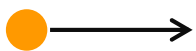


全エネルギー

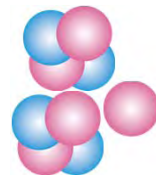
が同じなら結合



非弾性チャンネル



エネルギー: E_1



励起状態

エネルギー: ε_1

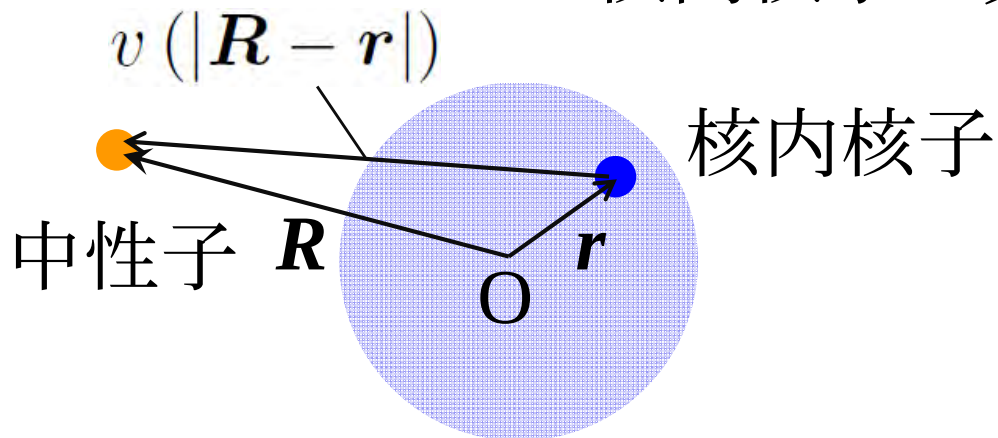
反応系の波動関数

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \equiv \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(\mathbf{r}) + \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(\mathbf{r})$$

原子核の内部ハミルトニアン h の固有関数系 $\{\Phi_0, \Phi_1\}$ は完全系をなす(という仮想的な世界を考える)。

シュレディンガー方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + \underbrace{Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|)}_{\text{核内核子の数}} + h - \underbrace{E_{\text{tot}}}_{\text{系の全エネルギー}}] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$$



重要: v は実数の相互作用

※流束はどこにも逃げない!

チャネル結合方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) + h - E_{\text{tot}}] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \equiv \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) + \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r)$$

左から $\Phi_0^*(r)$ を掛ける。

$$\Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) + h - E_{\text{tot}}] [\chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) + \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r)] = 0$$

h を固有値に置き換える。

$$\begin{aligned} & \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) \\ & + \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r) = 0 \end{aligned}$$

ただし

$$E_1 = E_0 + \varepsilon_0 - \varepsilon_1$$

チャンネル結合方程式(つづき)

$$\begin{aligned} \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) \\ + \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r) = 0 \end{aligned}$$

$\mathbf{r}$ について積分すると

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{00}(R) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) + v_{01}(R) \chi_1(\mathbf{R}) = 0$$

対角ポテンシャル(の弾性チャンネル成分)

$$v_{00}(R) = A \int \Phi_0^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_0(r) d\mathbf{r}$$

結合ポテンシャル

$$v_{01}(R) = A \int \Phi_0^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_1(r) d\mathbf{r}$$

チャネル結合方程式(さらにつづき)

全く同様にして

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{11}(R) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) + v_{10}(R) \chi_0(\mathbf{R}) = 0$$

$$v_{11}(R) = A \int \Phi_1^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_1(r) d\mathbf{r}$$

$$v_{10}(R) = A \int \Phi_1^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_0(r) d\mathbf{r}$$

チャネル結合(Coupled-Channel; CC)方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{00}(R) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) = -v_{01}(R) \chi_1(\mathbf{R})$$

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{11}(R) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) = -v_{10}(R) \chi_0(\mathbf{R})$$

※ χ_0 を解くには χ_1 が必要、 χ_1 を解くには χ_0 が必要、...

アイコナルCC方程式

$$\chi_0(\mathbf{R}) = \psi_0(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}) = \psi_0(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(iK_0 z)$$

$$\chi_1(\mathbf{R}) = \psi_1(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{R}) = \psi_1(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(iK_1 z)$$

$$K_0 = \sqrt{2m_n E_0}/\hbar, \quad K_1 = \sqrt{2m_n E_1}/\hbar$$

$$\nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi_0(b, z) \approx 0, \quad \nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi_1(b, z) \approx 0$$



$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) = v_{00}(b, z) \psi_0(b, z) + v_{01}(b, z) \psi_1(b, z) \exp[i(K_1 - K_0)z]$$

$$i\hbar v_1 \frac{\partial}{\partial z} \psi_1(b, z) = v_{11}(b, z) \psi_1(b, z) + v_{10}(b, z) \psi_0(b, z) \exp[i(K_0 - K_1)z]$$

$$v_0 = \hbar K_0/m_n, \quad v_1 = \hbar K_1/m_n$$

アイコナルCC方程式の解

$$\begin{aligned} i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) &= v_{00}(b, z) \psi_0(b, z) + v_{01}(b, z) \psi_1(b, z) \exp[i(K_1 - K_0)z] \\ i\hbar v_1 \frac{\partial}{\partial z} \psi_1(b, z) &= v_{11}(b, z) \psi_1(b, z) + v_{10}(b, z) \psi_0(b, z) \exp[i(K_0 - K_1)z] \end{aligned}$$

非斉次項

反応の初期条件: $\lim_{z \rightarrow -\infty} \Psi(r, \mathbf{R}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(iK_0 z) \Phi_0(r)$



斉次解 (※斉: 整然と並んだ、揃った、^{ひと} 斉しい)

$$\psi_0^h(b, z) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz' \right],$$

$$\psi_1^h(b, z) = 0.$$

アイコナールCC方程式の解(つづき)

$$\begin{aligned} \psi_0^{\text{ih}}(b, z) = & \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz' \right] \\ & \times \int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z') \psi_1^{\text{ih}}(b, z') e^{i(K_1 - K_0)z'} \exp \left[\frac{-1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^{z'} v_{00}(b, z'') dz'' \right] dz' \end{aligned}$$

z で偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \psi_0^{\text{ih}}(b, z) &= \frac{1}{i\hbar v_0} v_{00}(b, z) \psi_0^{\text{ih}}(b, z) + \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z) \psi_1^{\text{ih}}(b, z) e^{i(K_1 - K_0)z} \\ &\quad \times \exp \left[\frac{-1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz' \right] \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z'') dz'' \right] \\ &= \frac{1}{i\hbar v_0} v_{00}(b, z) \psi_0^{\text{ih}}(b, z) + \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z) \psi_1^{\text{ih}}(b, z) e^{i(K_1 - K_0)z} \\ &= \text{CC方程式の右辺} \div i\hbar v_0 \rightarrow \psi_0^{\text{ih}}(b, z) \text{ は非斉次解。} \end{aligned}$$

アイコナールCC方程式の解(さらにつづき)

一般解 = 斉次方程式の一般解 + 非斉次方程式の特解

非弾性チャネルの波動関数も同様に求めると、初期条件を満たすCC方程式の解は、

$$\psi_0(b, z) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz' \right] \\ \times \left(\int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z') \psi_1(b, z') e^{i(K_1 - K_0)z'} \exp \left[\frac{-1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^{z'} v_{00}(b, z'') dz'' \right] dz' + 1 \right)$$

$$\psi_1(b, z) = \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^z v_{11}(b, z') dz' \right] \\ \times \int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_1} v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{i(K_0 - K_1)z'} \exp \left[\frac{-1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^{z'} v_{11}(b, z'') dz'' \right] dz'$$

ただし、これらはあくまで形式解。

反復法による解法

CC方程式の形式解を、以下のように表記する。

$$\psi_0(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_0 \psi_1(b, z), \quad \psi_1(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_1 \psi_0(b, z)$$

初期解から始めて、徐々に真の解を得るのが、**反復法**。

$$\psi_0^{(0)}(b, z) = \psi_0^h(b, z), \quad \psi_1^{(0)}(b, z) = \psi_1^h(b, z)$$

$$\psi_0^{(1)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_0 \psi_1^{(0)}(b, z), \quad \psi_1^{(1)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_1 \psi_0^{(0)}(b, z)$$

⋮

$$\psi_0^{(i)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_0 \psi_1^{(i-1)}(b, z), \quad \psi_1^{(i)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_1 \psi_0^{(i-1)}(b, z)$$

最終的に、以下の条件を満たす、**自己無撞着解**を求める。

$$\psi_0^{(i)}(b, z) \approx \psi_0^{(i-1)}(b, z), \quad \psi_1^{(i)}(b, z) \approx \psi_1^{(i-1)}(b, z)$$

撞着とは?

撞着: 1. つきあたること。二つのことが互いにぶつかること。
2. 前と後とでくいちがって、つじつまが合わないこと。矛盾。

鐘撞(かねつき)



撞球(ビリヤード)



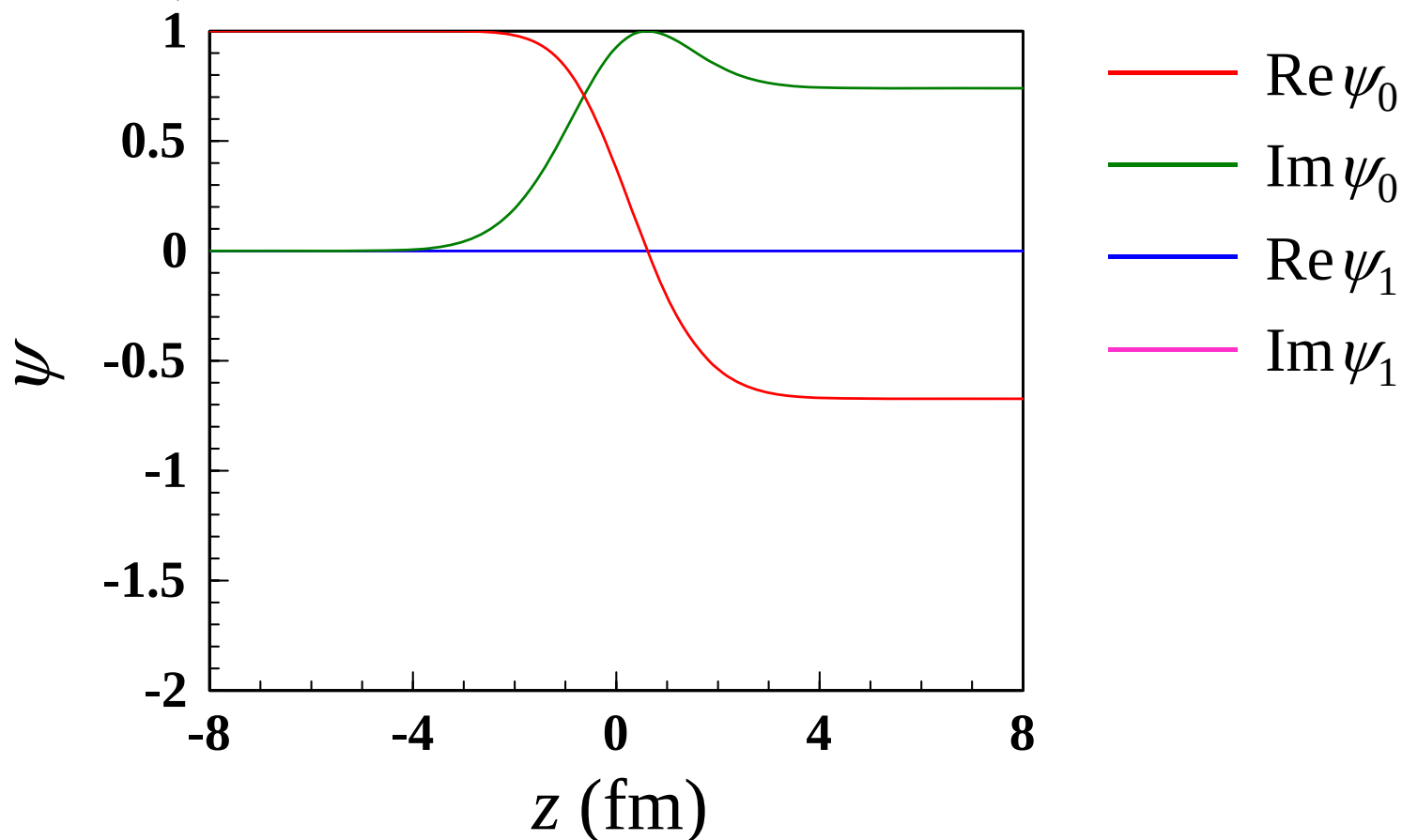
参考: 撞着語法(修辞法)。例「賢明な愚者」「黒い光」

解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,

$\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

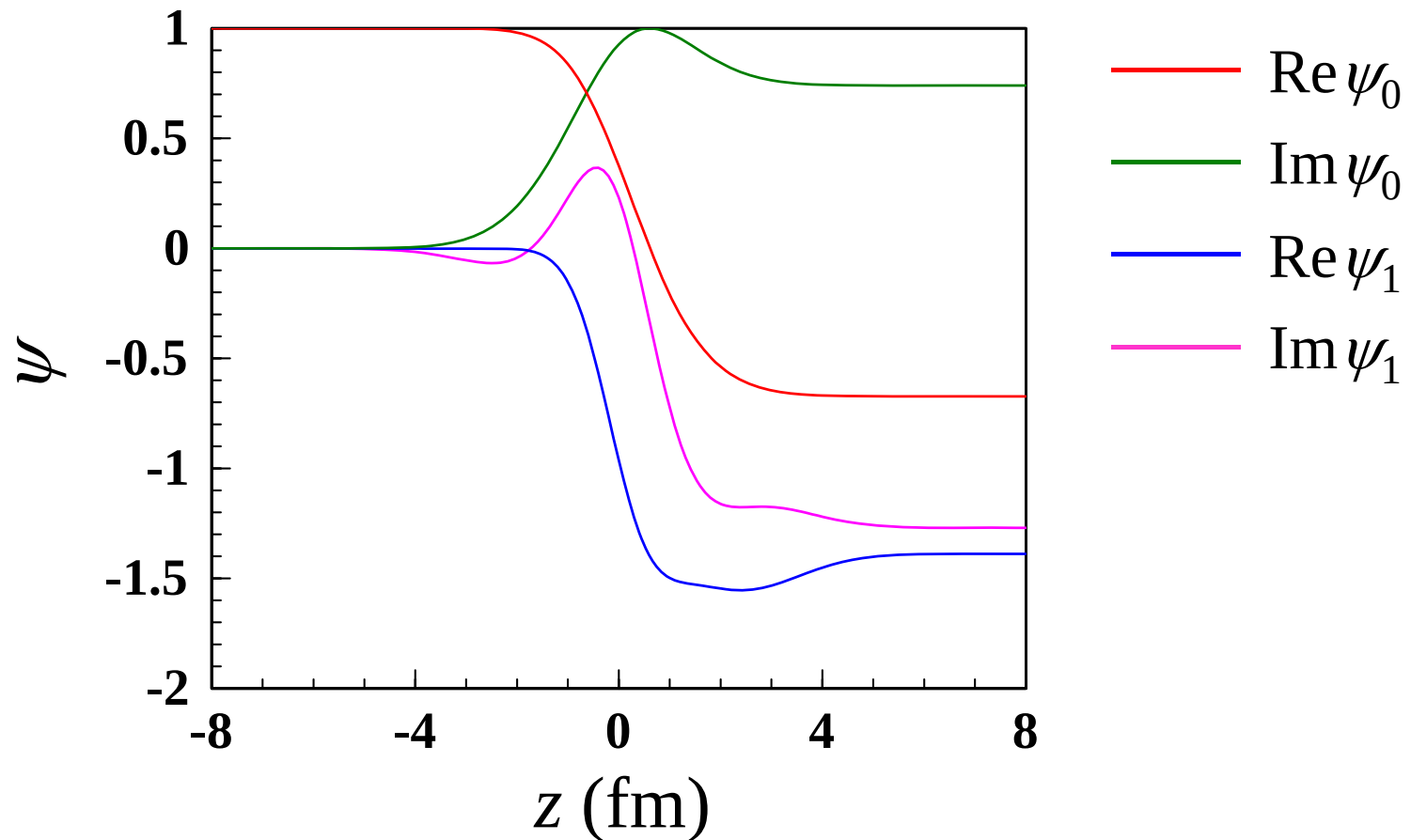
試行回数0 (初期解)



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

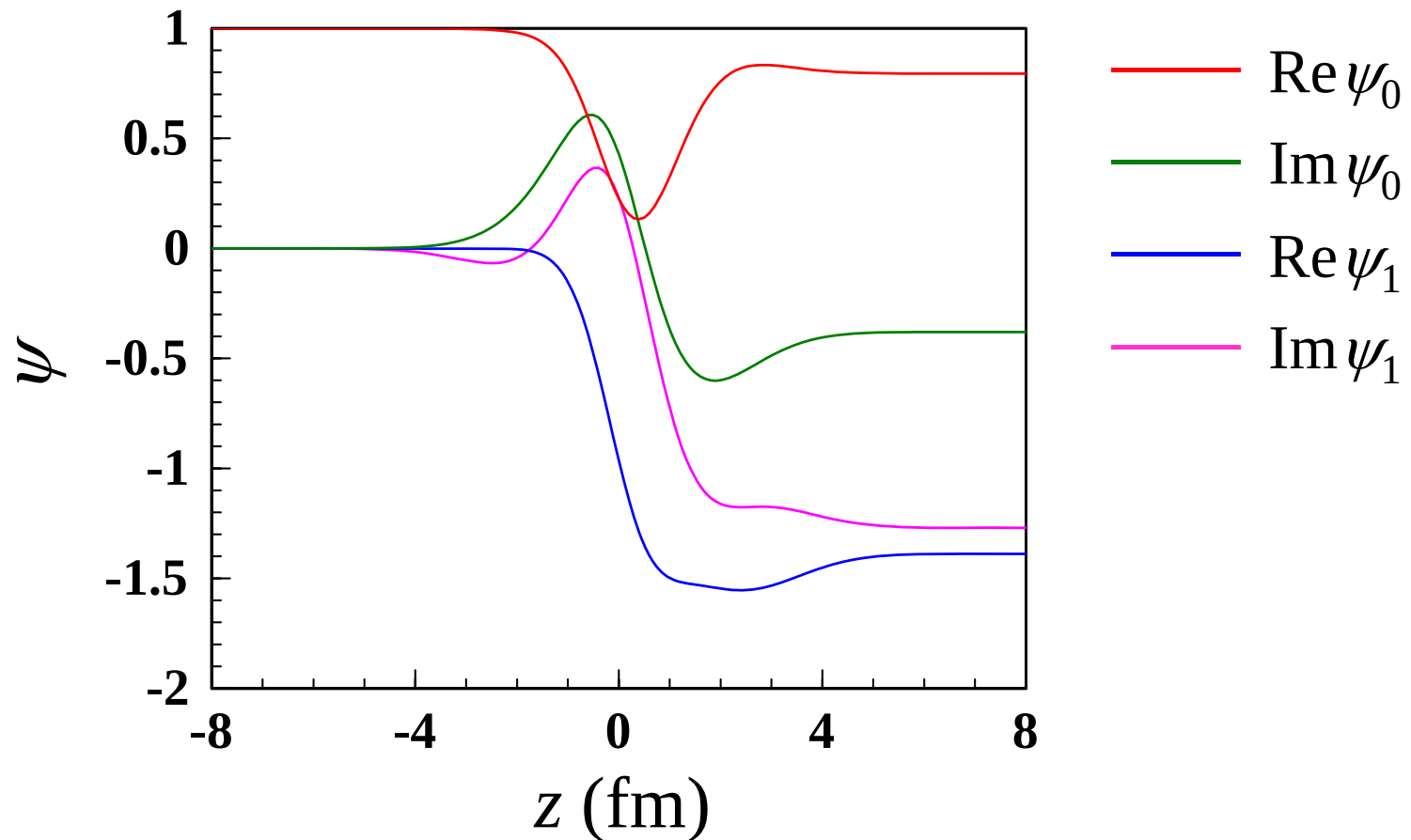
試行回数1



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

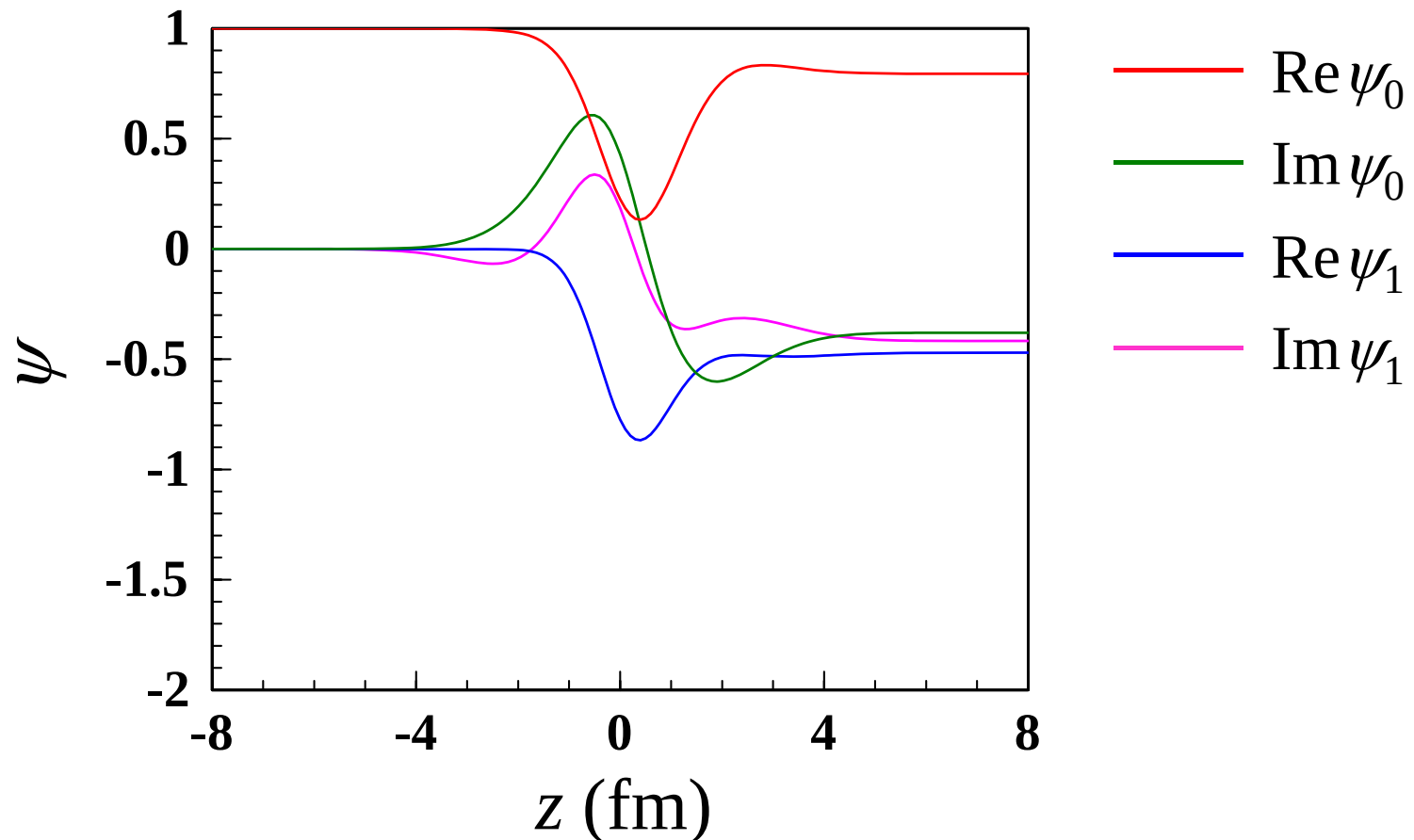
試行回数2



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

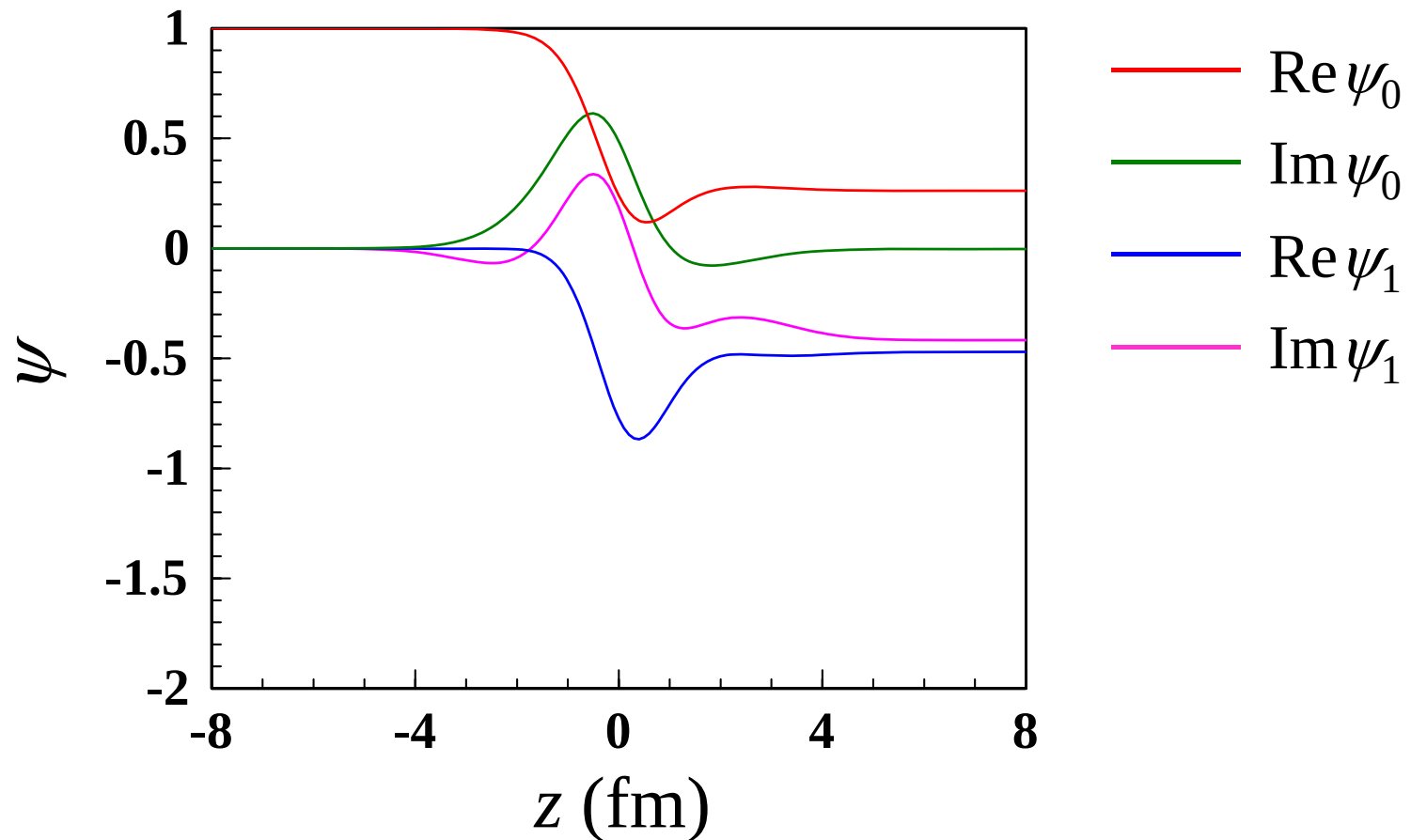
試行回数3



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

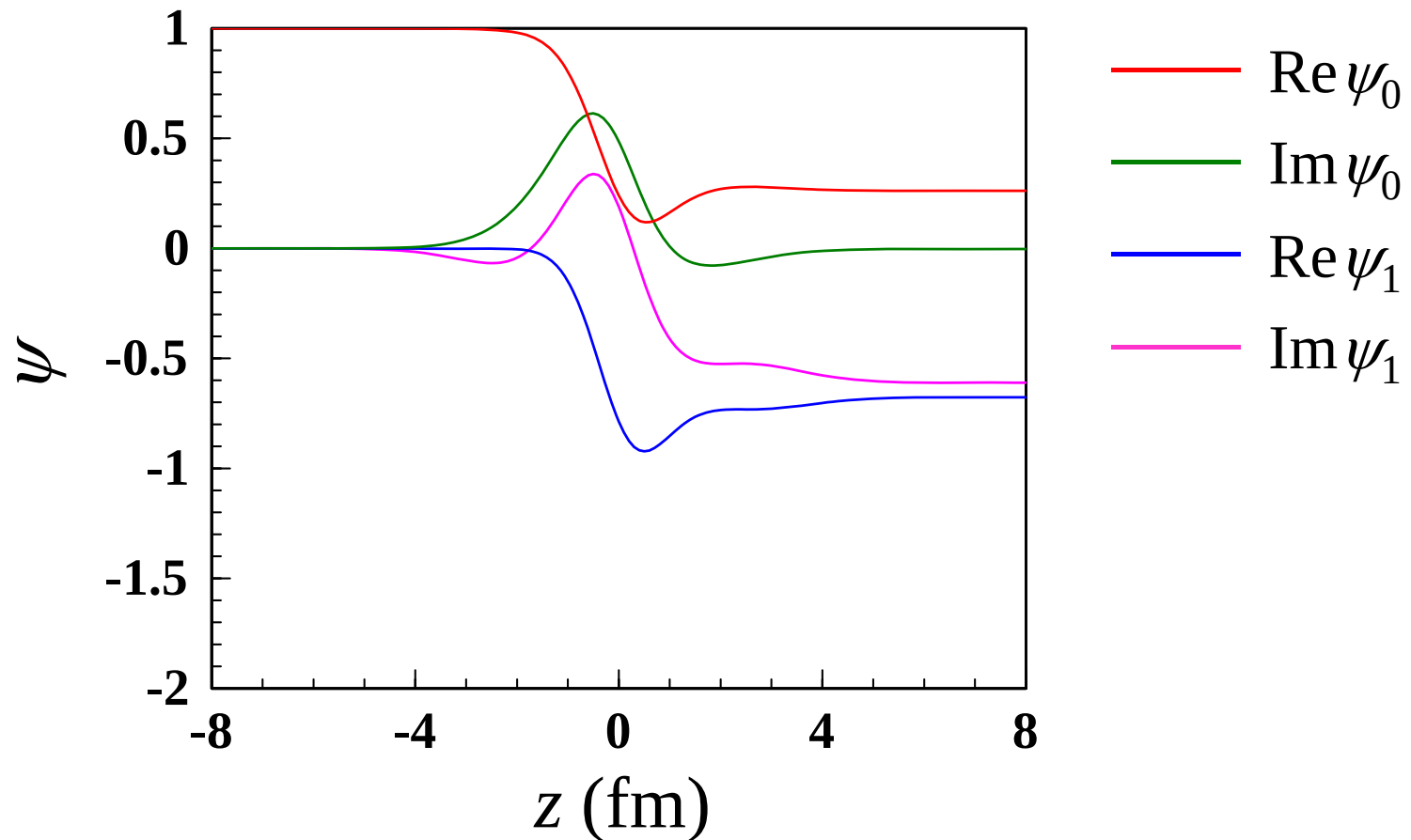
試行回数4



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n+^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

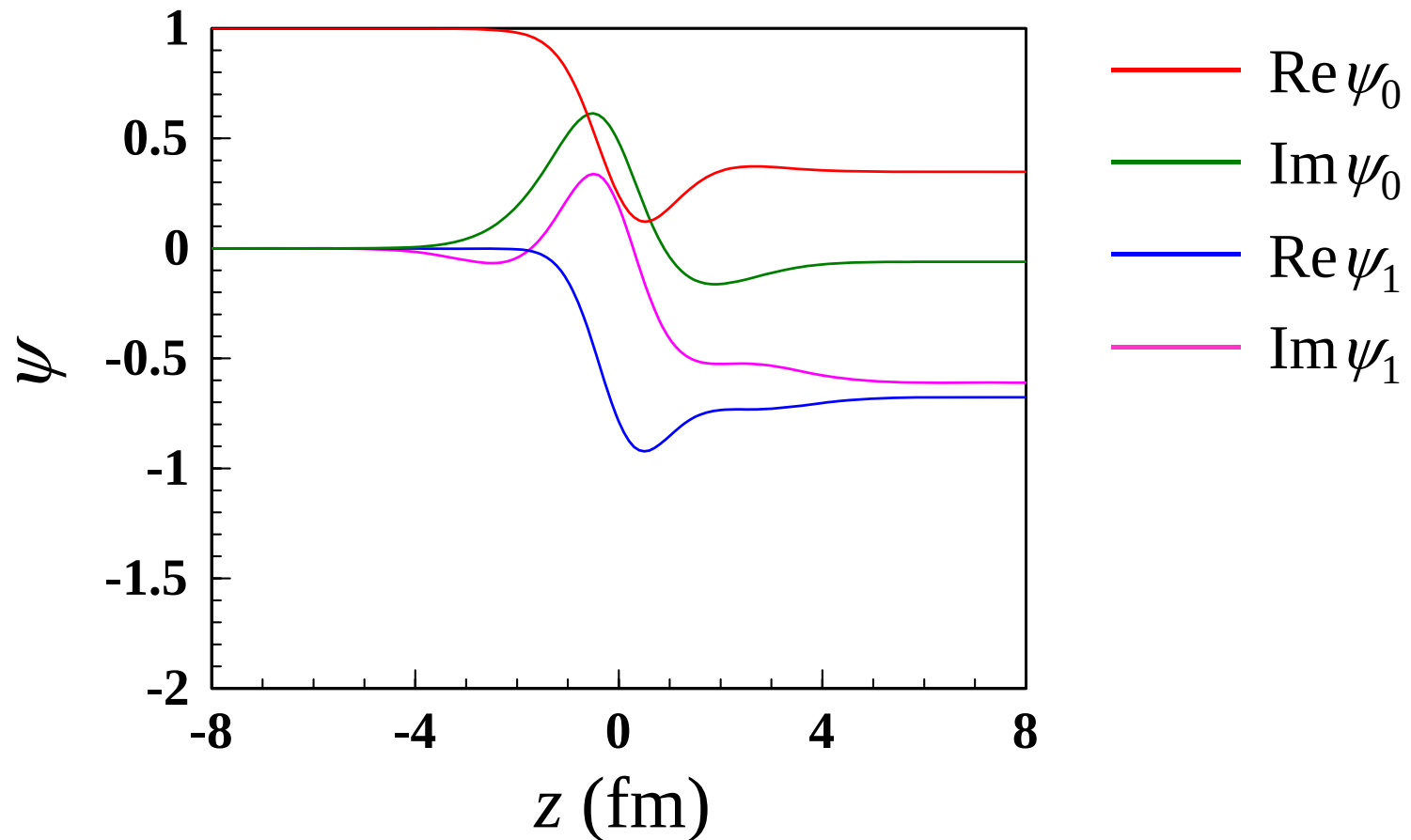
試行回数5



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n+^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

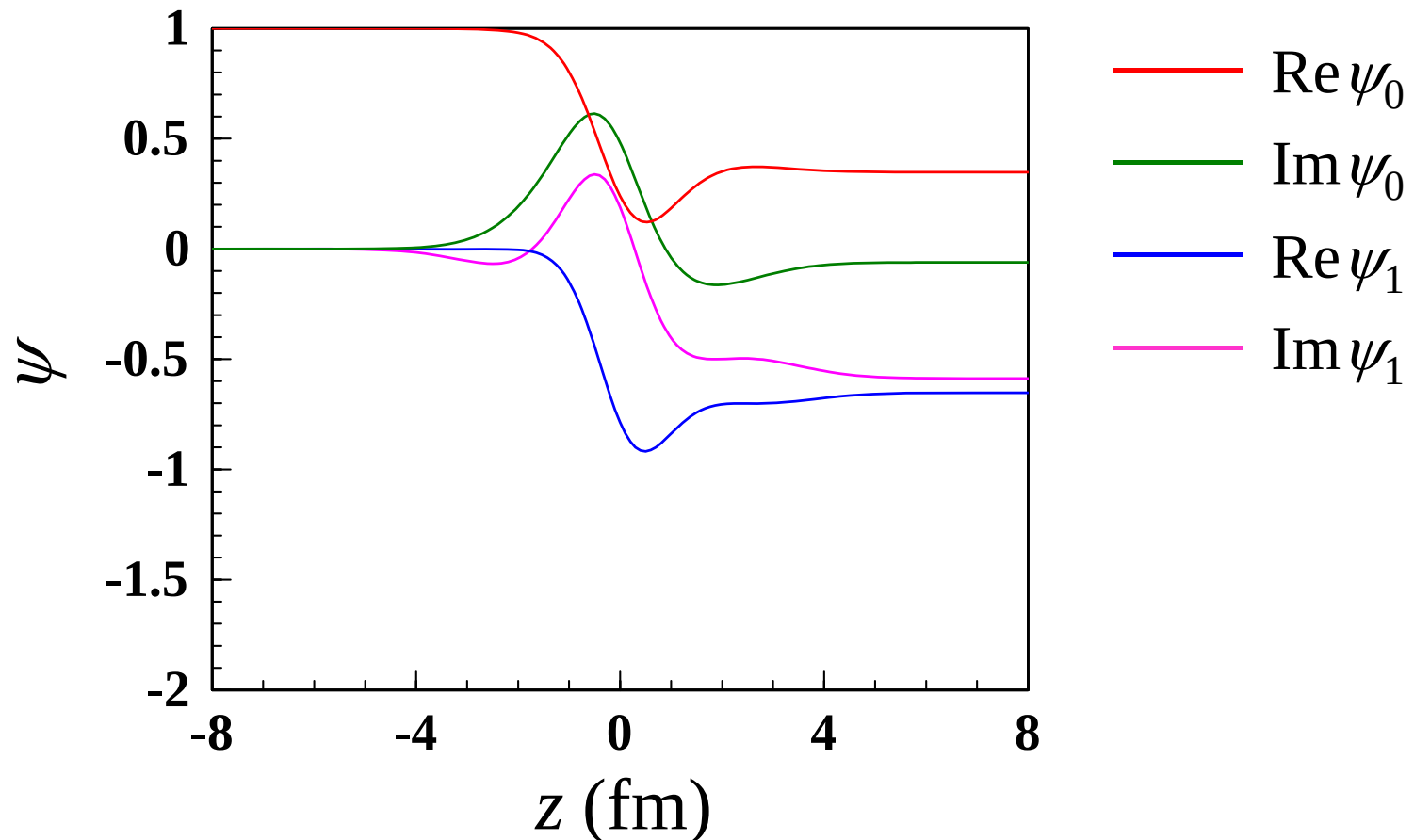
試行回数6



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

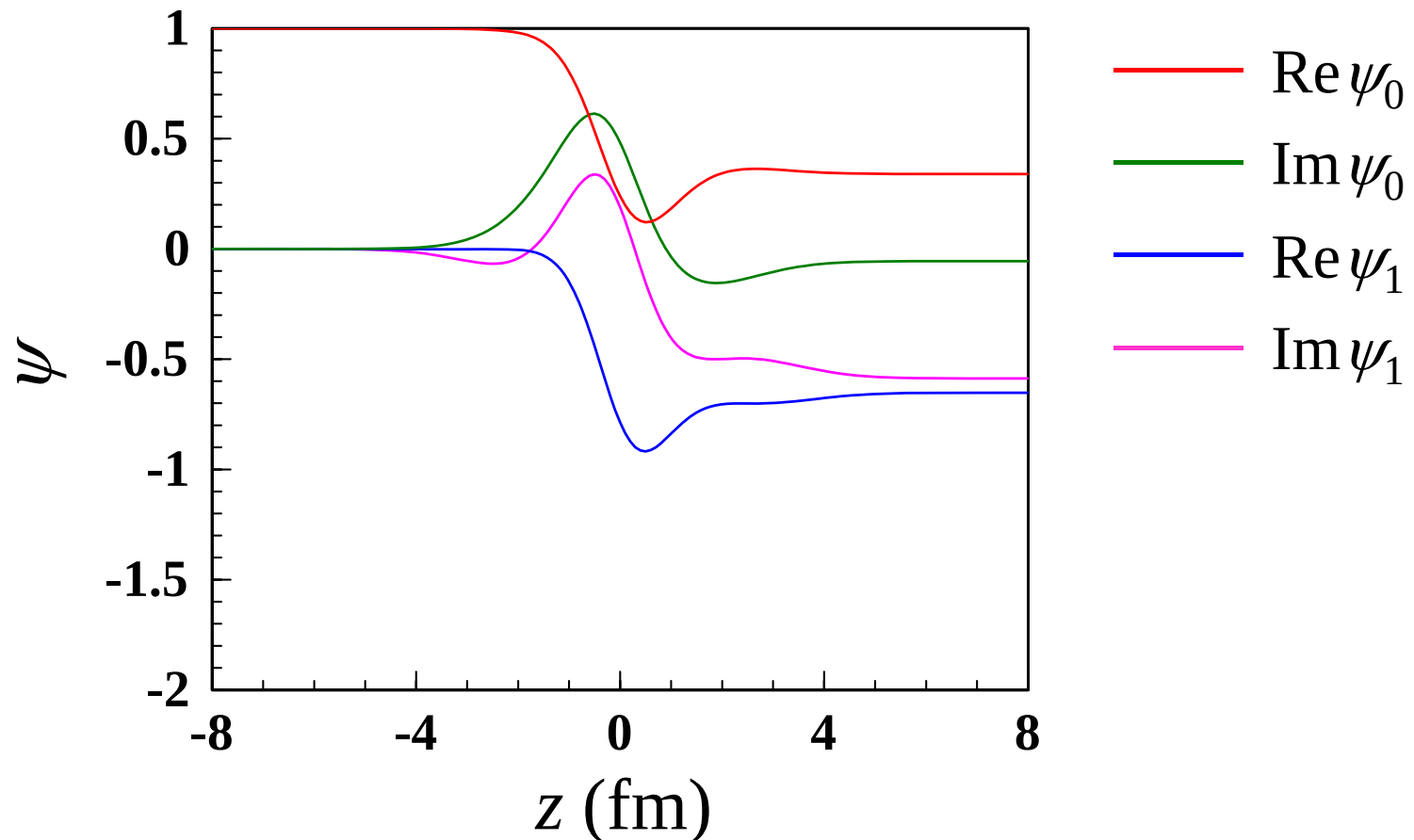
試行回数7



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

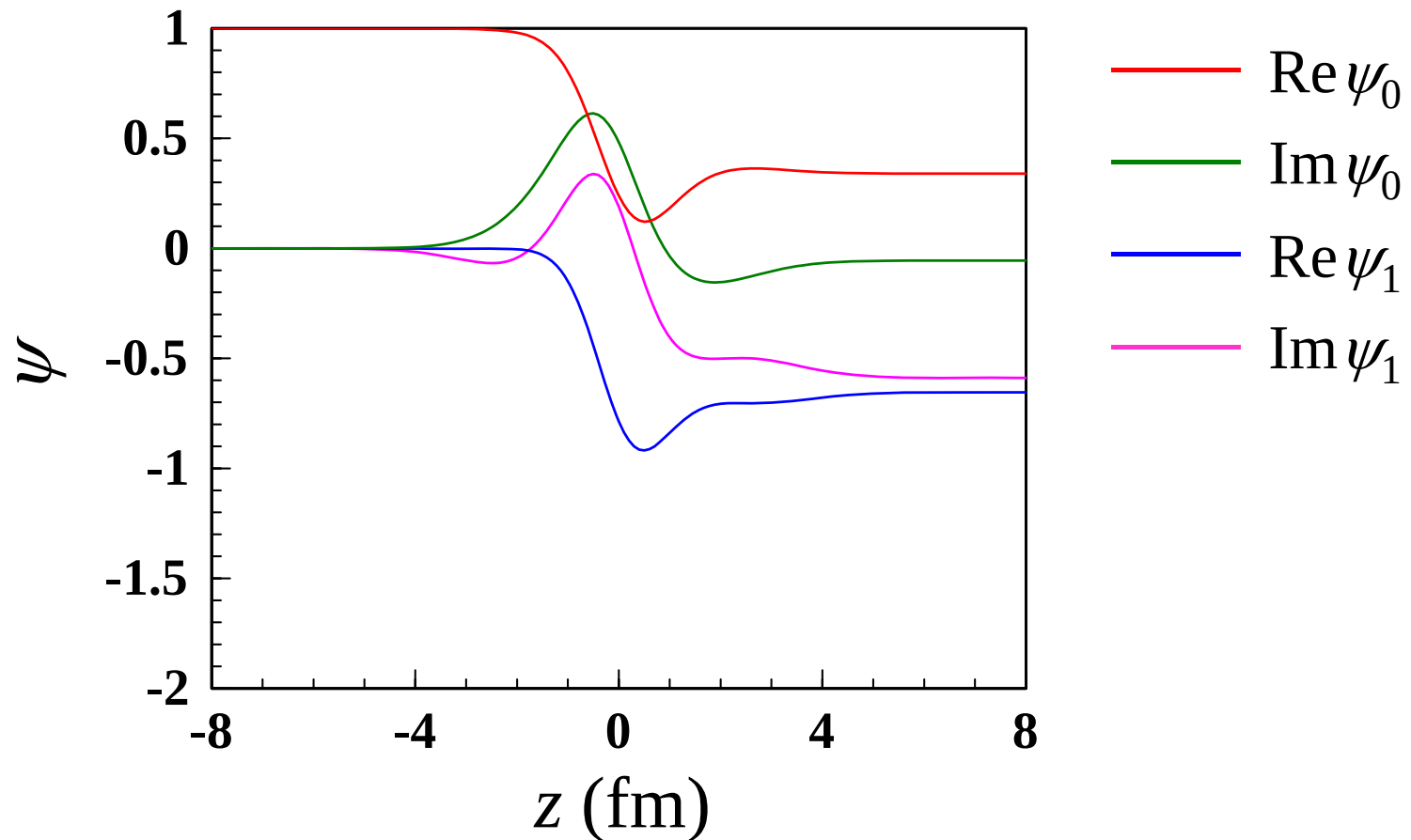
試行回数8



解の収束の様子(at $b = 0$)

$n + {}^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

試行回数9

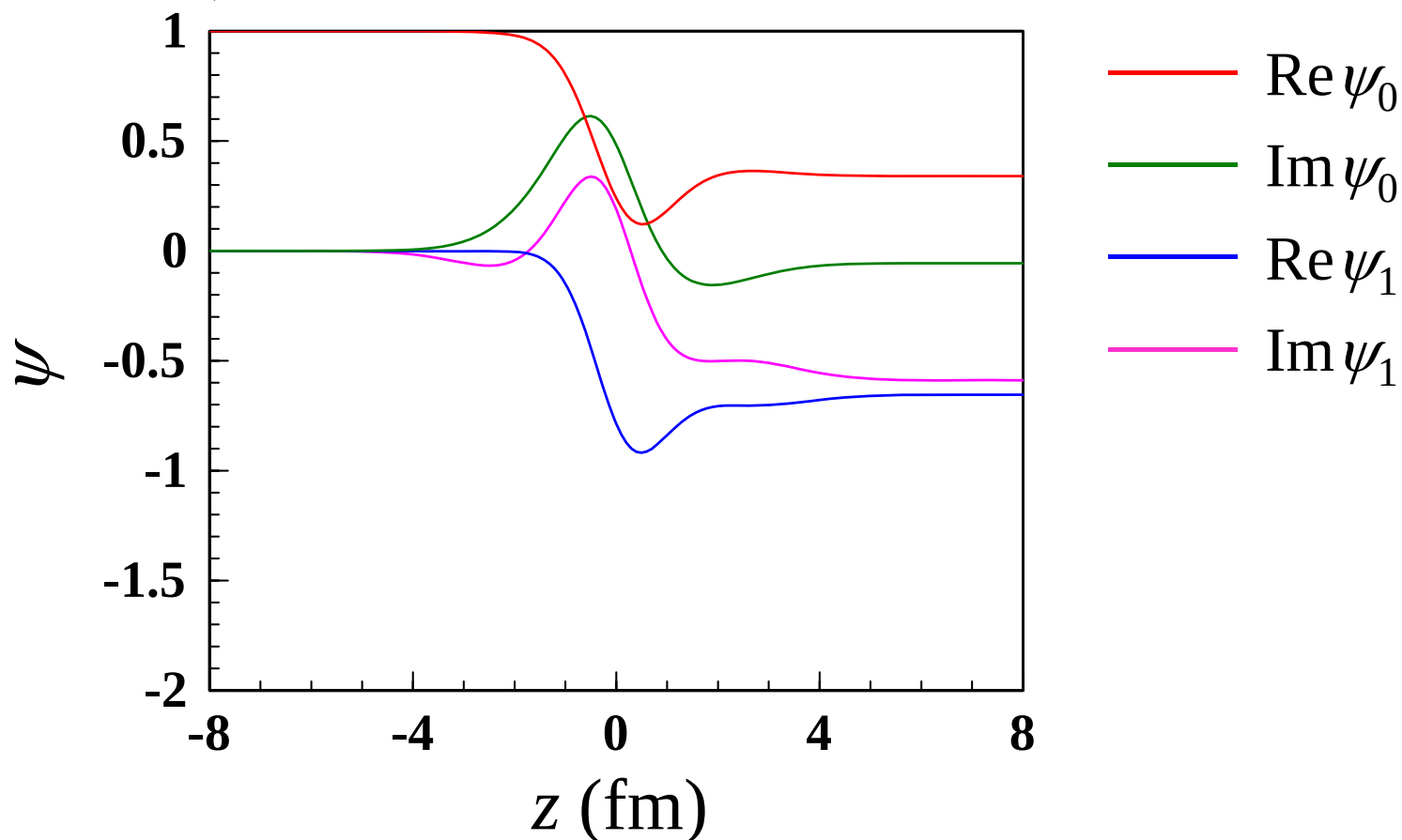


解の収束の様子(at $b = 0$)

$n+^{16}\text{X}$ at 100 MeV, $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$,

$\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$, $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$, $r_0 = 2 \text{ fm}$

試行回数10 (収束解)



光学ポテンシャルの“起源”

弾性チャネルの波動関数が満たすシュレディンガー方程式

$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) = v_{00}(b, z) \psi_0(b, z) + v_{01}(b, z) \psi_1(b, z) \exp[i(K_1 - K_0)z]$$

非斉次項に、 $\psi_1(b, z)$ の形式解を代入。 Folding
畳み込みポテンシャル
 $U_{\text{fold}}(b, z)$

$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) = v_{00}(b, z) \psi_0(b, z)$$

Dynamical Polarization
動的偏極
ポテンシャル
(演算子)
 $\hat{U}_{\text{DP}} \psi_0(b, z)$

$$\begin{aligned} &+ v_{01}(b, z) \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^z v_{11}(b, z') dz' \right] \\ &\times \int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_1} v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{i(K_0 - K_1)z'} \\ &\times \exp \left[\frac{-1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^{z'} v_{11}(b, z'') dz'' \right] dz' e^{i(K_1 - K_0)z} \end{aligned}$$

光学ポテンシャルの“起源”（つづき）

弾性チャネルの波動関数のシュレディンガー方程式

$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) = [U_{\text{fold}}(b, z) + \hat{U}_{\text{DP}}(b, z)] \psi_0(b, z)$$

一方、光学ポテンシャル $U(b, z)$ を用いて記述すれば、

$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \bar{\psi}_0(b, z) = U(b, z) \bar{\psi}_0(b, z)$$

$$U(b, z) \Leftrightarrow U_{\text{fold}}(b, z) + \hat{U}_{\text{DP}}(b, z)$$

光学ポテンシャルには、非弾性チャネルとの結合が全て取り入れられている。当然、一般に非弾性チャネルにも粒子の放出は起きる。そしてその分、入射流束は減少する。これが光学ポテンシャルの虚数部の起源である。

動的偏極ポテンシャルの解釈

階段関数を導入して書き換える:

$$\begin{aligned}\hat{U}_{\text{DP}}\psi_0(b, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \theta(z - z') v_{01}(b, z) \exp\left[\frac{1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^z v_{11}(b, z'') dz''\right] \\ &\quad \times \exp\left[\frac{-1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^{z'} v_{11}(b, z'') dz''\right] \\ &\quad \times \frac{1}{i\hbar v_1} v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{i(K_0 - K_1)z'} e^{i(K_1 - K_0)z} dz' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \theta(z - z') v_{01}(b, z) \frac{1}{i\hbar v_1} \exp\left[\frac{1}{i\hbar v_1} \int_{z'}^z v_{11}(b, z'') dz''\right] e^{iK_1(z - z')} \\ &\quad \times v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{iK_0 z'} dz' e^{-iK_0 z}\end{aligned}$$

動的偏極ポテンシャルの解釈(つづき)

整理すると:

z において、ポテンシャル v_{01} により弾性チャンネルに戻る。

z' から z まで、ポテンシャル v_{11} の中を伝播
(グリーン関数と同等であることが証明可能)

$$\hat{U}_{\text{DP}} \psi_0(b, z) e^{iK_0 z} = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(z - z') v_{01}(b, z) \left[\frac{1}{i\hbar v_1} \exp \left[\frac{1}{i\hbar v_1} \int_{z'}^z v_{11}(b, z'') dz'' \right] e^{iK_1(z-z')} \right] \\ \times v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{iK_0 z'} dz'$$

$z = z'$ において、弾性チャンネルの散乱波
が v_{10} によって非弾性チャンネルに遷移

エネルギー依存する、非局所型の複素ポテンシャル

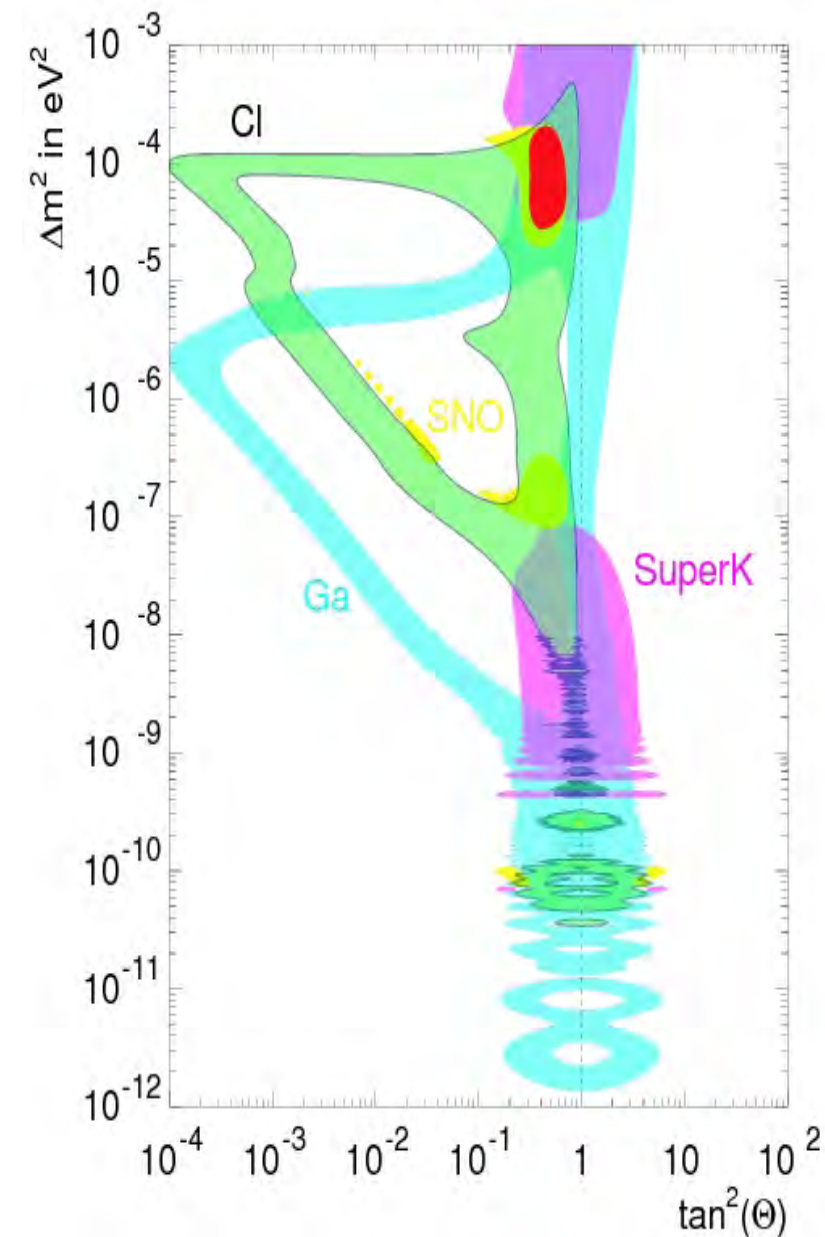
後半のまとめ

- アイコナール近似を用いたチャンネル結合方程式の導出と、その解法(反復法)について学んだ。
- 吸収が存在しない場合でも、非弾性チャンネルとの結合によって、弾性チャンネルを記述する実数ポテンシャルは変化する。その補正項は、複素ポテンシャルとなる。これが、光学ポテンシャルの虚数部の起源である。[cf. フェッシュバッハの射影演算子の方法]

5. アイコナールCDCCとその 天体核反応への応用

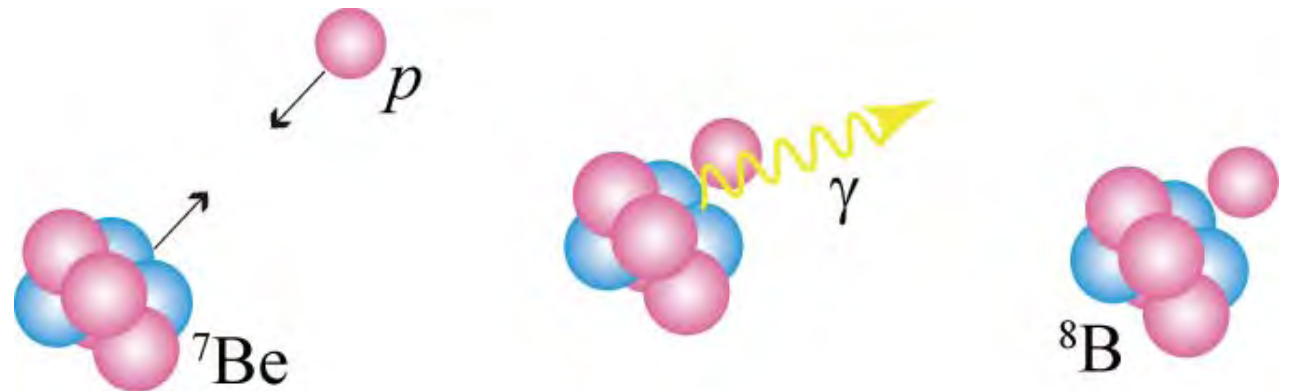
K. Ogata, S. Hashimoto, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Yahiro,
PRC73, 024605 (2006).

天体核物理学の重要課題: S_{17} の精密決定



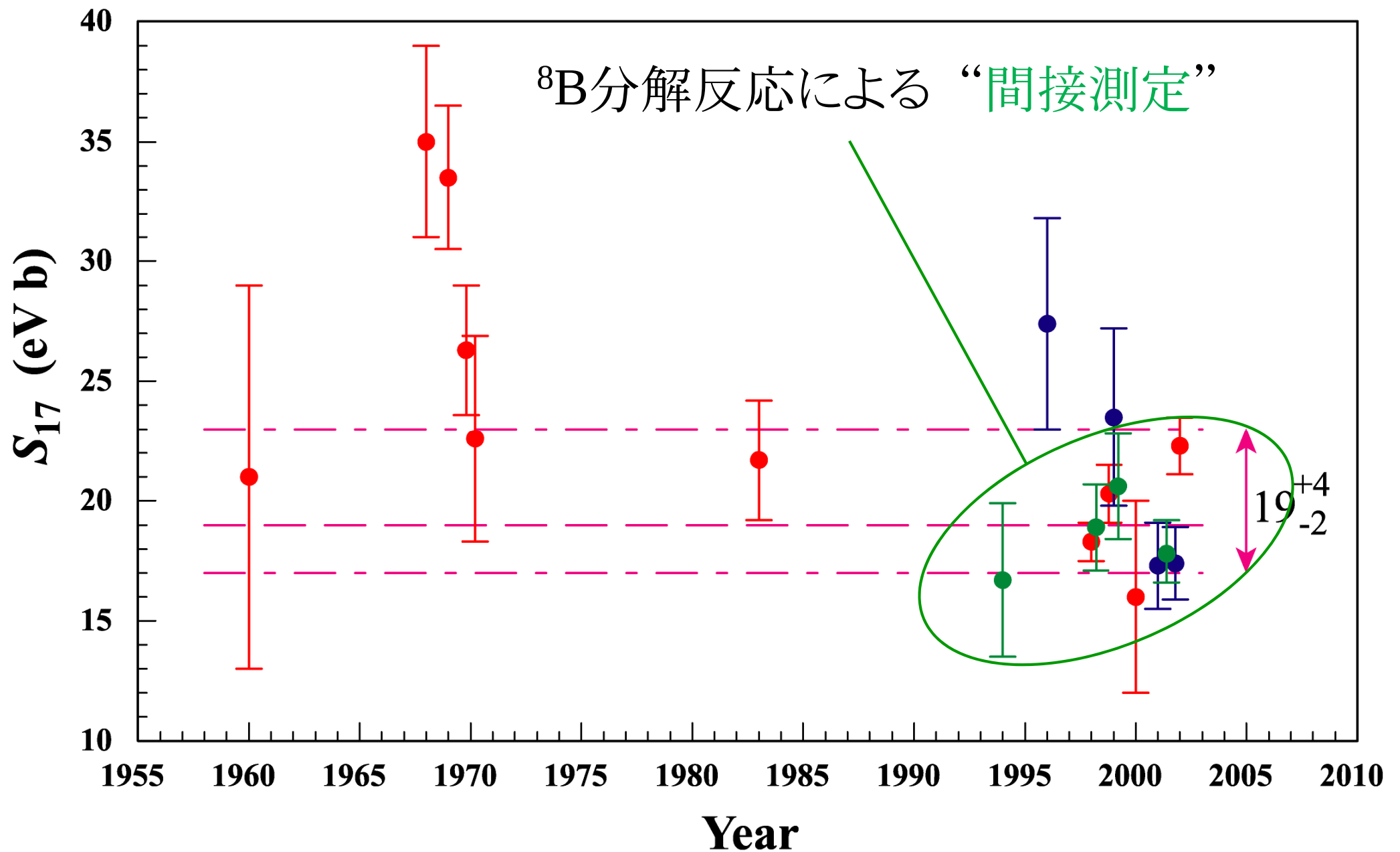
- ^8B 太陽ニュートリノは、ニュートリノ振動パラメータの重要な情報源。
- その流量は、 $^7\text{Be}(p,\gamma)^8\text{B}$ の天体核物理因子 S_{17} に比例。

$$S_{17}(E) = \sigma_{p\gamma} E \exp(2\pi\eta)$$

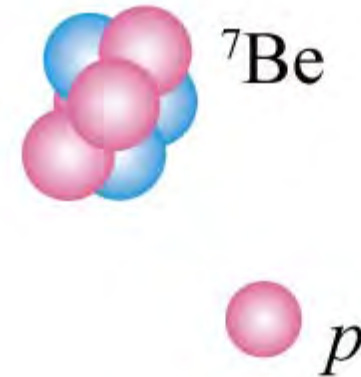
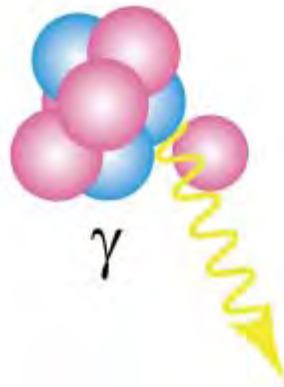


要請: $S_{17}(0)$ を誤差5%以下で決定せよ。

S_{17} の年表

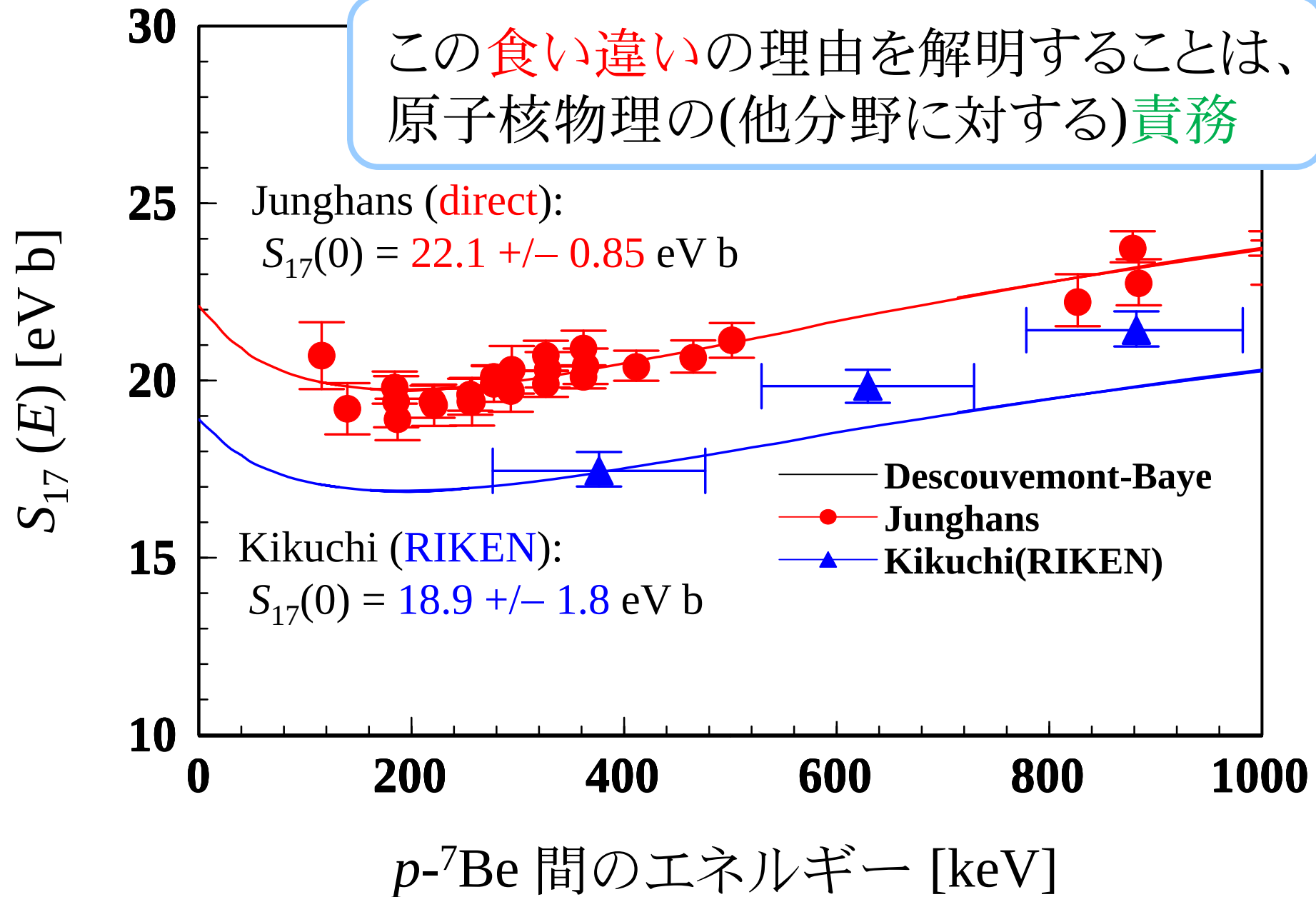


${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ の間接測定

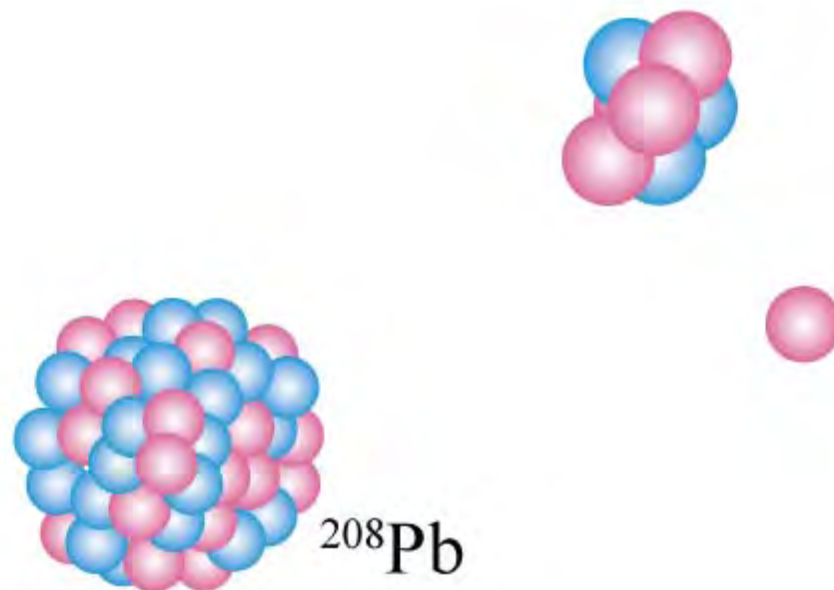


- 微細平衡の原理を利用すれば、 ${}^8\text{B}$ 分解反応を測定することで、逆反応である ${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ の断面積を間接的に決定できる。
- この間接測定の結果は、**仮定した反応機構が正しいときに限り、**正確である。

${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 S_{17} の“測定”結果



実際の分解反応のメカニズム

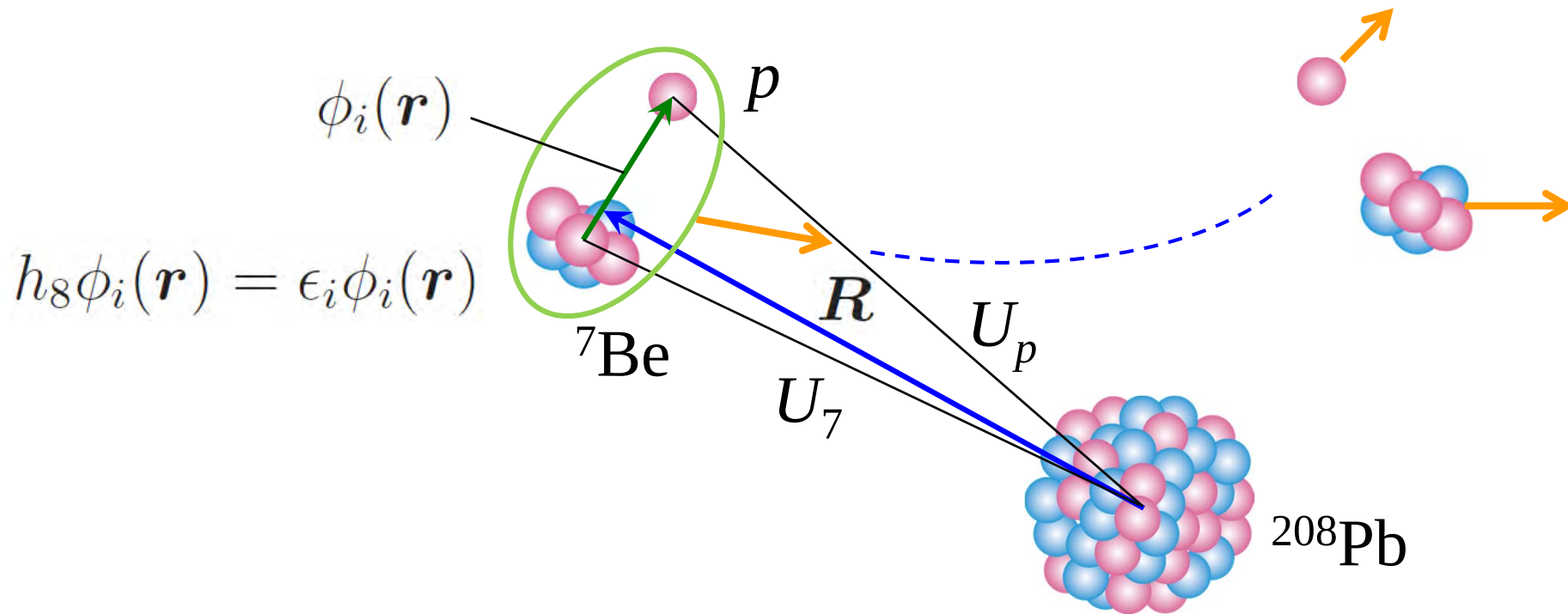


間接測定を妨害する要因

- ・ 核力(強い相互作用)による分解
- ・ 多段階の分解過程(チャネル結合効果)
- ・ E1以外の多重極光子による分解

正確な反応模型による分解反応の記述が不可欠!

アイコンナルCDCC (E-CDCC)



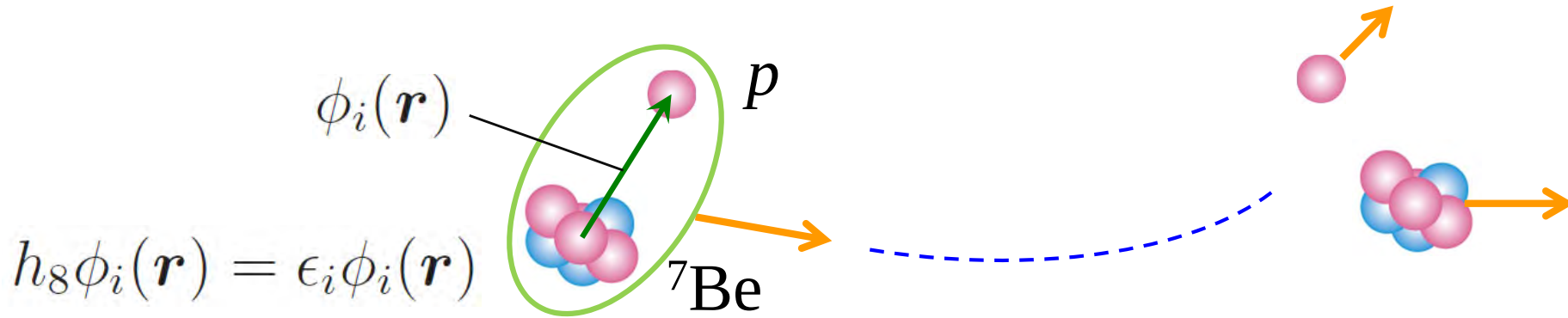
$$[T_{\mathbf{R}} + U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) + h_8 - E] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0$$

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \sum_{i=0}^n \psi_i(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iK_i z} \phi_i(\mathbf{r})$$

$$K_i = \sqrt{2m_P E_i}/\hbar, \quad E_i = E - \epsilon_i$$

※ $1/R$ のクーロン力の
影響は表記から省略。

反応解析の目的



- $p+{}^7\text{Be}$ の低エネルギー分解状態

部分平面波(正確にはクーロン入りの波)とみなせる。

- ${}^8\text{B}$ の基底状態

低エネルギーへの分解断面積に寄与するのは波動関数の
テイル(p と ${}^7\text{Be}$ が十分離れた領域)のみ。関数形は既知。
ただしその振幅は不明。

テイルの振幅 C (漸近係数)を反応解析によって決める。

E-CDCC方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) + h_8 - E] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0$$

左から $\phi_j^*(\mathbf{r})$ を掛けて $\mathbf{r}$ で積分し、 $\nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi_i(b, z) \approx 0$ とすると

$$i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z} \psi_j(b, z) = \sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{i(K_i - K_j)z}$$

$$F_{ji}(b, z) = \langle \phi_j(\mathbf{r}) | U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) | \phi_i(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}}$$

$$v_i = \hbar K_i / m_P$$

散乱の初期条件 $\lim_{z \rightarrow -\infty} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iK_0 z} \phi_0(\mathbf{r})$ を満たす解は、
反復法等によって求めることが可能。

取り入れられている自由度は？

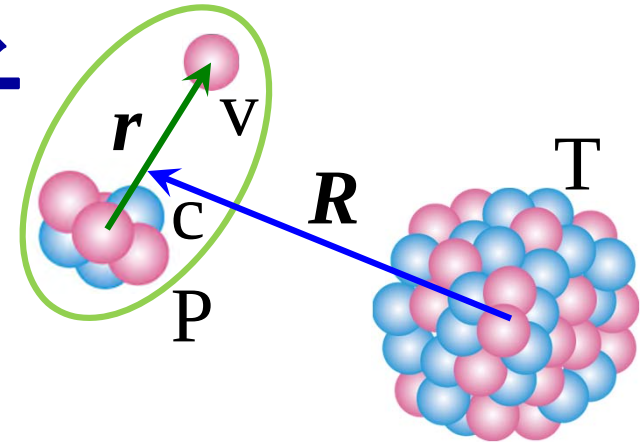
$$i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z} \psi_j(b, z) = \sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{i(K_i - K_j)z}$$

$$F_{ji}(b, z) = \langle \phi_j(\mathbf{r}) | U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) | \phi_i(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}}$$

1. チャンネル結合計算なので、 F_{ji} は無限次まで入っている。
2. U_p と U_7 は、核力ポテンシャルとクーロンポテンシャルの和。
よって核力とクーロンは区別なく扱われている(干渉も入る)。
3. クーロンの多重極度は全て含まれる(核力も)。

※クーロン双極子遷移のみ取り入れ、摂動の1次で止めれば、
先行研究の計算に対応する。

クーロンの多重極子



点電荷分布

$$U_{v+c}^{\text{Coul}} = \frac{Z_v Z_T e^2}{|\mathbf{R} + A_c \mathbf{r} / A_P|} + \frac{Z_c Z_T e^2}{|\mathbf{R} - A_v \mathbf{r} / A_P|}$$

$$R > r \longrightarrow = Z_T e \sum_{\lambda} \left(\frac{(A_c r / A_P)^{\lambda} Z_v e}{R^{\lambda+1}} + \frac{(-A_v r / A_P)^{\lambda} Z_c e}{R^{\lambda+1}} \right) P_{\lambda}(\cos \theta_{Rr})$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_T e Z_P e}{R} &= \boxed{Z_T e \frac{Z_v e + Z_c e}{R}} P_0(\cos \theta_{Rr}) \quad \text{[単極子]} && \text{PのE1有効電荷} \\ &+ \frac{Z_T e \boxed{[(A_c / A_P) Z_v e - (A_v / A_P) Z_c e] r}}{\textcircled{R^2} \text{超ロングレンジ}} P_1(\cos \theta_{Rr}) \quad \text{[双極子]} \\ &+ \frac{Z_T e \boxed{[(A_c / A_P)^2 Z_v e + (A_v / A_P)^2 Z_c e] r^2}}{R^3} P_2(\cos \theta_{Rr}) \quad \text{[4重極子]} && \text{PのE2有効電荷} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

PT重心間の
クーロン力
(分解なし)

分解反応の遷移行列

^8B の分解エネルギー($^7\text{Be-p}$ 間のエネルギー)をある区間で束ねた状態が、波数ベクトル $\mathbf{K}_j'$ で散乱される反応の断面積が観測されるものとする。

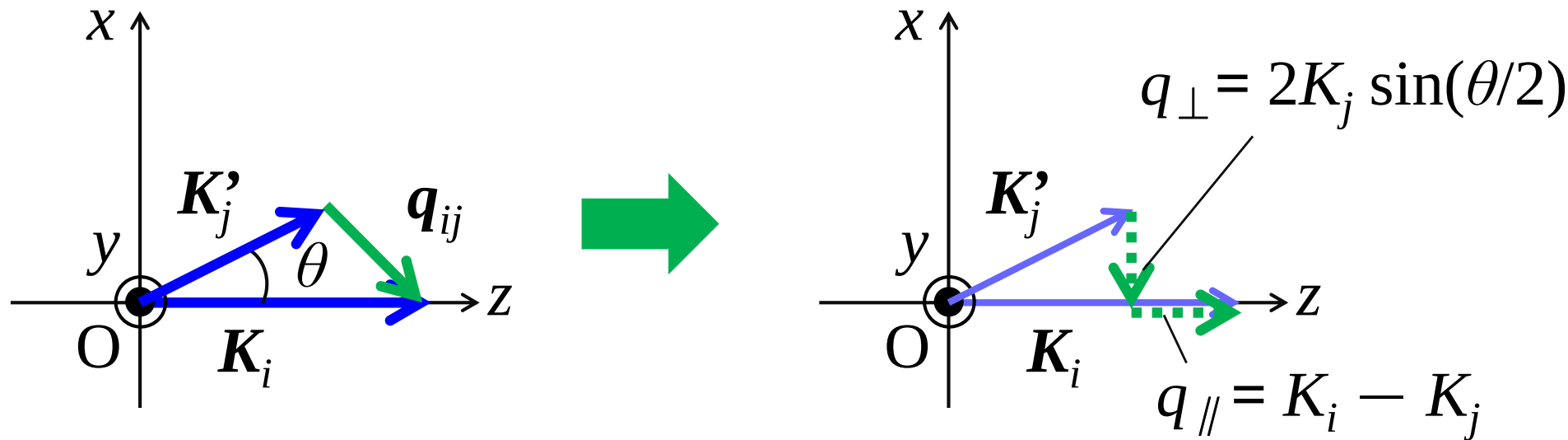
$$\begin{aligned} T_j &= \left\langle \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{K}_j' \cdot \mathbf{R}} \phi_j(\mathbf{r}) \left| U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) \right| \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \right\rangle \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\mathbf{K}_j' \cdot \mathbf{R}} \sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{iK_i z} d\mathbf{R} \end{aligned}$$

$$(\because F_{ji}(b, z) = \langle \phi_j(\mathbf{r}) | U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) | \phi_i(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}})$$

移行運動量

$$e^{-i\mathbf{K}'_j \cdot \mathbf{R}} e^{i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}} = e^{i(\mathbf{K}_i - \mathbf{K}'_j) \cdot \mathbf{R}} \equiv e^{i\mathbf{q}_{ij} \cdot \mathbf{R}}$$

前方散乱近似を適用すると、 $\mathbf{q}_{ij}$ の垂直成分と平行成分は、下図のようになる。



よって、 $\mathbf{q}_{ij}$ と $\mathbf{R}$ の内積は、

$$\mathbf{q}_{ij} \cdot \mathbf{R} = -2K_j \sin(\theta/2) b \cos \phi_R + (K_i - K_j)z$$

分解反応の遷移行列(つづき)

$$T_j = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i \underbrace{2bK_j \sin(\theta/2)}_{\sim bK_j \theta} \cos \phi_R} \underbrace{\sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{i(K_i - K_j)z}}_{= i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z} \psi_j(b, z)} dz b db d\phi_R$$

$$T_j = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-ibK_j \theta \cos \phi_R} i\hbar v_j [\psi_j(b, z)]_{z=-\infty}^{z=\infty} b db d\phi_R$$

$$= \frac{i\hbar v_j}{(2\pi)^3} \int e^{-ibK_j \theta \cos \phi_R} [S_j(b) - \delta_{j0}] b db d\phi_R$$

$$= \frac{i\hbar^2 K_j}{(2\pi)^2 m_P} \int J_0(bK_j \theta) [S_j(b) - \delta_{j0}] b db \quad \longrightarrow \quad \text{分解断面積の角度分布}$$

$$\therefore \int_0^{2\pi} e^{-ibK_j \theta \cos \phi_R} d\phi_R = 2\pi J_0(bK_j \theta)$$

(純)量子力学計算との対応

遷移行列の積分要素

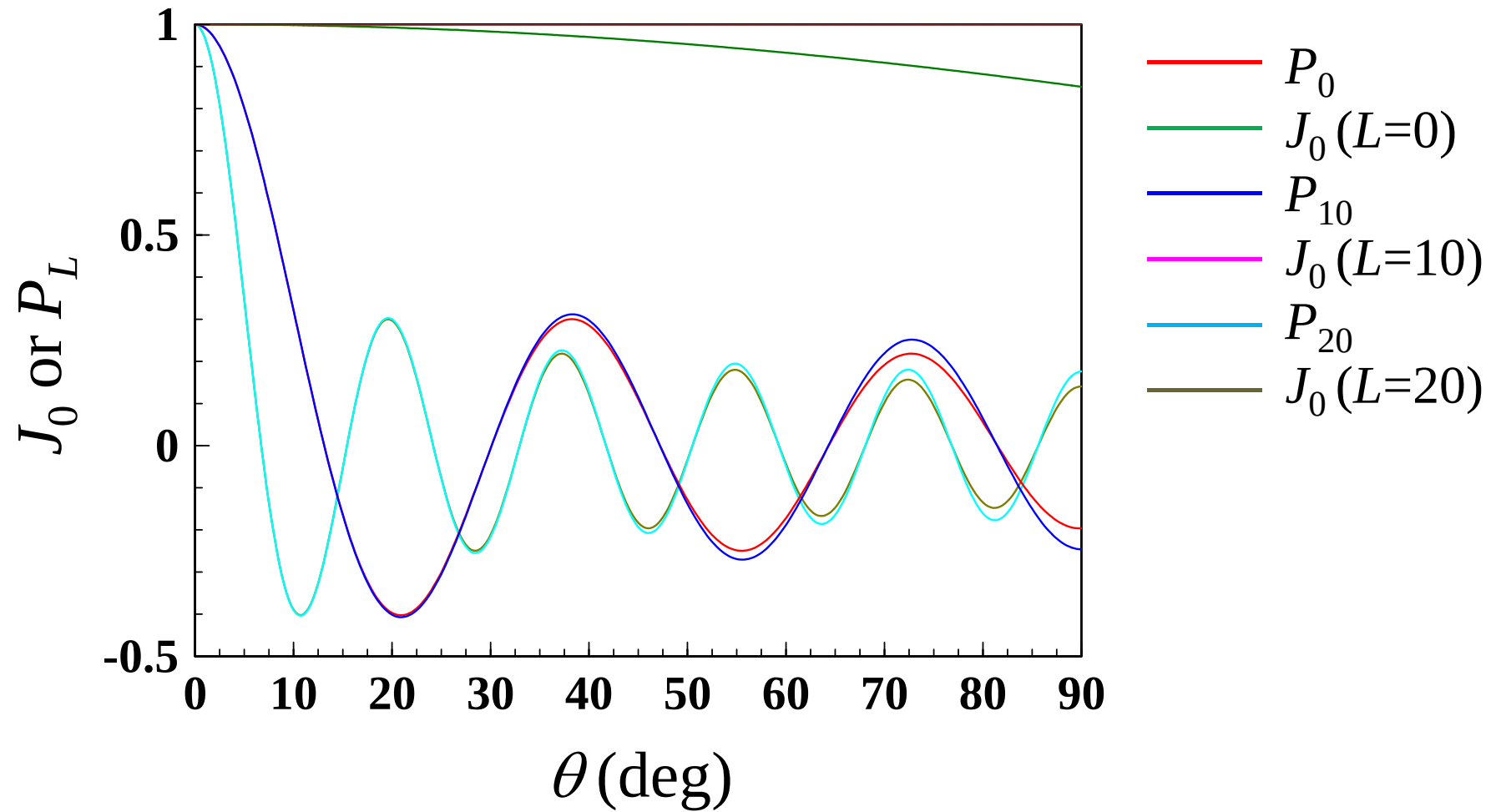
$$\begin{aligned} I &\equiv K_j \int J_0(bK_j\theta) [S_j(b) - \delta_{j0}] b db \\ &= K_j \sum_L \int_{L/K_j}^{(L+1)/K_j} J_0(bK_j\theta) [S_j(b) - \delta_{j0}] b db \\ &\approx K_j \sum_L \underbrace{J_0\left((2L+1)\frac{\theta}{2}\right)}_{\approx P_L(\cos\theta)} [S_j^{(L)} - \delta_{j0}] \underbrace{\int_{L/K_j}^{(L+1)/K_j} b db}_{= \frac{2L+1}{2K_j^2}} \end{aligned}$$

$K_j b = L+1/2$ とすることで、量子力学的な表式が得られる。

$$I \approx \frac{1}{2K_j} \sum_L (2L+1) [S_j^{(L)} - \delta_{j0}] P_L(\cos\theta)$$

※小さい L の S 行列のみ量子力学的に計算すれば、より正確。

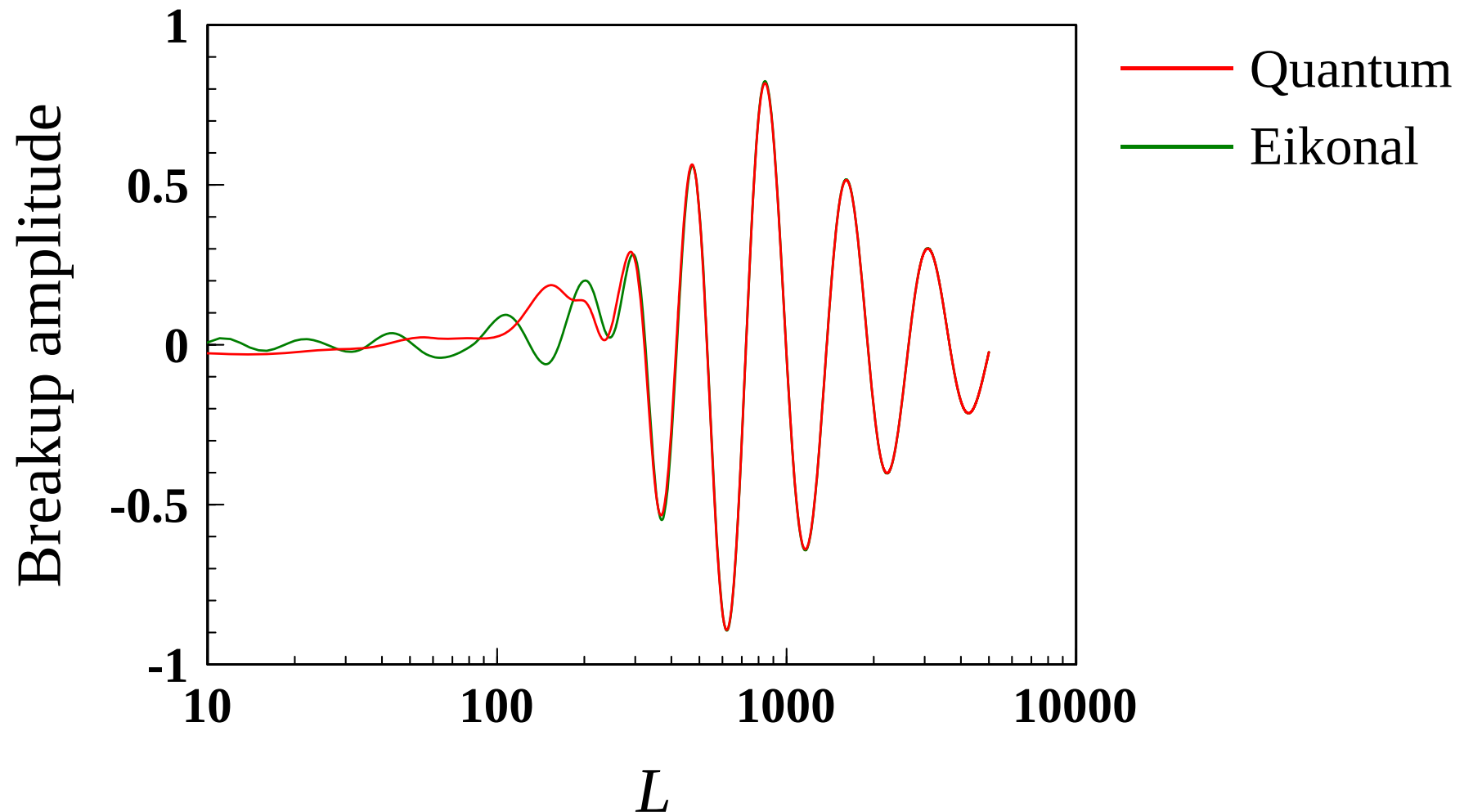
ルジャンドル関数とベッセル関数



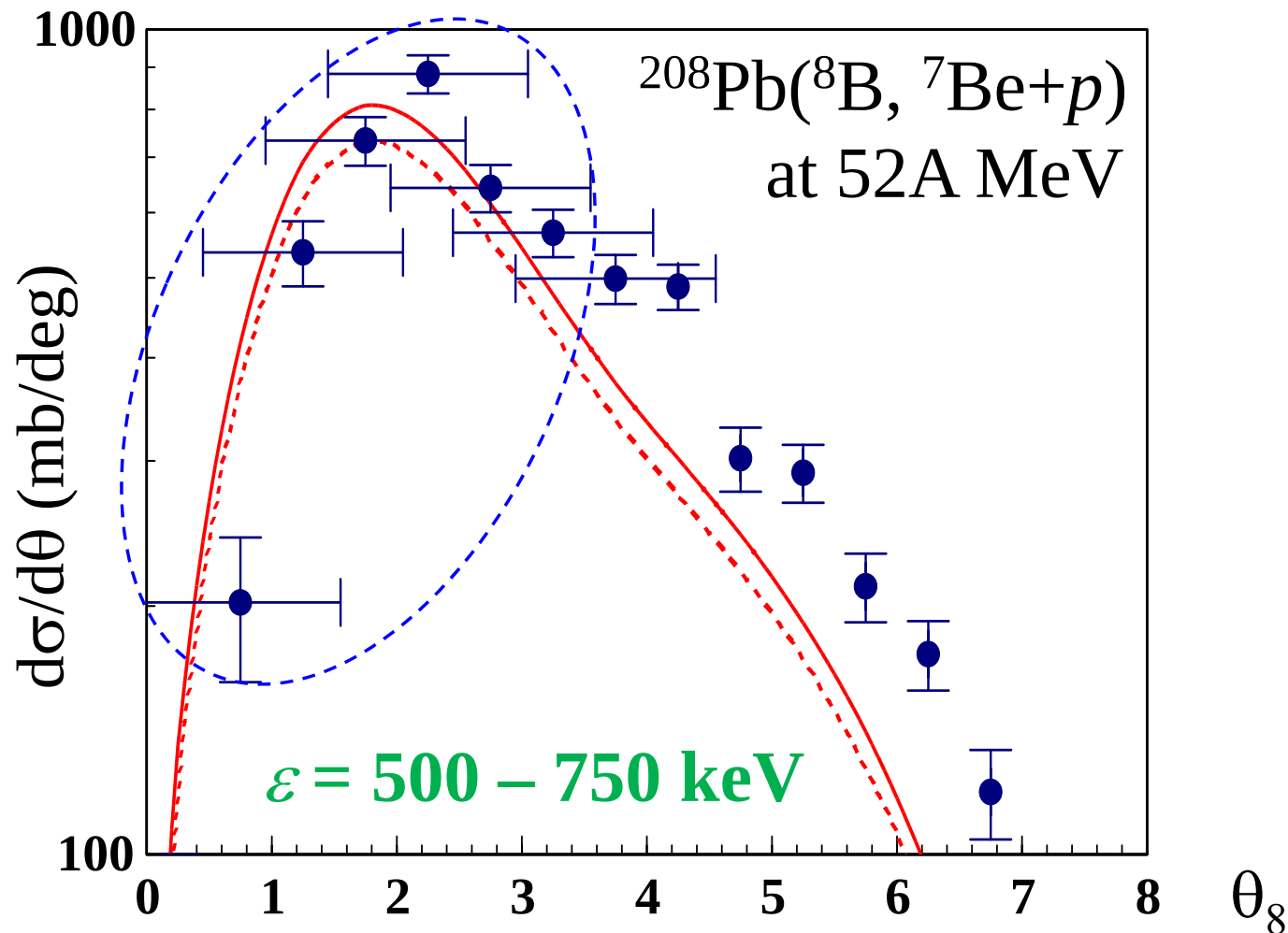
- 散乱振幅の角度依存性は、 $J_0(bK\theta)$ でほぼ表現できている。
- 前方散乱近似をやめると、余分な(強すぎる)角度依存性が出る。

量子力学計算との対応(分解反応)

^{208}Pb による ^8B 分解反応(at 核子あたり 250 MeV)の遷移振幅(実部)

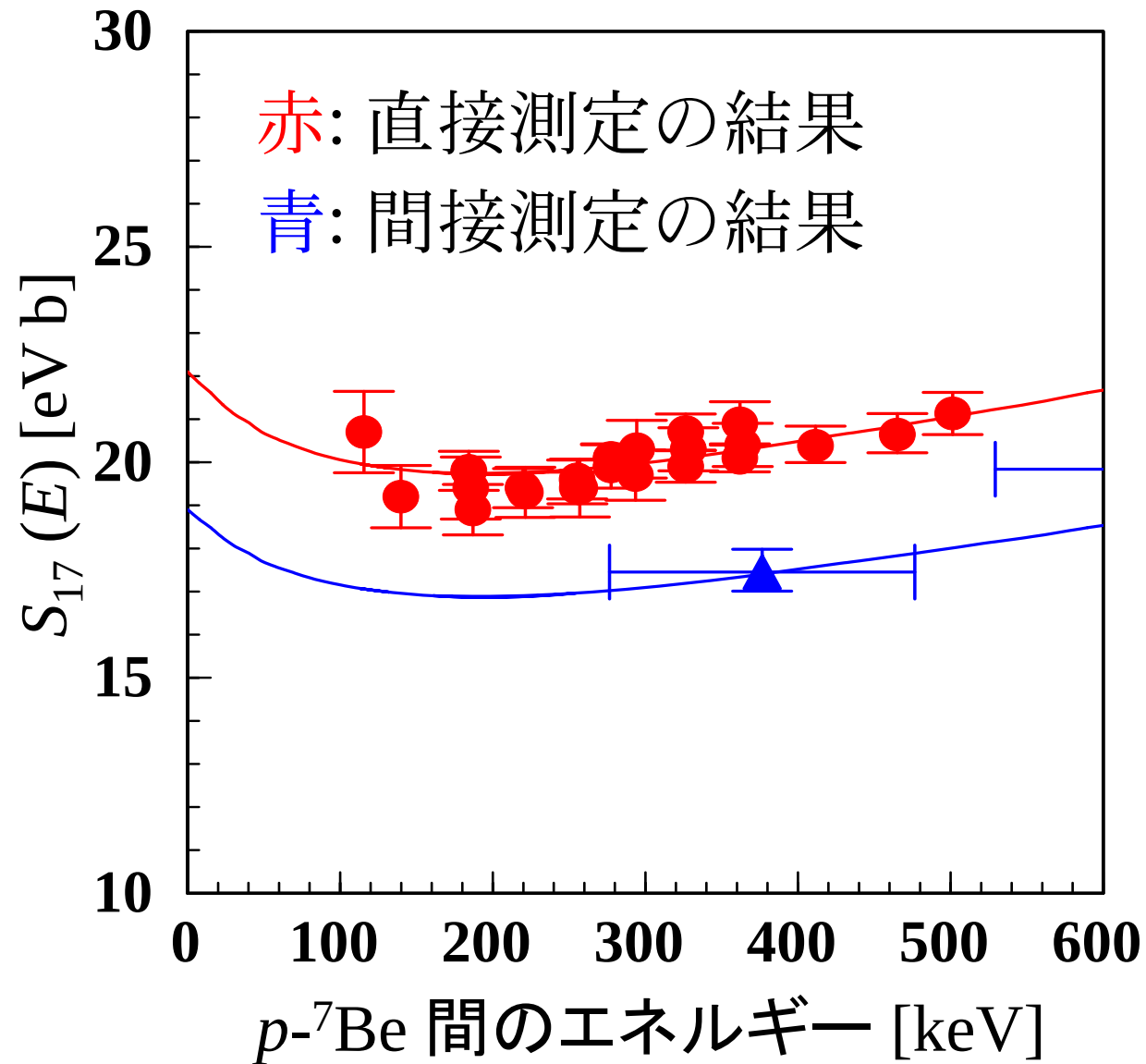


^8B 分解断面積の角分布



実験値と理論計算値の“比”から、 ^8B 波動関数の漸近係数 C を得ることができる。 C が得られれば、 $S_{17}(E)$ が描ける。

${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 S_{17}



以前の結果

直接測定:

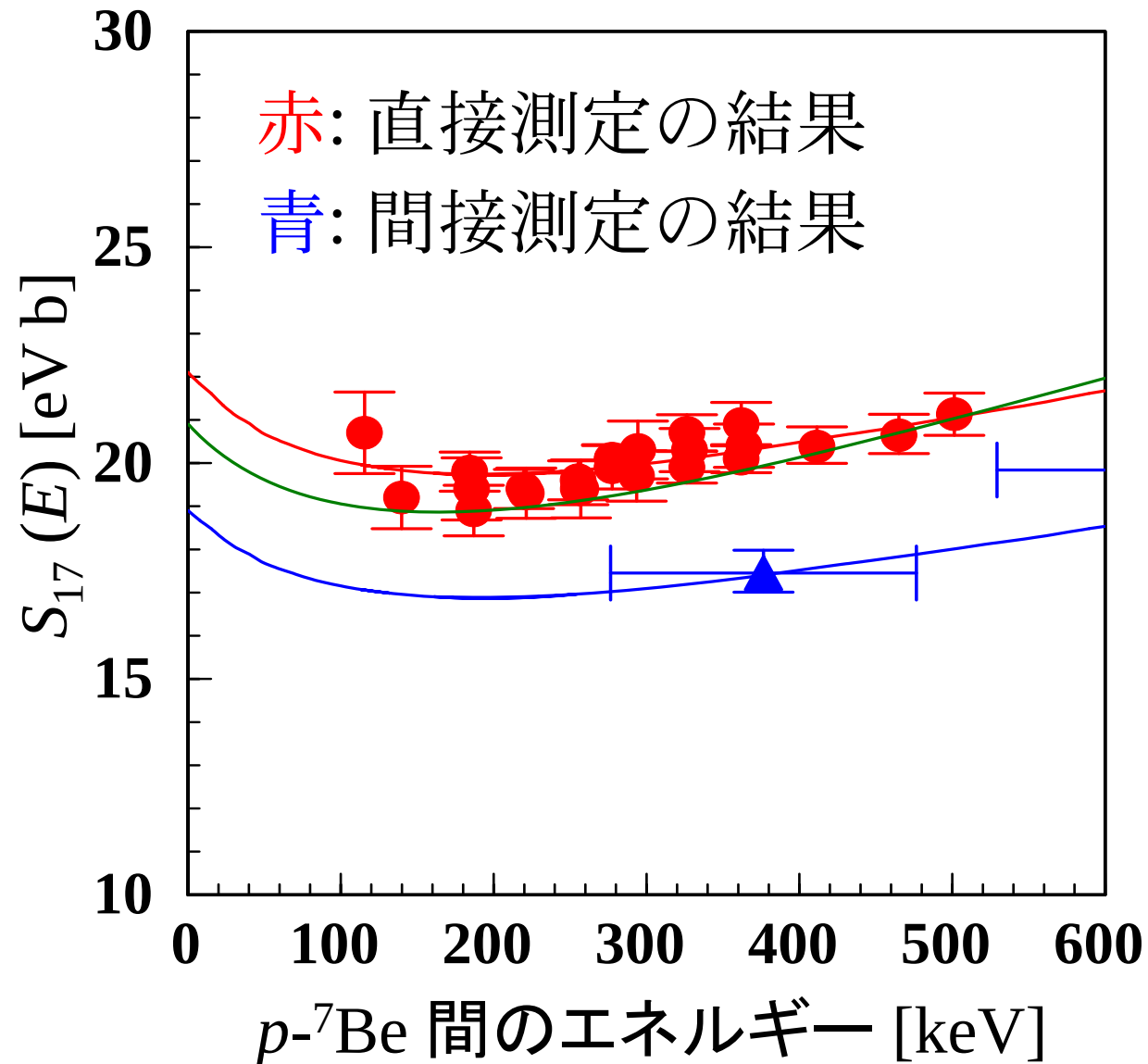
$$S_{17}(0) = 22.1 \pm 0.85 \text{ eV b}$$

間接測定:

$$S_{17}(0) = 18.9 \pm 1.8 \text{ eV b}$$

今回の解析結果

${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 S_{17}



以前の結果

直接測定:

$$S_{17}(0) = 22.1 \pm 0.85 \text{ eV b}$$

間接測定:

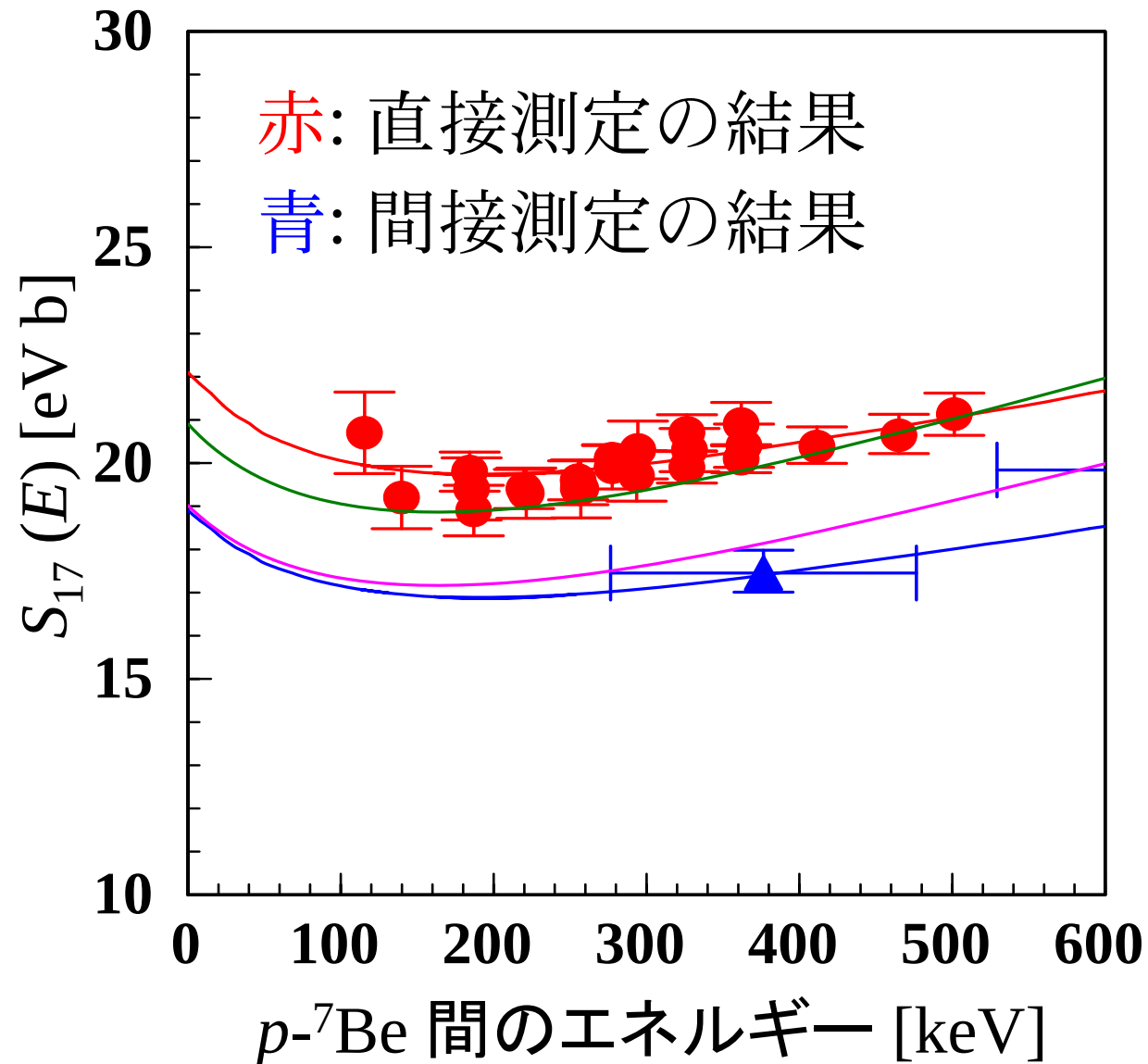
$$S_{17}(0) = 18.9 \pm 1.8 \text{ eV b}$$

今回の解析結果

“完全”計算:

$$S_{17}(0) = 20.9^{+2.0}_{-1.9} \text{ eV b}$$

${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 S_{17}



— 以前の結果 —

直接測定: updated

$$S_{17}(0) = 20.9 \pm 0.92 \text{ eV b}$$

間接測定:

$$S_{17}(0) = 18.9 \pm 1.8 \text{ eV b}$$

— 今回の解析結果 —

“完全”計算:

$$S_{17}(0) = 20.9^{+2.0}_{-1.9} \text{ eV b}$$

間接測定(簡易計算):

$$S_{17}(0) = 19.0^{+1.9}_{-1.7} \text{ eV b}$$

反応解析の結果は、解析の精度に依存する。

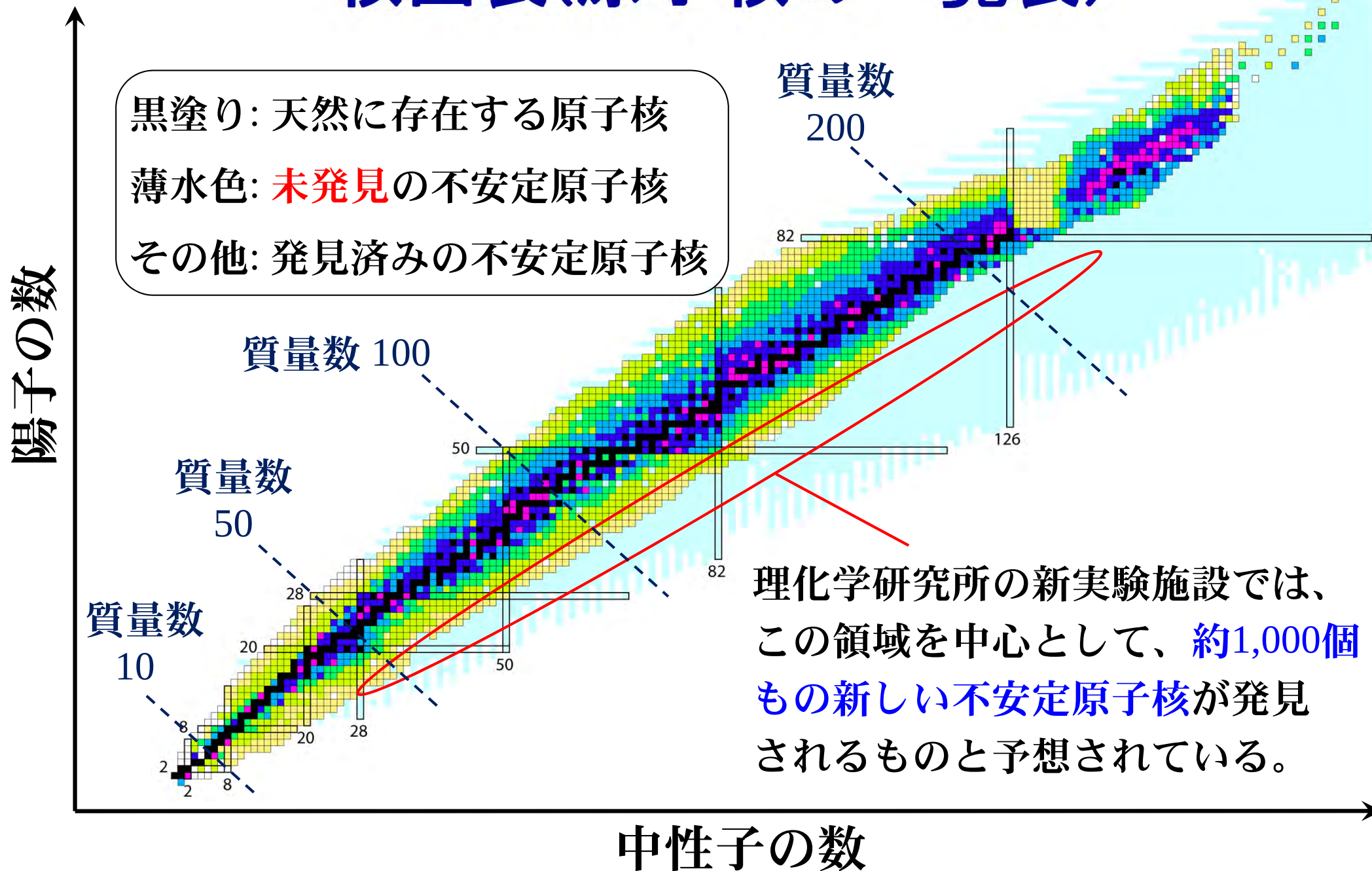
E-CDCCとその天体核反応への応用のまとめ

- 天体核物理学上の重大な課題である S_{17} 問題を紹介した。
- 不安定核 ^8B の分解反応を、 $^7\text{Be}+p$ +標的核の3体反応模型に基づいて記述した。
- CDCCとアイコナール近似を組み合わせたアイコナールCDCC (E-CDCC)を紹介した。
- E-CDCCに対する量子力学的補正は最小の手間で実行可能。
- 反応解析により、 S_{17} 問題を解決することに成功した。

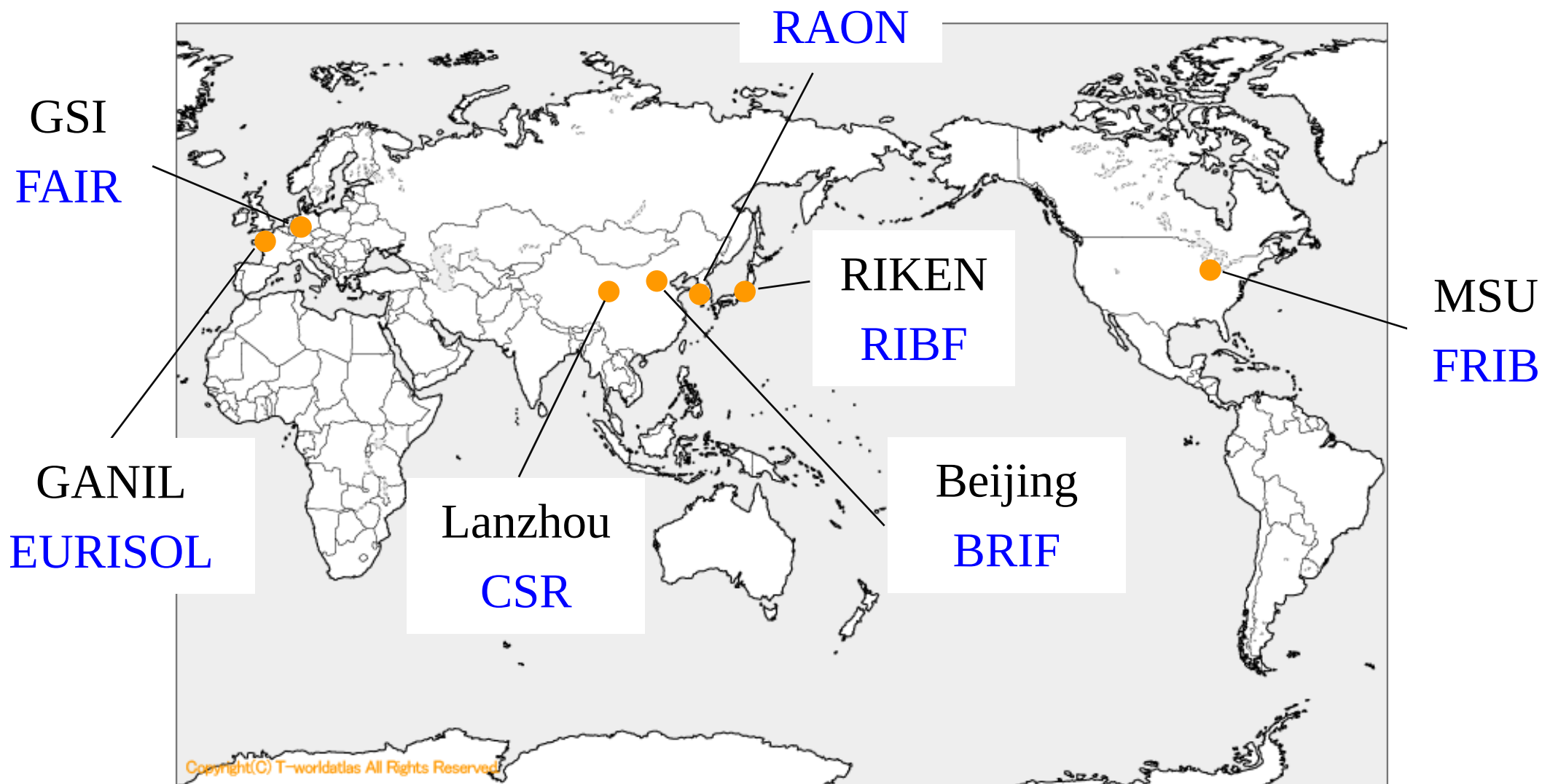
6. アイコナール反応理論とその中性子 除去反応への応用

M. Yahiro, K. Ogata, K. Minomo, PTP**126**, 167 (2011).

核図表(原子核の一覧表)



世界の先端不安定核実験施設(計画含む)



不安定核物理学は、今まさに黄金期。

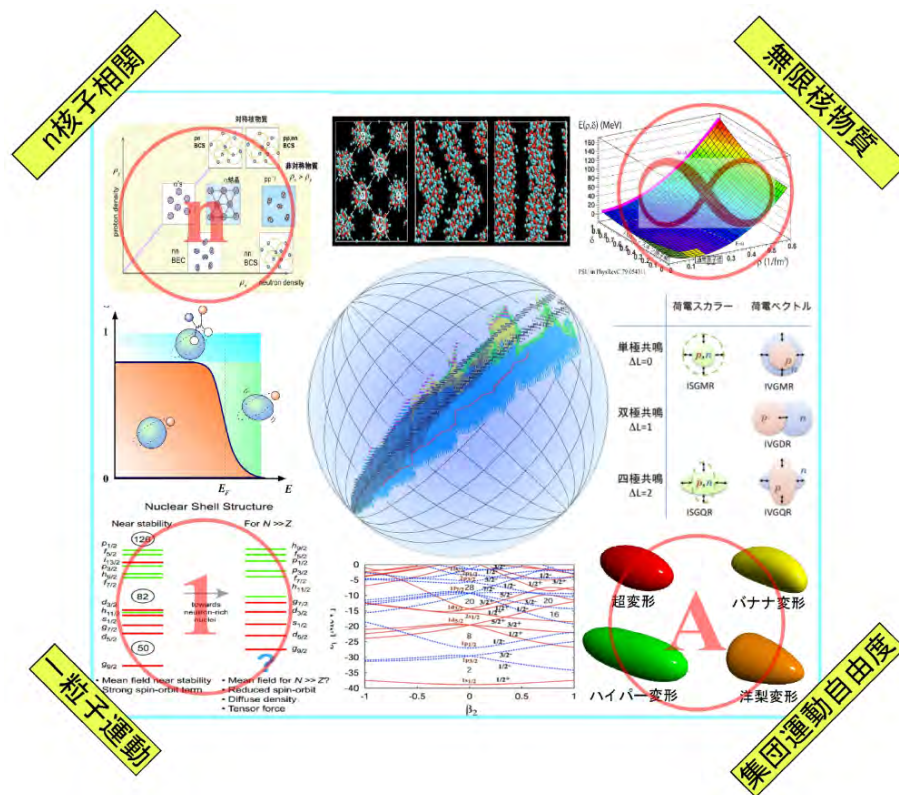
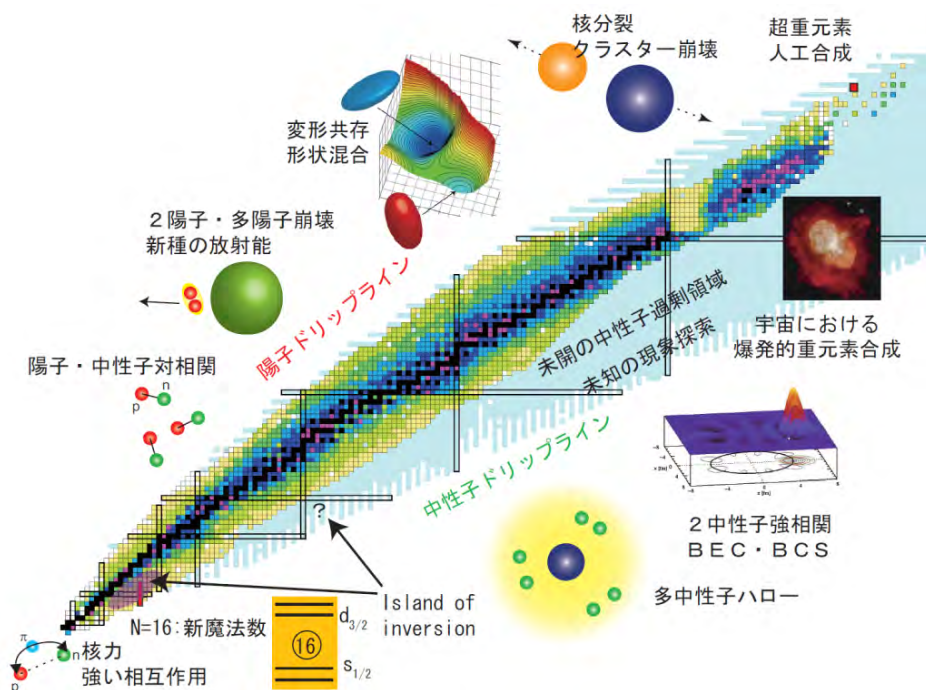
不安定核物理の将来レポート

RIBFの物理

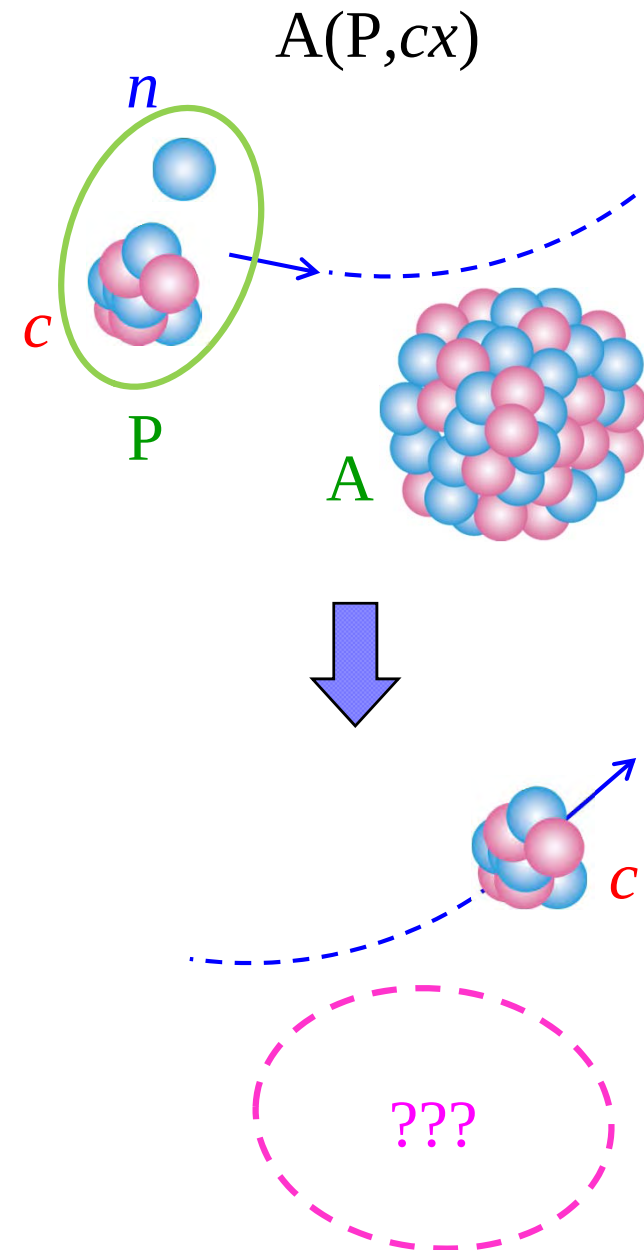
新加速器施設RIBFで展開される物理について、
全国の若手・中堅理論研究者のグループ
(RIBF理論研究推進会議)が纏めたレポート。

日本の核物理の将来レポート

我が国における原子核物理の今後30年にわたる
展望を纏めたもの。不安定核物理以外にも、精
密核物理・ハドロン物理・基礎物理・ストレン
ジネス物理・計算核物理等のレポートもあり。



中性子除去(removal)反応



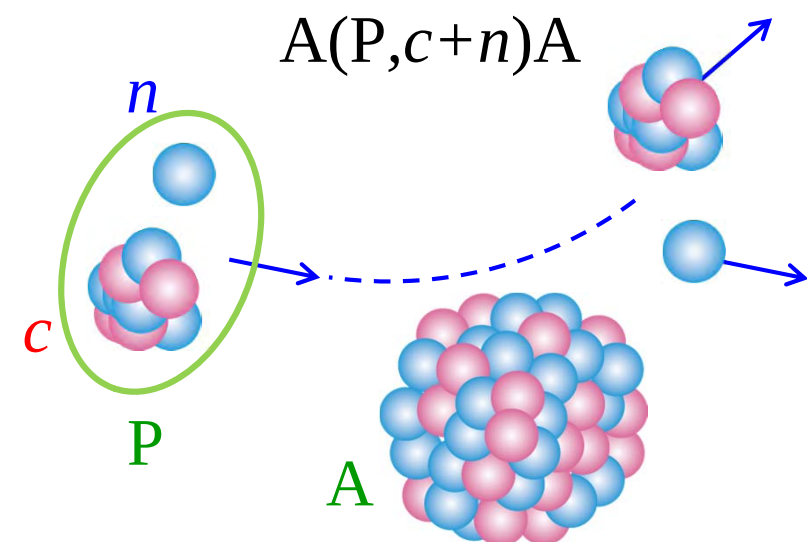
特徴(定義)

- ・ コア核のみを観測する。
- ・ 多数の自由度が関与する包括的過程。
- ・ 弾性分解(elastic breakup; **EB**)と(広義の)剥ぎ取り過程(stripping; **STR**)からなる。

要点(ストリッピング)

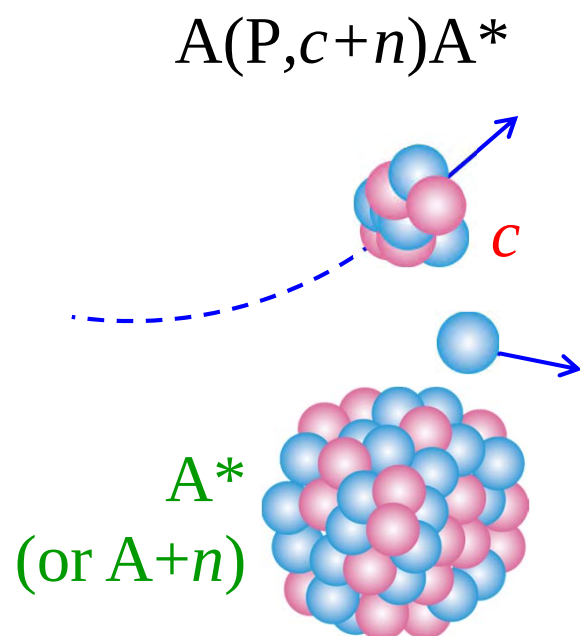
- ・ コア核は“弾性チャネル”に生き残り、中性子(群)だけが吸収され则认为る。
- ・ 入射粒子の構成粒子によって“運命”が異なる。これをどう記述するか?

弾性分解とストリッピング



弾性分解(EB)

- ・ 反応後の標的核は基底状態。
- ・ 通常のCDCCで記述可能。



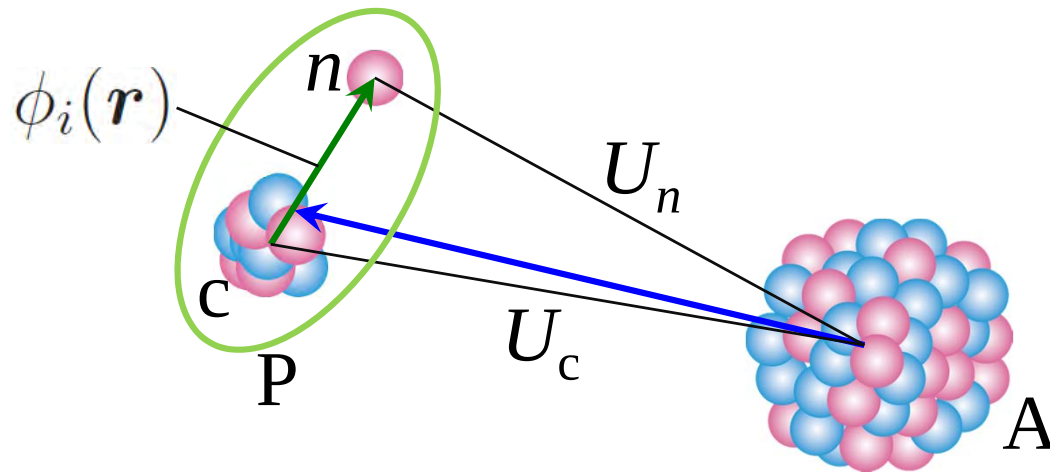
ストリッピング(STR)

- ・ 標的核は励起される(移行反応の寄与は中間エネルギー領域では無視できる)。
- ・ その励起は剥ぎ取られる中性子に起因。
- ・ 通常のチャネル結合法では記述不可能。
- ・ グラウバー模型が成功。ただし問題も。

アイコナール反応理論

Eikonal Reaction Theory (ERT)

チャネル結合計算に基づいてストリッピング過程を記述する模型。



μ : 換算質量

アイコナール近似の演算子表現

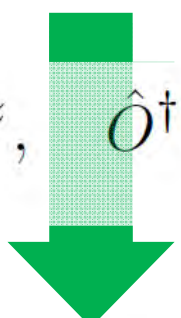
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + U_c(R_c) + \hbar - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \frac{1}{\sqrt{\hbar \hat{v}}} e^{i\hat{K}z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \quad \hat{K} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu(E - \hat{h})}, \quad \hat{v} = \frac{\hbar \hat{K}}{\mu}$$

アイコナール反応理論(つづき)

Φ の2階微分を落とすと

$$i \frac{\partial}{\partial z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = e^{-i\hat{K}z} \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$$

$$\hat{O}(z) \equiv \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}z}, \quad \hat{O}^\dagger(z) \equiv e^{-i\hat{K}z} \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}}$$


$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = -i \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$$

方程式の形式解:

$$\hat{S} \equiv \exp \left[-i \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) dz \right]$$

時間順序積

アイコナール反応理論(さらにつづき)

$$\hat{S} \equiv \exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^{\dagger}(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) dz \right]$$

U_n に対してのみ断熱近似を適用(中間エネルギーで成立):

$$\hat{K} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu \left(E - \boxed{\hat{h}} \right)} \longrightarrow K_0, \quad \hat{v} = \frac{\hbar \hat{K}}{\mu} \longrightarrow v_0, \quad \mathcal{P} \longrightarrow 1$$

Pの基底状態のエネルギー
固有値で置き換える。

$$\hat{S} \rightarrow \underbrace{\exp \left[-i \frac{1}{\hbar v_0} \int_{-\infty}^{\infty} U_n(R_n) dz \right]}_{\equiv \hat{S}_n} \underbrace{\exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^{\dagger}(z) U_c(R_c) \hat{O}(z) dz \right]}_{\equiv \hat{S}_c}$$

右の式の形式解が $\hat{S}_c$! $\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$

アイコナール反応理論(まとめ)

アイコナール近似と U_n に対する断熱近似によりS行列を分割可能。

$$\hat{S} = \hat{S}_n \hat{S}_c$$

S行列とその“成分” は以下の方程式を解くことで得られる。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}_c$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}_n$$

- 3体分解のダイナミクスが入っている。
- クーロン力を含む U_c に断熱近似を適用すると発散の問題が起きる。

各種断面積

反応断面積: $\sigma_R = 2\pi \int (1 - |\langle 0 | \hat{S} | 0 \rangle|^2) b db$

※ブラケットはPの状態を表す(cおよびAは基底状態)。

弾性分解断面積: $\sigma_{EB} = 2\pi \int \sum_{c \neq 0} |\langle c | \hat{S} | 0 \rangle|^2 b db$
 $= 2\pi \int \sum_{c \neq 0} \langle 0 | \hat{S}^\dagger | c \rangle \langle c | \hat{S} | 0 \rangle b db$

近似的完全系

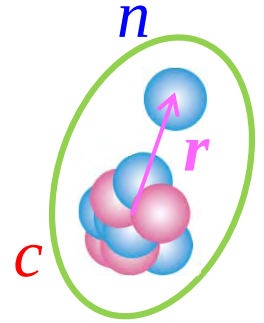
$$\sum_c |c\rangle \langle c| \approx 1 \rightarrow \approx 2\pi \int (\langle 0 | \hat{S}^2 | 0 \rangle - |\langle 0 | \hat{S} | 0 \rangle|^2) b db$$

全融合断面積: $\sigma_{TF} \equiv \sigma_R - \sigma_{EB} = 2\pi \int \underbrace{(1 - \langle 0 | \hat{S}^2 | 0 \rangle)}_{\approx} b db$

何らかの吸収(追跡していないチャネルへの流束の逃げ)が起きる“確率”。

➡ $1 - \sum_c \langle 0 | \hat{S}^\dagger | c \rangle \langle c | \hat{S} | 0 \rangle = 1 - \sum_c |\langle c | \hat{S} | 0 \rangle|^2$

電気双極子(E1)遷移の発散問題



遷移相互作用: $V_{E1} = \frac{e_{E1} Z_T e r}{R^2} \equiv C \frac{r}{R^2}$

位相差: $\chi_{E1}(b) = \frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} C \frac{r}{R^2} dz \equiv C' r \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R^2} dz = C' r \frac{\pi}{b}$

遷移確率分布(ϕ_0 は実数とする):

$$\begin{aligned} P_{E1}(b) &= \left\langle \phi_0 \left| \left| \exp \left[i C' r \frac{\pi}{b} \right] \right|^2 \right| \phi_0 \right\rangle - \left| \left\langle \phi_0 \left| \exp \left[i C' r \frac{\pi}{b} \right] \right| \phi_0 \right\rangle \right|^2 \\ &\sim 1 - \left| \left\langle \phi_0 \left| 1 + i C' r \frac{\pi}{b} - \frac{1}{2} \left(C' r \frac{\pi}{b} \right)^2 \right| \phi_0 \right\rangle \right|^2 \\ &\sim \left(C' \frac{\pi}{b} \right)^2 \langle \phi_0 | r^2 | \phi_0 \rangle - \left(C' \frac{\pi}{b} \right)^2 \langle \phi_0 | r | \phi_0 \rangle^2 = \left(C' \frac{\pi}{b} \right)^2 (\Delta r)^2 \end{aligned}$$

分散

$(\Delta r)^2$

電気双極子(E1)遷移の発散問題(つづき)

E1分解断面積:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{E1}} &= \int P_{\text{E1}}(b) d\mathbf{b} = 2\pi (C'\pi)^2 (\Delta r)^2 \int \frac{1}{b^2} b db \\ &= 2\pi (C'\pi)^2 (\Delta r)^2 \left[\int \frac{1}{b} db \right]\end{aligned}$$

対数発散

※この発散を引き起こす項のみを、**摂動計算**(断熱近似なし)の結果で置き換える方法もある(**C**oulomb-**C**orrected **E**ikonal model)。

P. Capel, D. Baye, Y. Suzuki, PRC**78**, 054602 (2008).

全融合断面積の分割

$$\sigma_{\text{TF}} = 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}_c \hat{S}_n|^2 | 0 \rangle) b db$$

$$\sigma_{\text{TF}} = \sigma_{n:\text{STR}} + \sigma_{c:\text{STR}} + \sigma_{\text{CF}}$$

中性子剥離(吸収)断面積:

中性子は何らかの吸収を起こす。

$$\sigma_{n:\text{STR}} = 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db$$

コア核は吸収を起こさない。

コア核剥離(吸収)断面積:

$$\sigma_{c:\text{STR}} = 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_n|^2 (1 - |\hat{S}_c|^2) | 0 \rangle b db$$

完全融合断面積:

$$\sigma_{\text{CF}} = 2\pi \int \langle 0 | (1 - |\hat{S}_c|^2) (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db$$

中性子剥離・除去断面積(計算法)

$$\begin{aligned}\sigma_{n:\text{STR}} &= 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db \\ &= 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 | 0 \rangle b db - 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}|^2 | 0 \rangle b db \\ &= 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}|^2 | 0 \rangle) b db - 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 | 0 \rangle) b db \\ &= \sigma_{\text{TF}} - \sigma_{\text{TF}}(c)\end{aligned}$$

※(c)は U_c のみを取り入れて計算した値。

価中性子の分布
を測る手段

中性子除去断面積

$$\sigma_{-n} = \sigma_{n:\text{STR}} + \sigma_{\text{EB}}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{-n} &= \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{EB}} - [\sigma_{\text{R}}(c) - \sigma_{\text{EB}}(c)] + \sigma_{\text{EB}} \\ &= \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{R}}(c) + \sigma_{\text{EB}}(c)\end{aligned}$$

^{31}Ne の1中性子除去反応への適用

^{31}Ne を $^{30}\text{Ne} + n$ の簡単なモデルで表し(相対軌道角運動量は1とする)、その配位の割合 S (分光学的因子)を決定する。

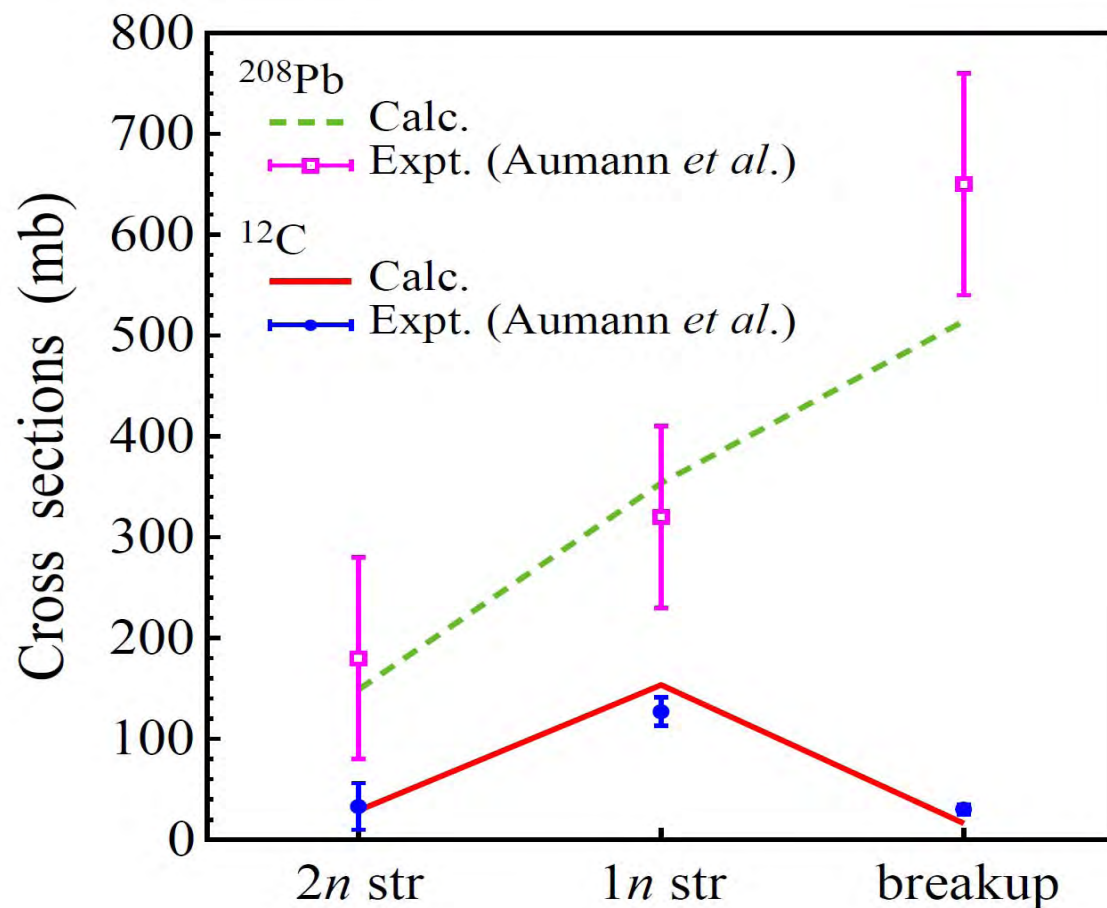
	^{12}C	ERT	Glauber*	^{208}Pb	ERT	Glauber*
$\sigma_{n:\text{STR}}$	90	[109]	96	244	[367]	330
σ_{EB}	24			800		810 (摂動)
σ_{-n}	114	[133]	96	1044	[1167]	1140
S	0.69	[0.59]	0.82	0.68	[0.61]	0.62

※ [] は $\sigma_{n:\text{STR}} \approx \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{R}}(\text{c})$ と近似して計算した結果

- ^{12}C 標的でも弾性分解が効く。
- 中性子剥離断面積には分解断面積の差の項が重要。
- 大雑把に見れば、ERTとGlauberの一致は良い。

*W. Horiuchi, Y. Suzuki, P. Capel, D. Baye, PRC**81**, 024606 (2010).

${}^6\text{He}$ の1, 2中性子剥離(除去)反応への適用



調整パラメータなしで実験データと良く一致。

未知の2中性子ハロー核の分析へ!

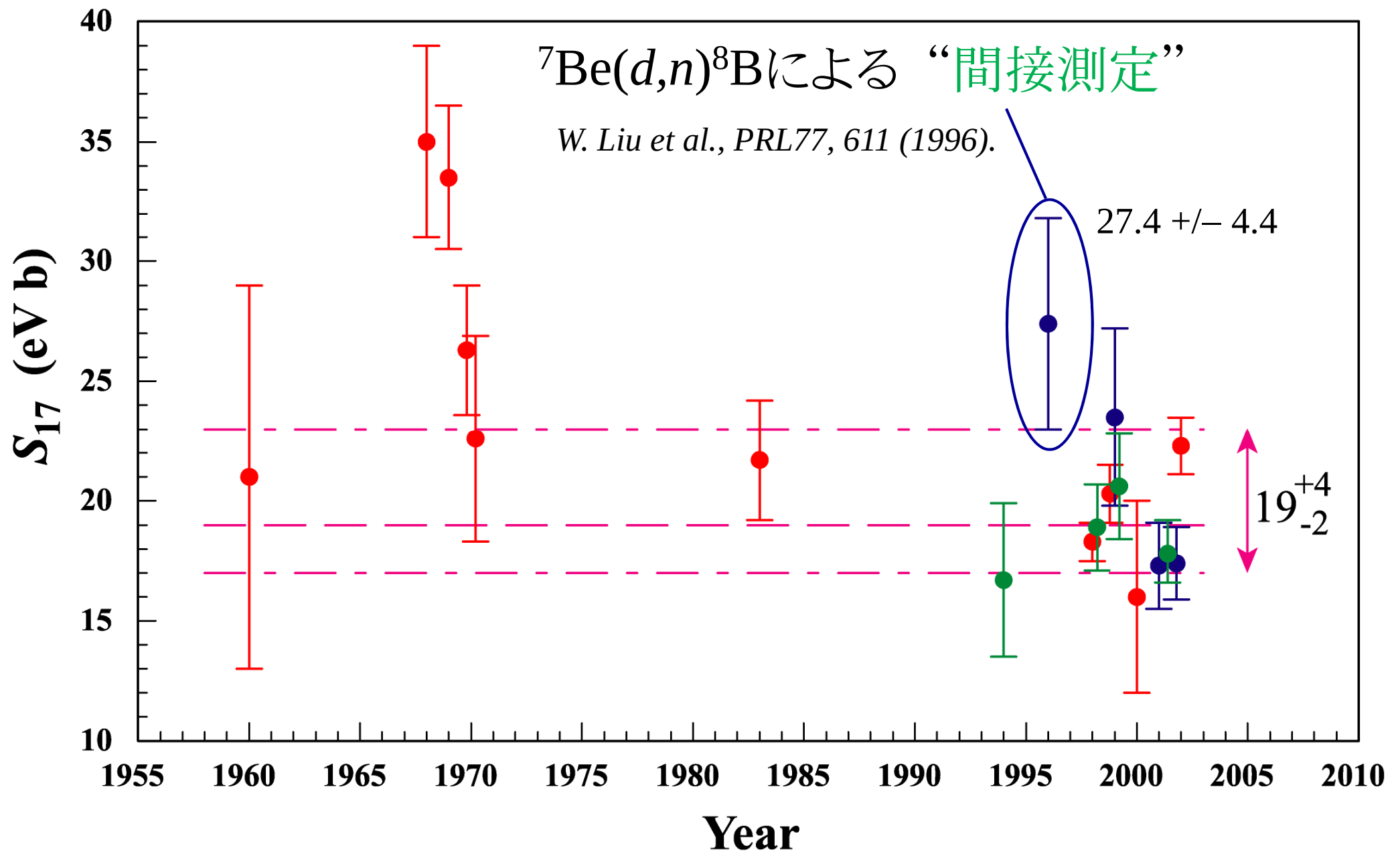
アイコナール反応理論とその中性子 除去反応への応用のまとめ

- 価中性子の分布を抽出する手段として注目されている、**中性子除去反応**について学んだ。
- 離散化チャネル結合法の枠組みに基づき、包括的反応を記述する新しい「**アイコナール反応理論(ERT)**」を提案した。
- ERTは ^{31}Ne や ^6He 等の不安定核の中性子除去反応に適用され、成功を収めている。

7. CDCCの天体核反応・核データ研究 への応用

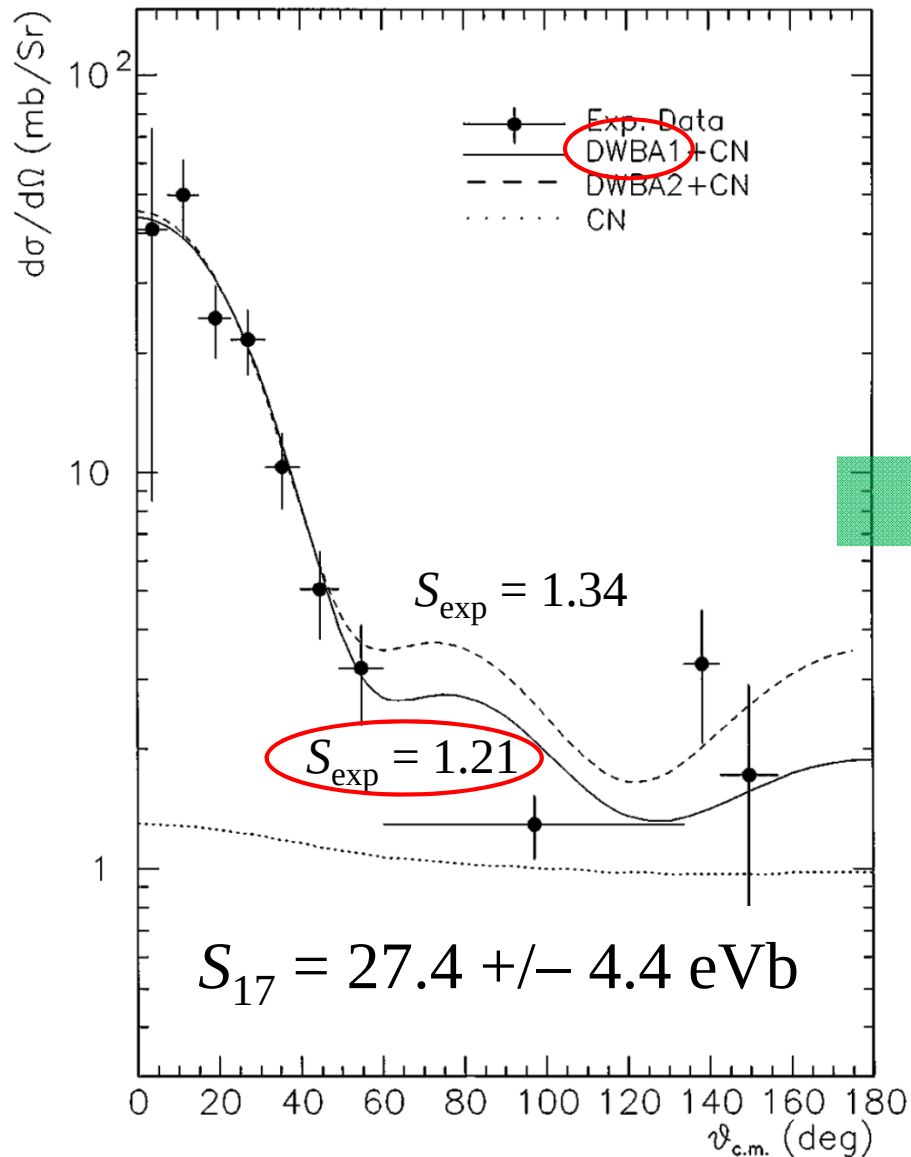
7-1. S_{17} に対する移行反応研究

S_{17} の年表

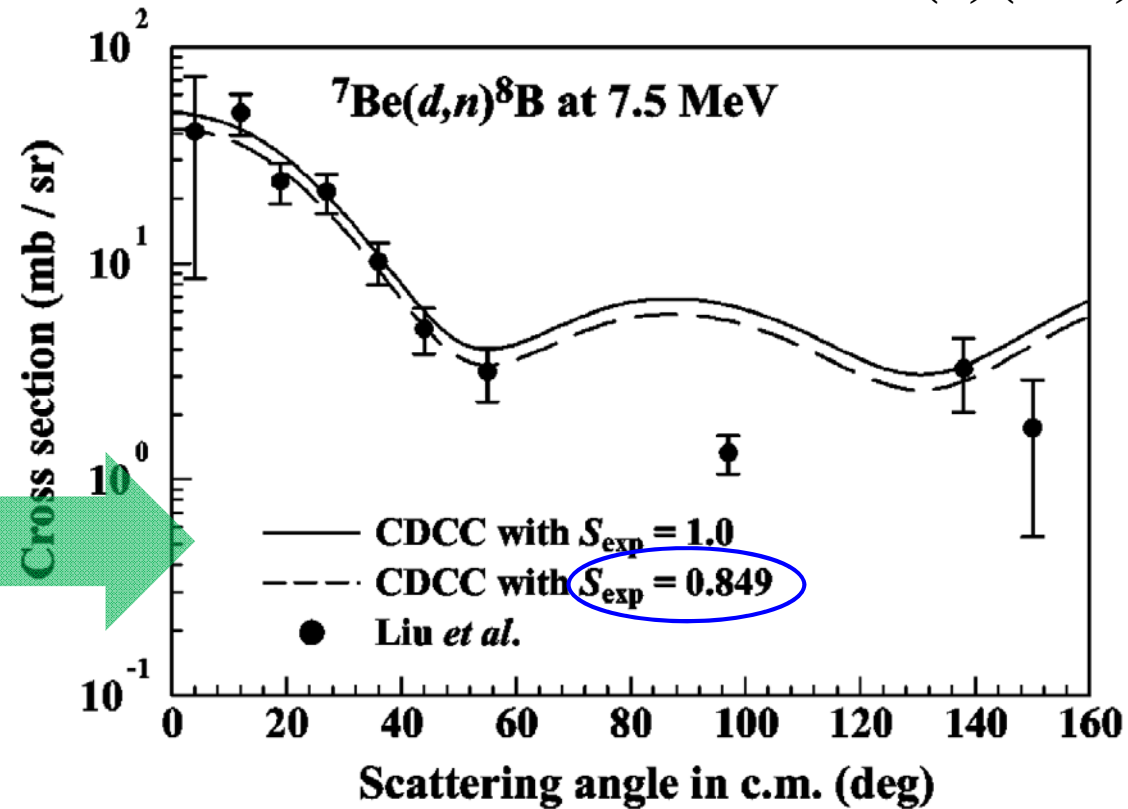


${}^7\text{Be}(d,n){}^8\text{B}$ の解析結果(新旧比較)

W. Liu et al., PRL77, 611 (1996).



KO, Yahiro, Iseri, Kamimura, PRC67, 011602(R) (2003).



$$S_{17} = 21.0 \pm 3.0 \text{ eVb}$$

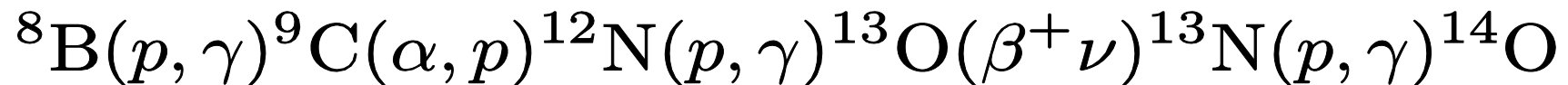
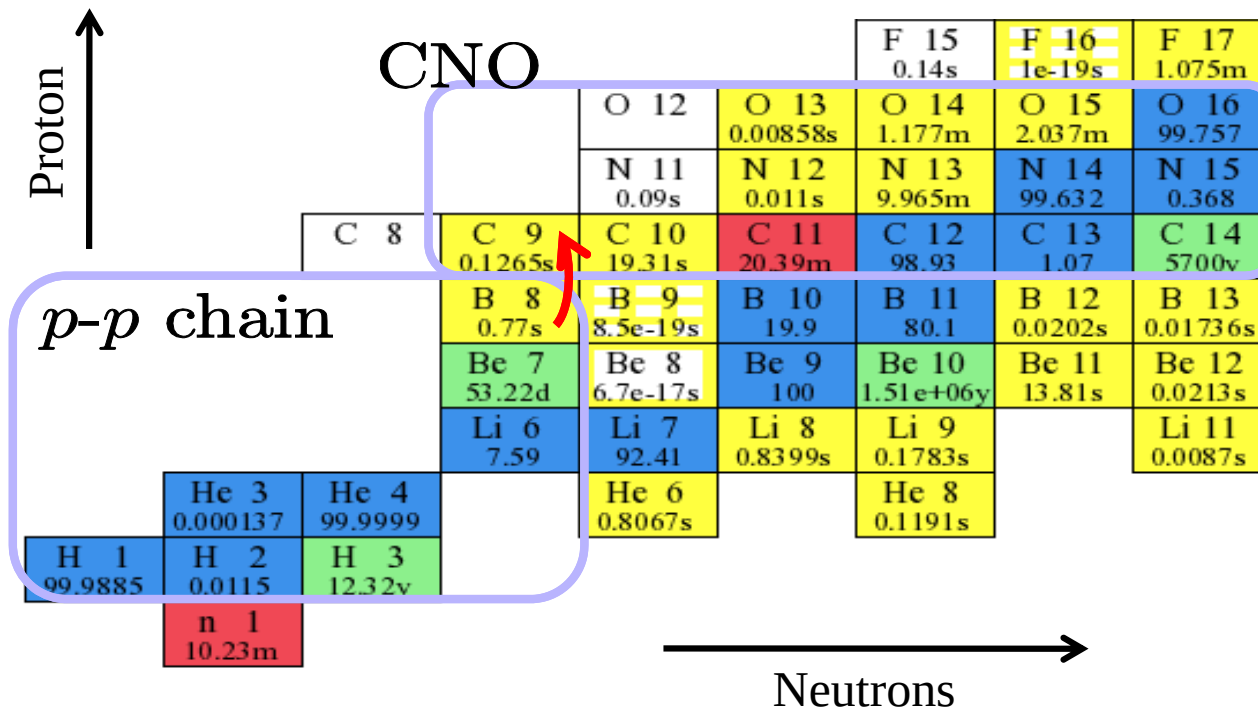
直接測定および分解反応の
CDCC解析結果(20.9)と一致。

7-2. S_{18} に対するCDCC研究

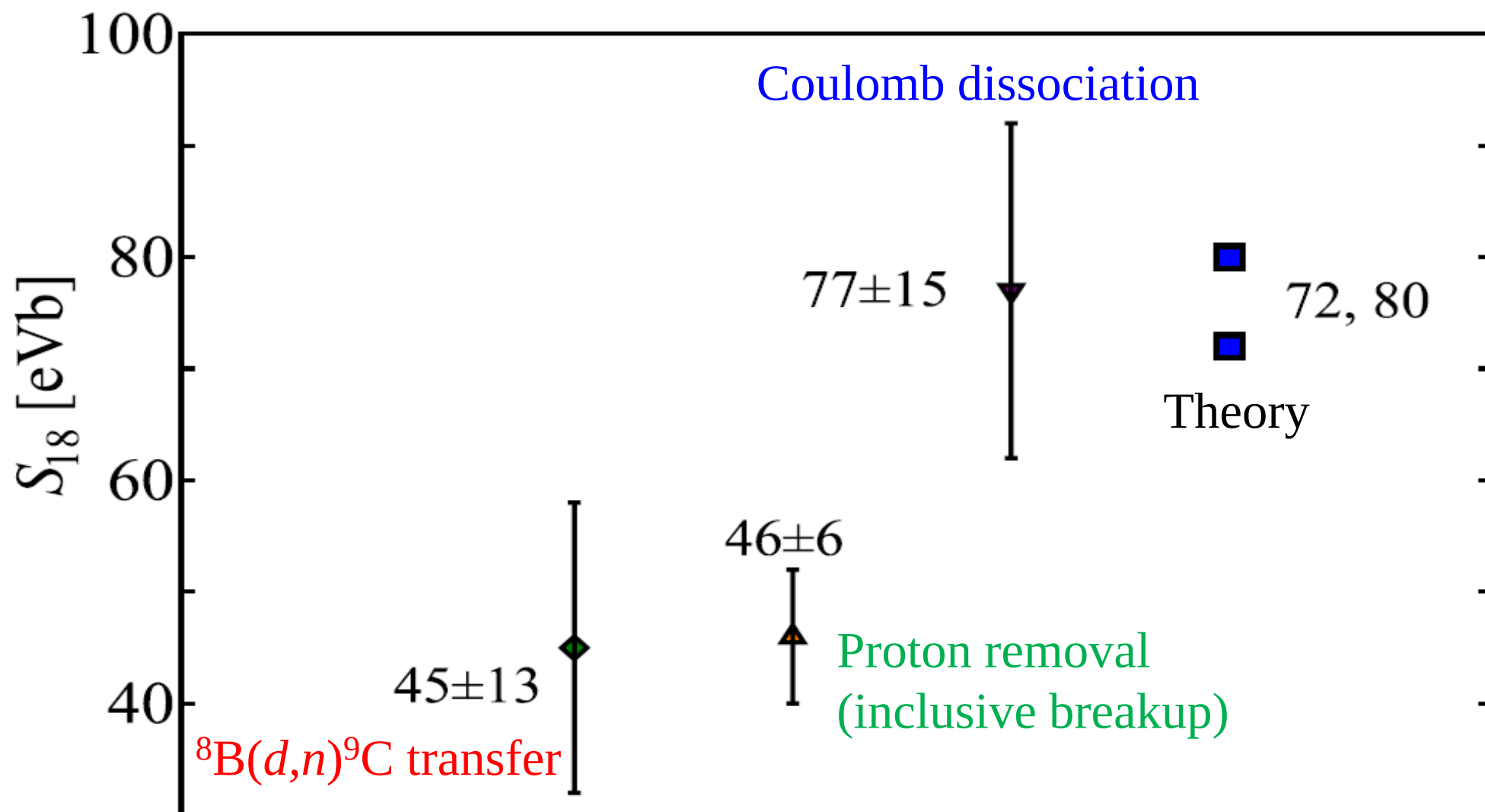
${}^8\text{B}(p,\gamma){}^9\text{C}$ as a path to the CNO cycle

• Hot p - p chain

- ✓ The ${}^8\text{B}(p,\gamma){}^9\text{C}$ is considered to be an alternative path to the nucleosynthesis of CNO elements in specific stars.



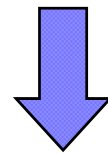
Several results of S_{18}



$(^9\text{C}, ^8\text{B})$ at 285 A MeV の解析

— T. Fukui, O, Minomo, Yahiro, *PRC* **86**, 022801 (2012).

Target	^{12}C		^{27}Al	
	calc.	expt. [12]	calc.	expt. [12]
σ_{bu} [mb]	2.7		4.7	
σ_{str} [mb]	42.2		49.2	
σ_{-p} [mb]	44.9	48(8)	53.9	55(11)
$S_{18}(0)$ [eVb]	65.2		62.2	



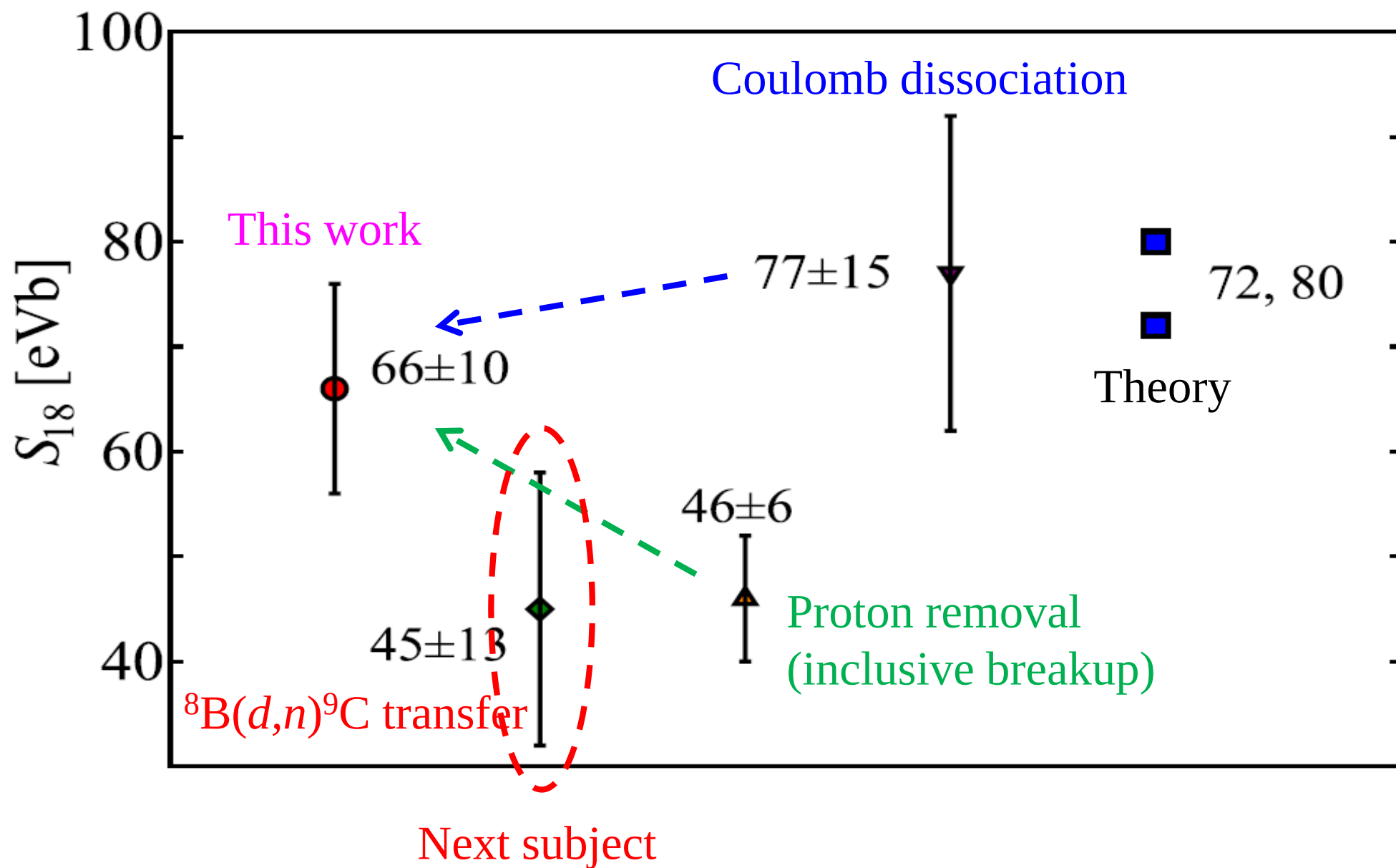
[12] B. Blank *et al.*, *NPA* **624** (1997) 242.

$$S_{18}(0) = 64 \text{ eV b.} \quad \leftarrow \text{整合}$$



※Coulomb 分解反応のCDCC解析から引き出した $S_{18}(0)$ は 67 eV b.

Several results of S_{18}

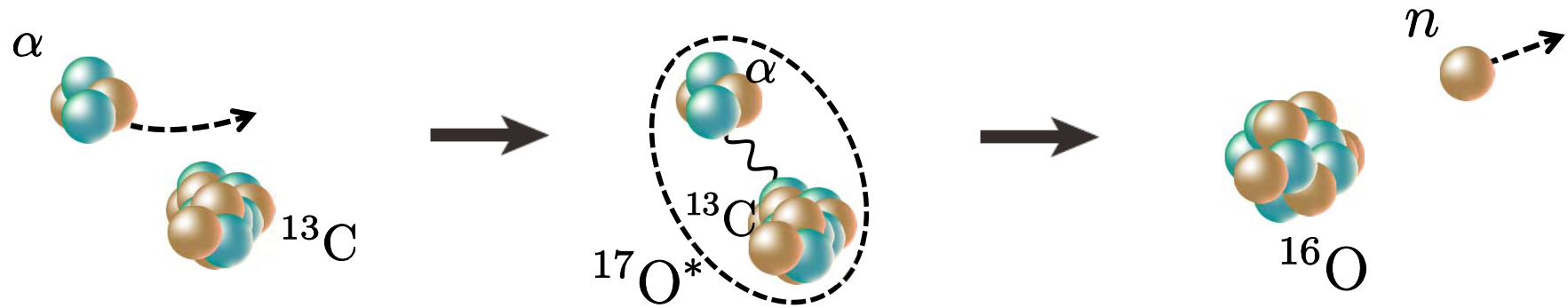


7-3. s-process中性子源に対する研究

Sub-barrier α transfer reaction

$^{13}\text{C}(\alpha, n)$ as a n source for s-process in AGB

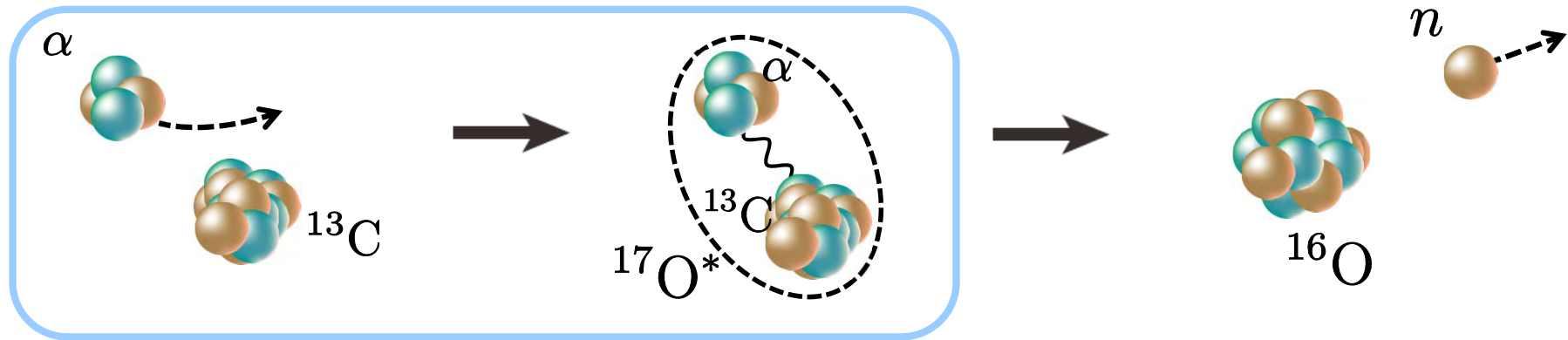
—— T. Fukui, O. Yahihiro, PTP125, 1193 (2011).



Sub-barrier α transfer reaction

$^{13}\text{C}(\alpha, n)$ as a n source for s-process in AGB

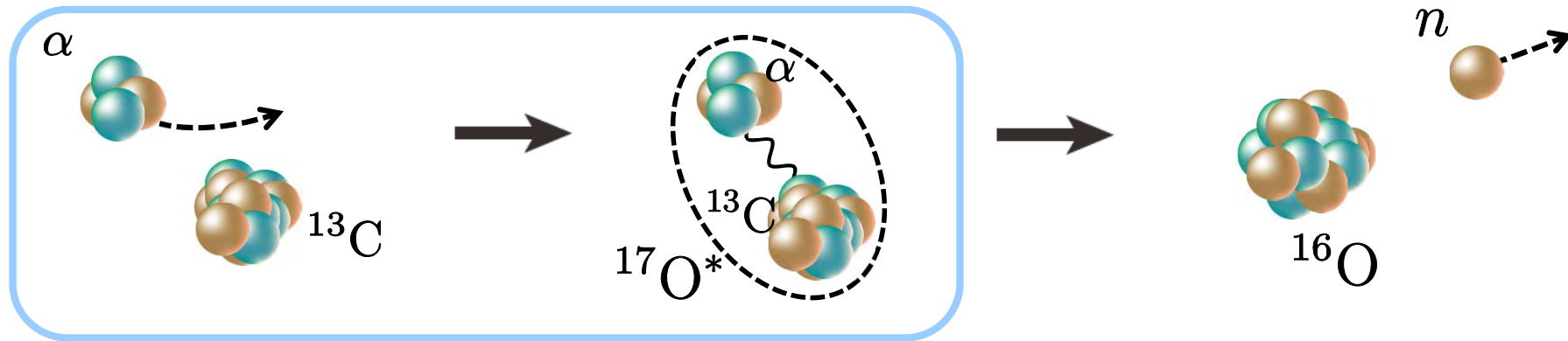
—— T. Fukui, O. Yahiro, PTP125, 1193 (2011).



Sub-barrier α transfer reaction

$^{13}\text{C}(\alpha, n)$ as a n source for s-process in AGB

—— T. Fukui, O. Yahiro, PTP125, 1193 (2011).

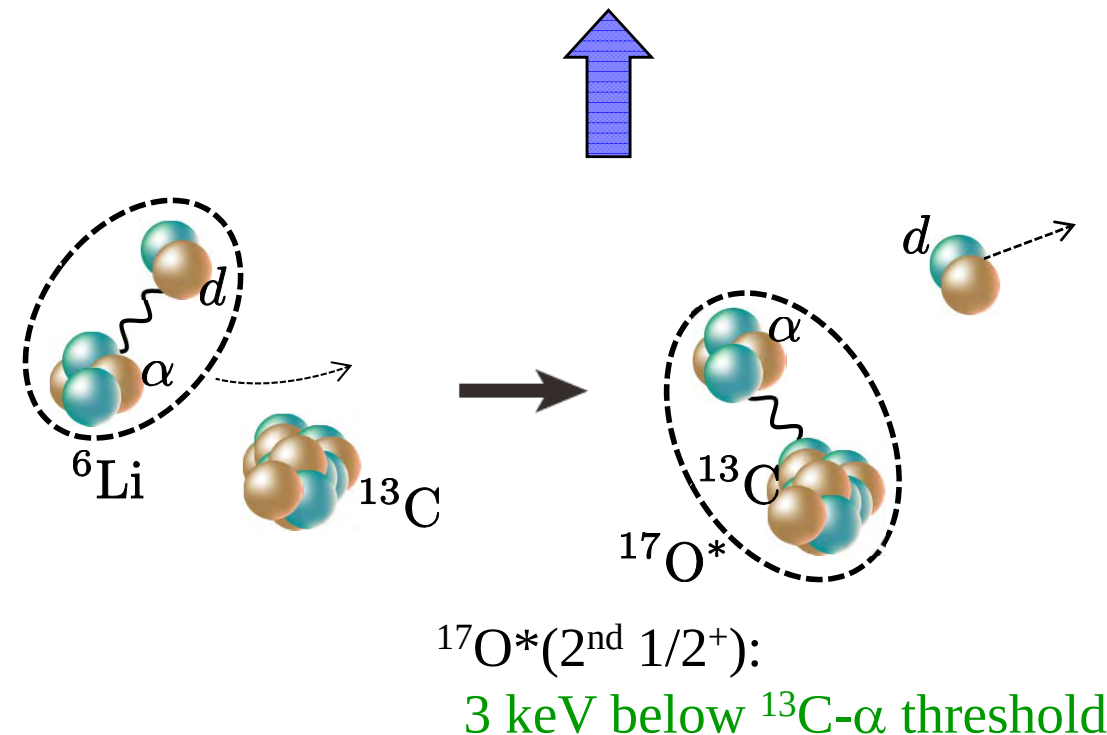


Key points

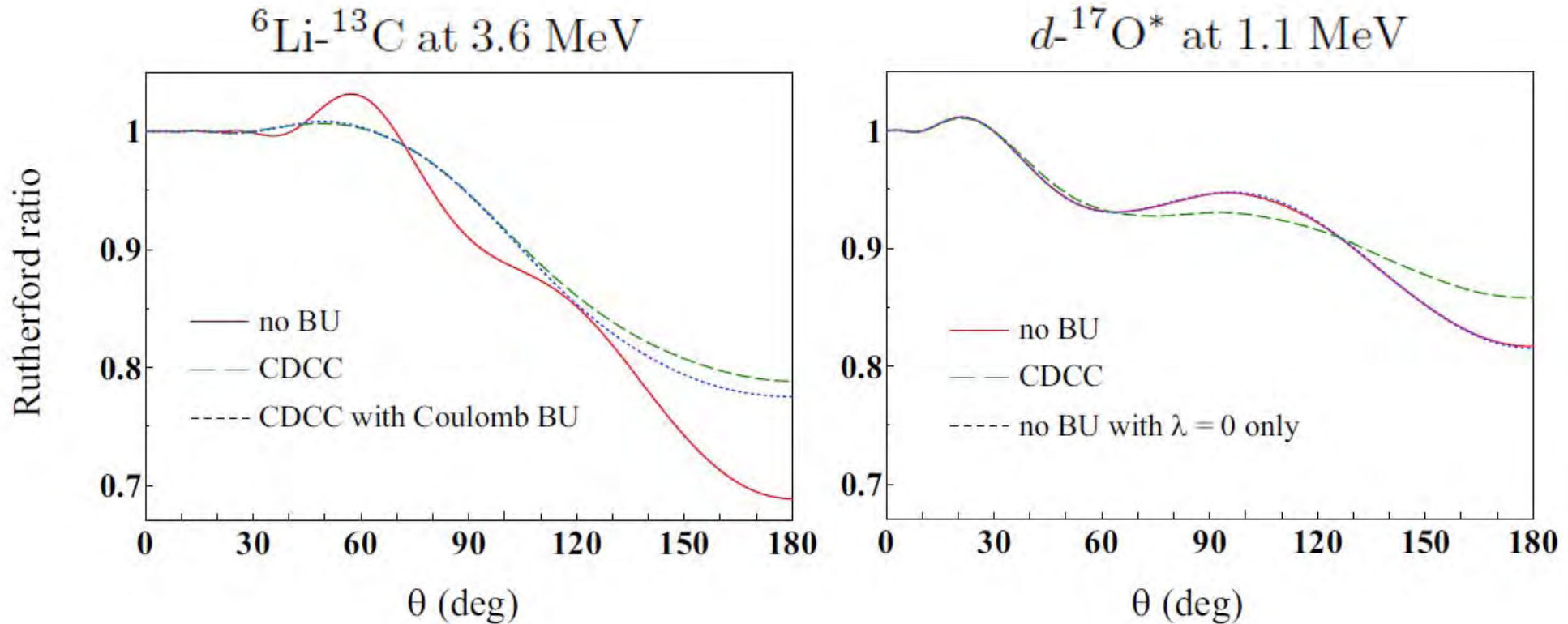
- ✓ ANC of $\langle \alpha^{13}\text{C} | ^{17}\text{O}^* \rangle$ is to be determined.
- ✓ SBAT is free from many ambiguities.

—— E.D. Johnson et al., PRL97, 192702 (2006).

- ✓ Breakup effects of ^6Li and $^{17}\text{O}^*$ are investigated by CDCC.



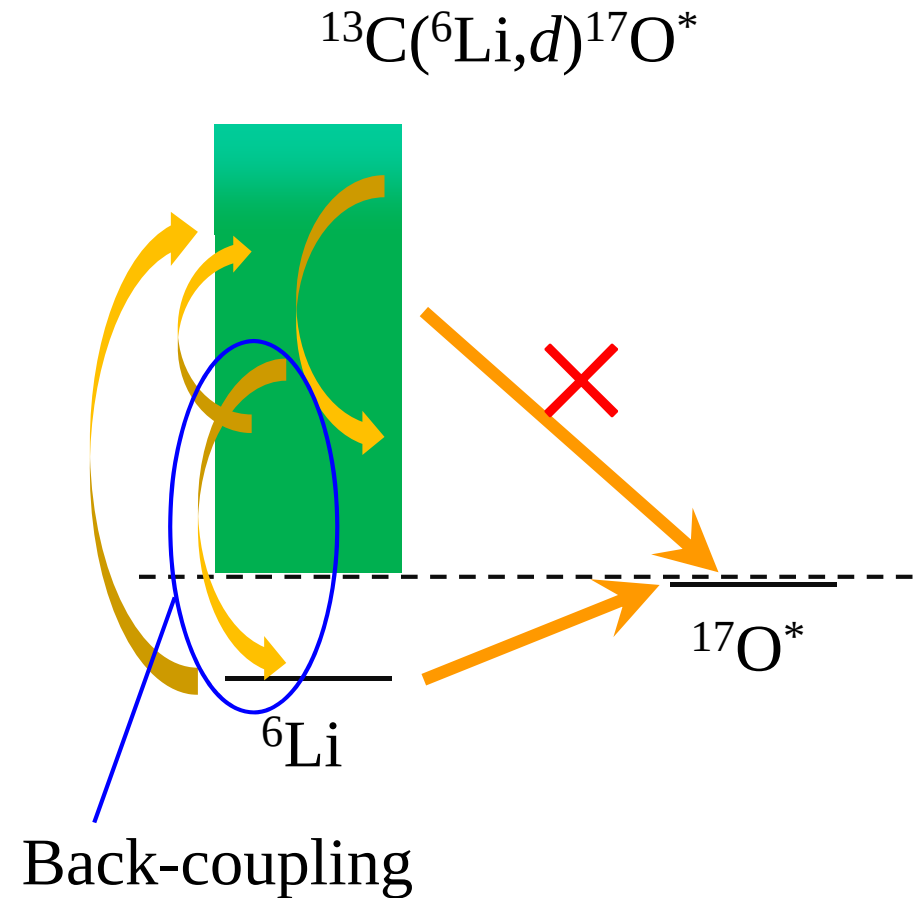
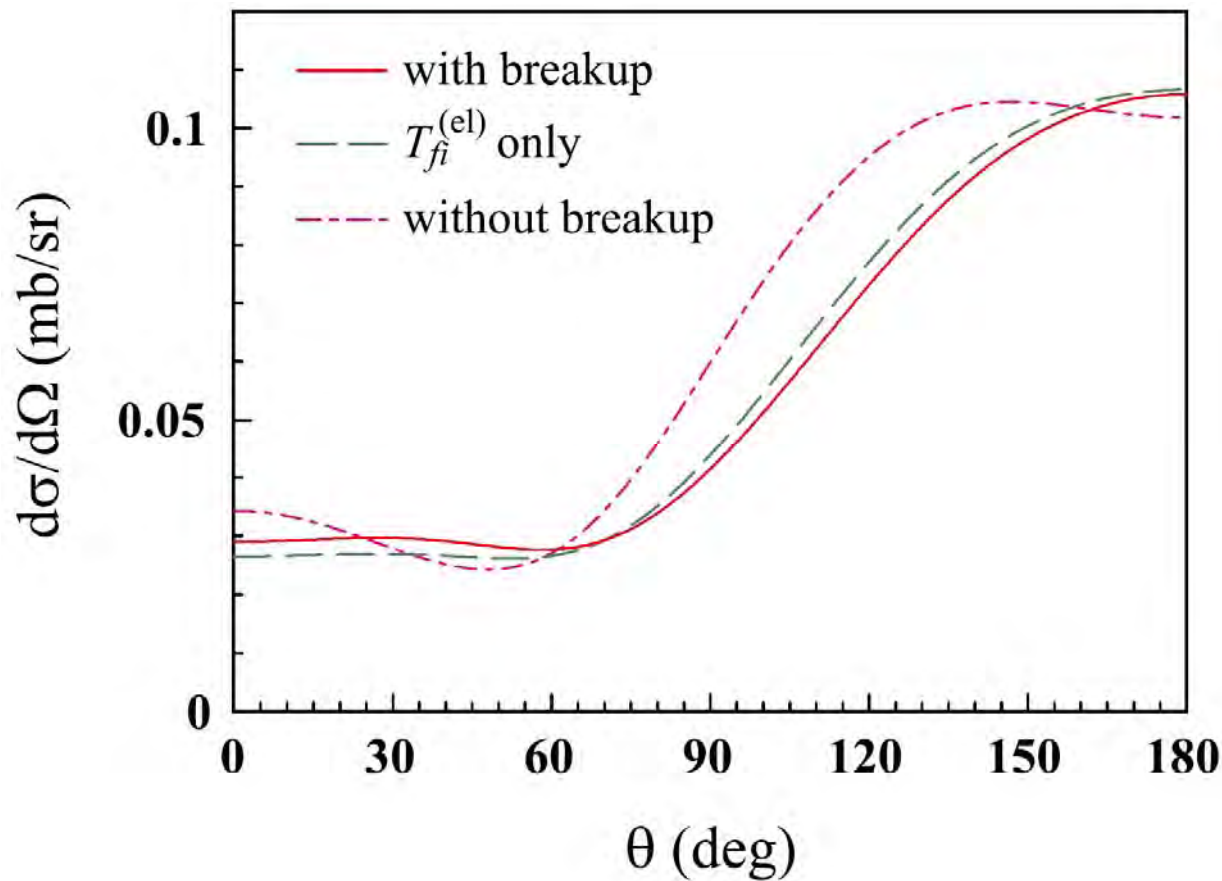
Breakup effects on the ANC



Key points

- ✓ Breakup effects in the initial (final) channel is large (small).
- ✓ The resulting ANC^2 $1.03 \pm 0.29 \text{ fm}^{-1}$ is consistent with the previous DWBA result $0.89 \pm 0.23 \text{ fm}^{-1}$.
- ✓ The modelspace of CDCC is very large ($N_{\text{ch}} = 601$).

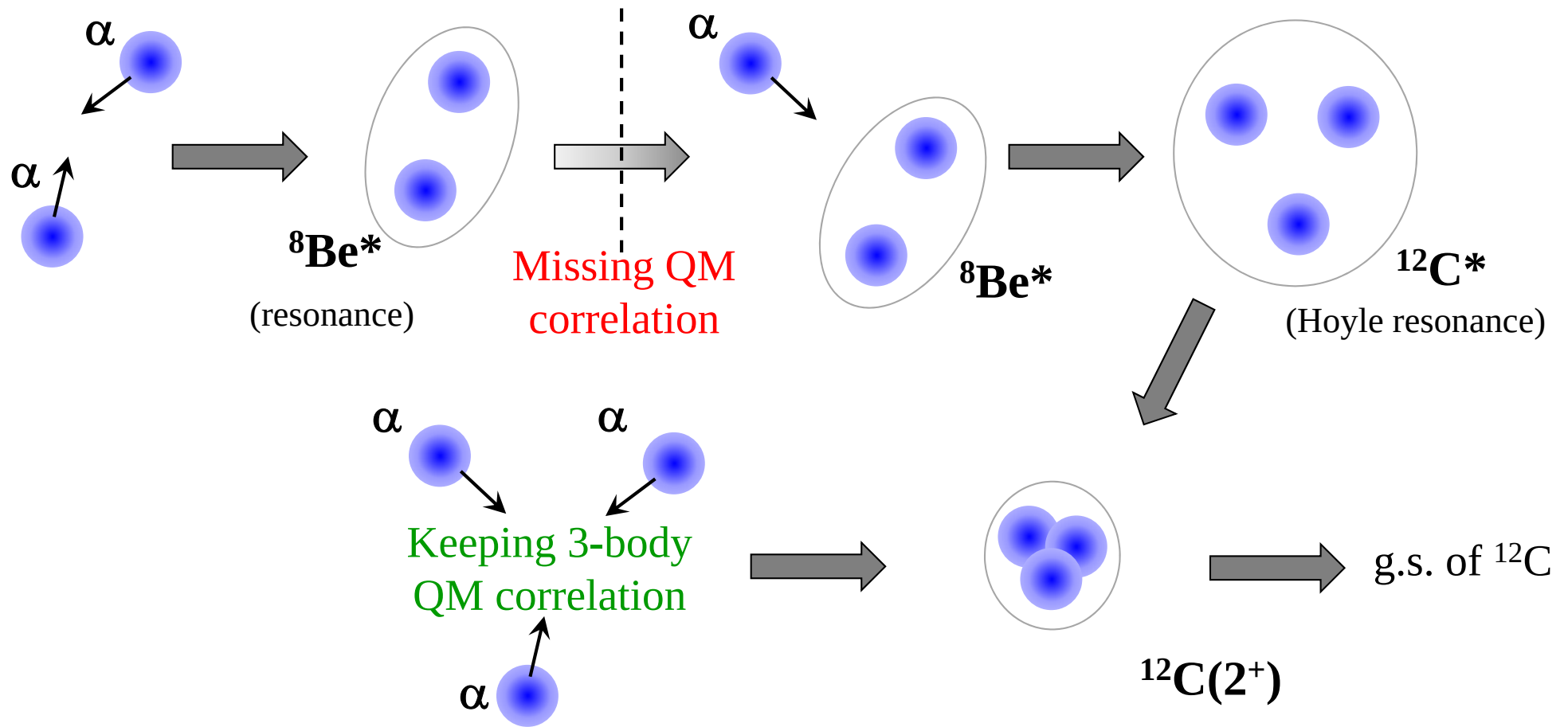
Why so?



In this reaction, only the **back-coupling effects** of the breakup states of ^6Li on the elastic channel is important, which can be well treated by a **proper optical potential**.

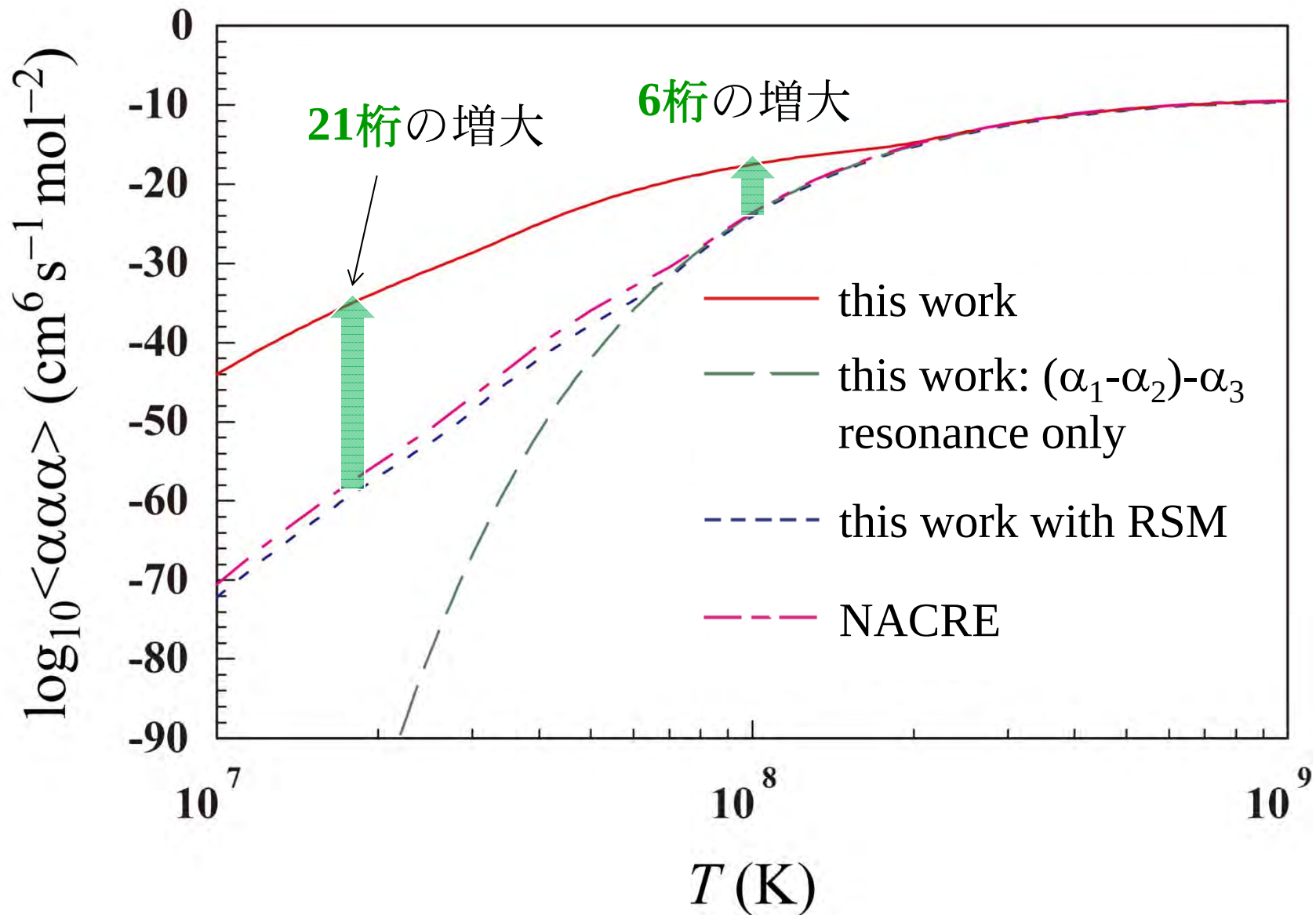
7-4. 非共鳴triple α 反応率

^{12}C formation as a Ternary Fusion Process



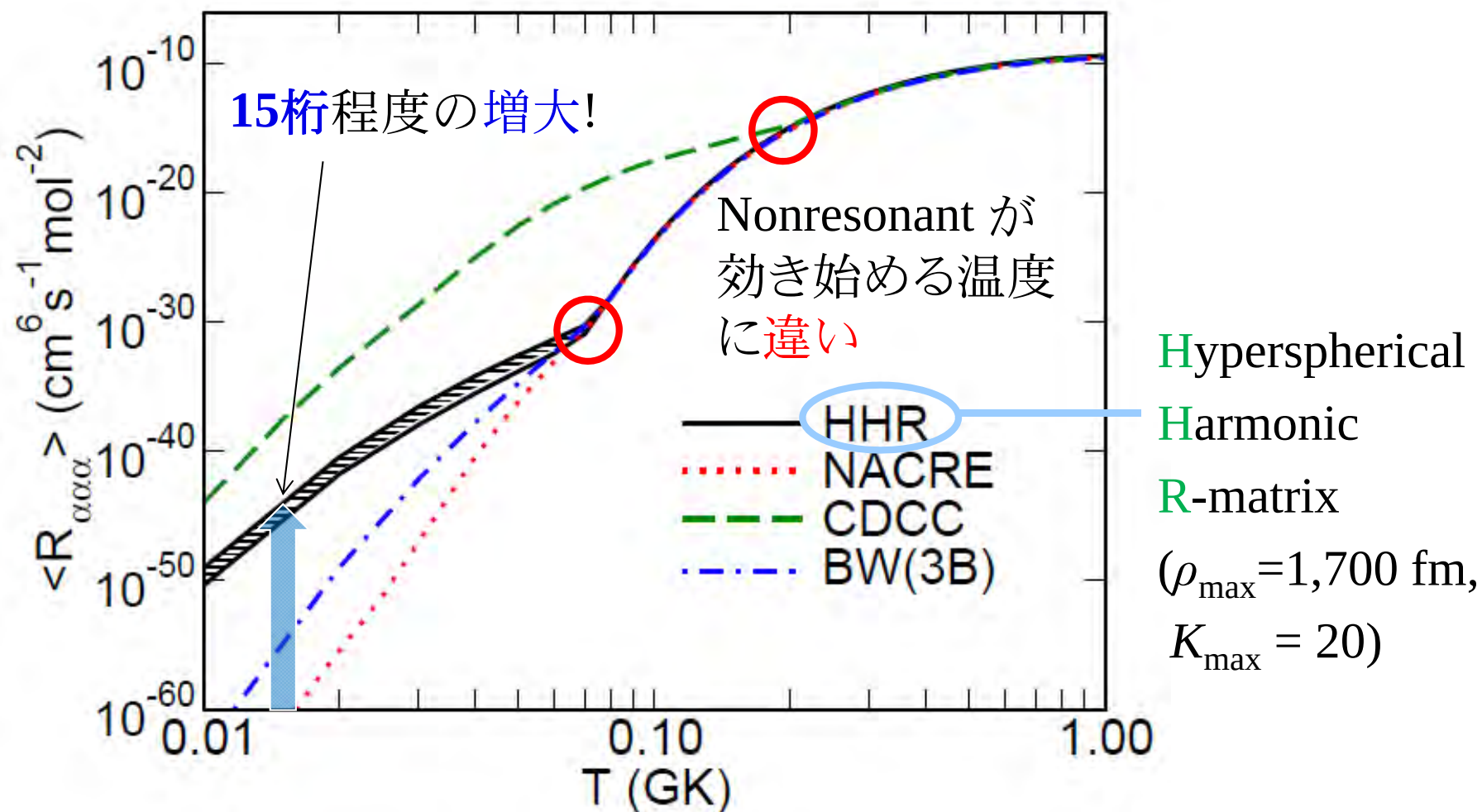
The reaction rate

KO, Kan, Kamimura, *Prog. Theor. Phys.* **122**, 1055 (2009).



MSUグループによる計算

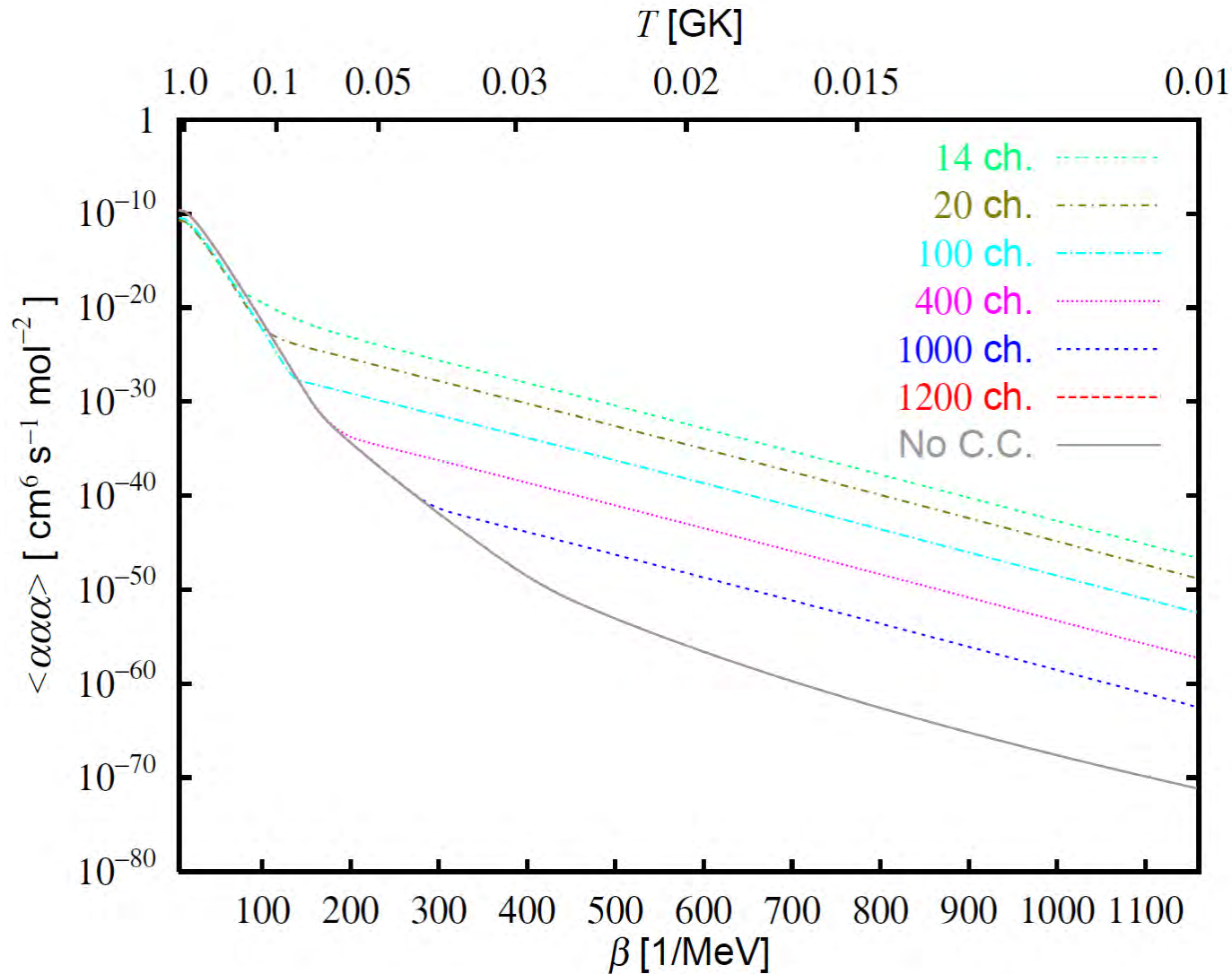
N. B. Nguyen, Nunes, Thompson, Brown, *PRL***109**, 141101 (2012).



※RCNP, iThemba で、 $^{13}\text{C}(p,d)^{12}\text{C}$ を利用した実験的検証計画が進行中。

筑波グループによる計算

T. Akahori, Funaki, Yabana, arXiv:1401.4390 (2014).



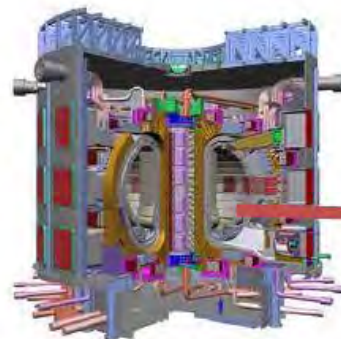
α - α の超高励起状態(450MeV程度)が必要 → CDCCで要検証(しかし困難...)

7-5. $n(p)+{}^7\text{Li}$ による t 生成率

スライド提供: 渡辺幸信氏(九大総理工)

CDCC: Nucleon-induced reactions on Li

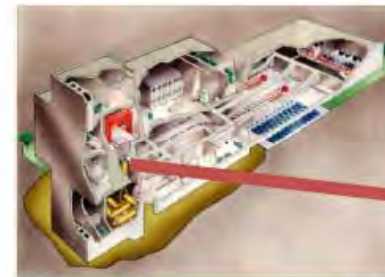
- Lithium is an important element relevant to not only a tritium breeding material in DT fusion reactors but also a candidate for target material in the intense neutron source of IFMIF. The accurate nuclear data of nucleon induced reactions on ${}^6,{}^7\text{Li}$ are currently required for incident energies up to 150 MeV.



**Li
Blanket**

$E_n < 14 \text{ MeV}$

ITER



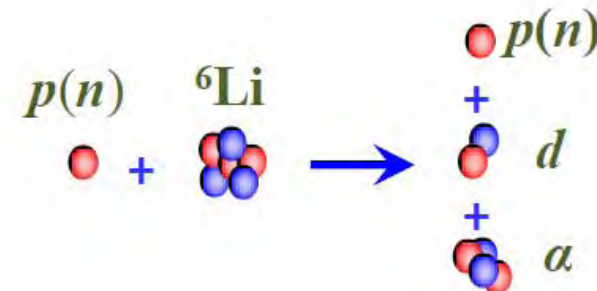
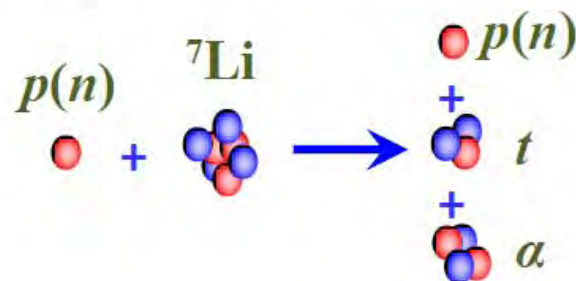
$\text{Li}(d, xn)$ reaction

**Li
Target**

$E_{n,p} < 50 \text{ MeV}$

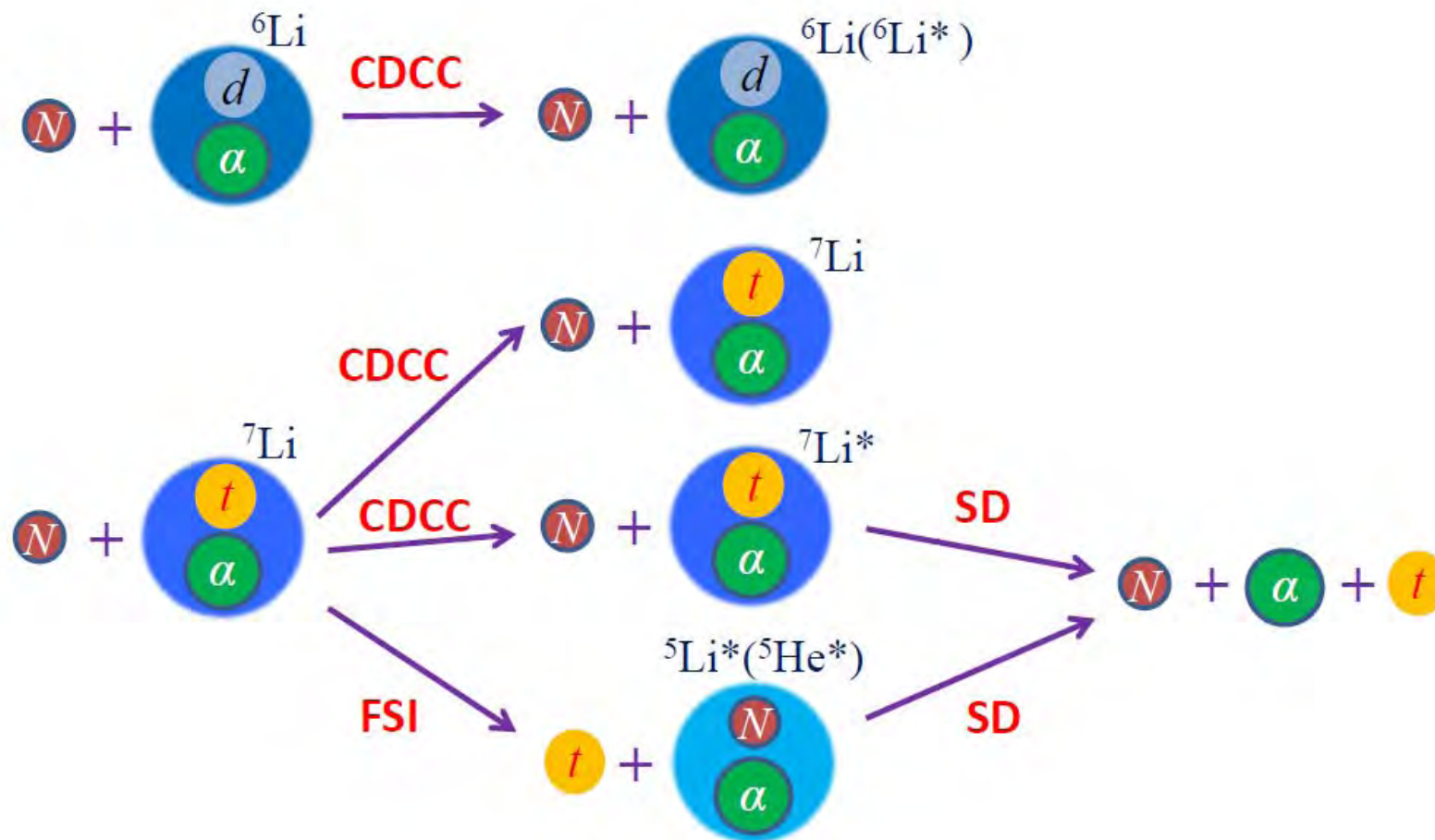
IFMIF

- ${}^6\text{Li}$ and ${}^7\text{Li}$ can easily break up, which is an important process and can influence all the other reaction channels significantly.

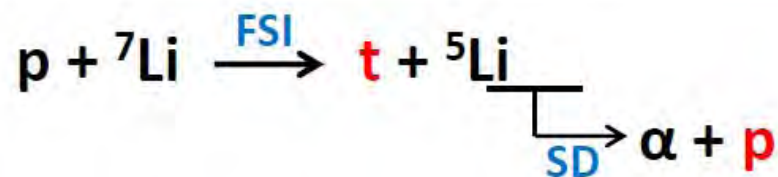
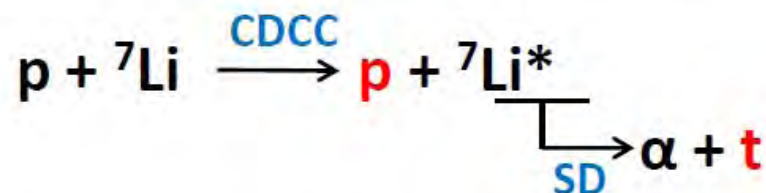


Calculation models used in our analysis

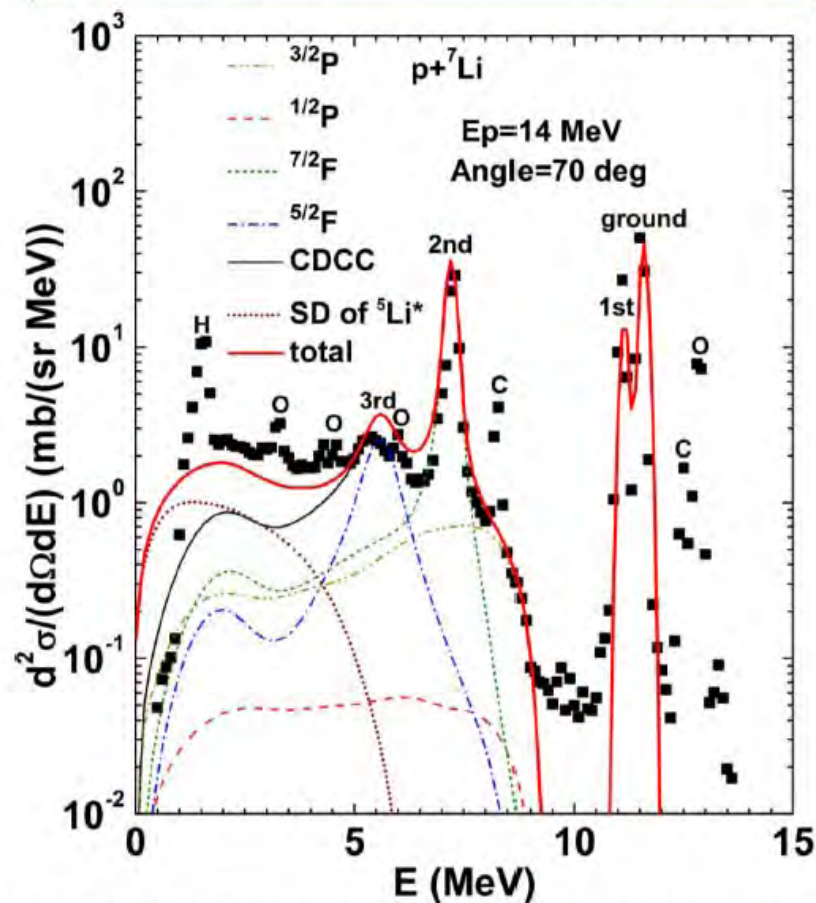
1. CDCC Method (3-body)
2. Final State Interaction Model (FSI)
3. Sequential Decay Model (SD)



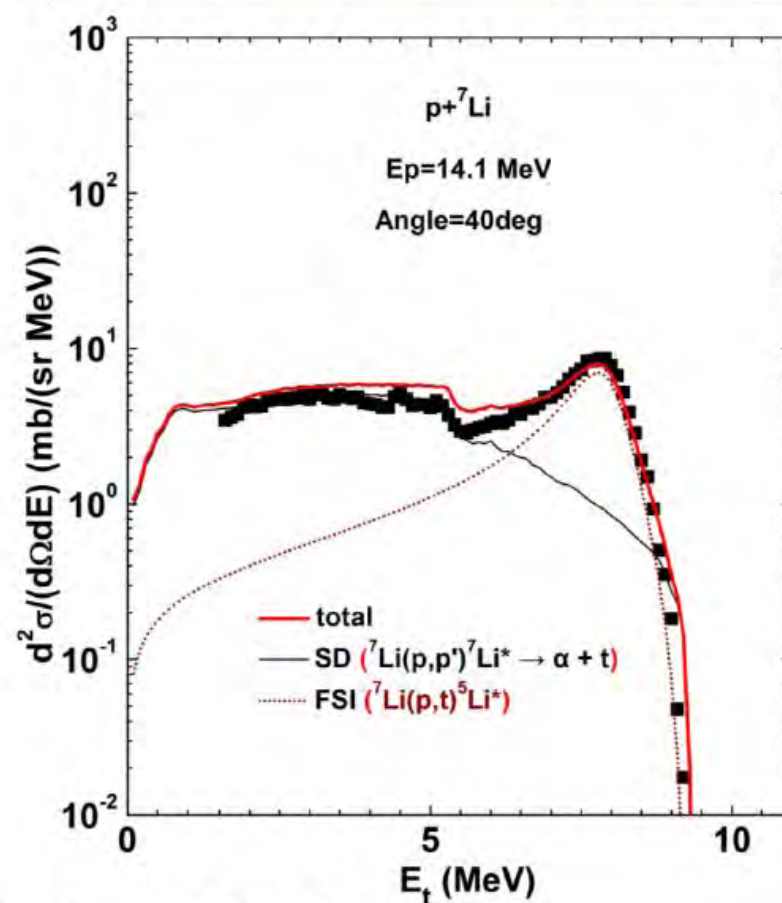
Double-differential cross sections (DDXs)



Proton production DDX for $p+{}^7\text{Li}$



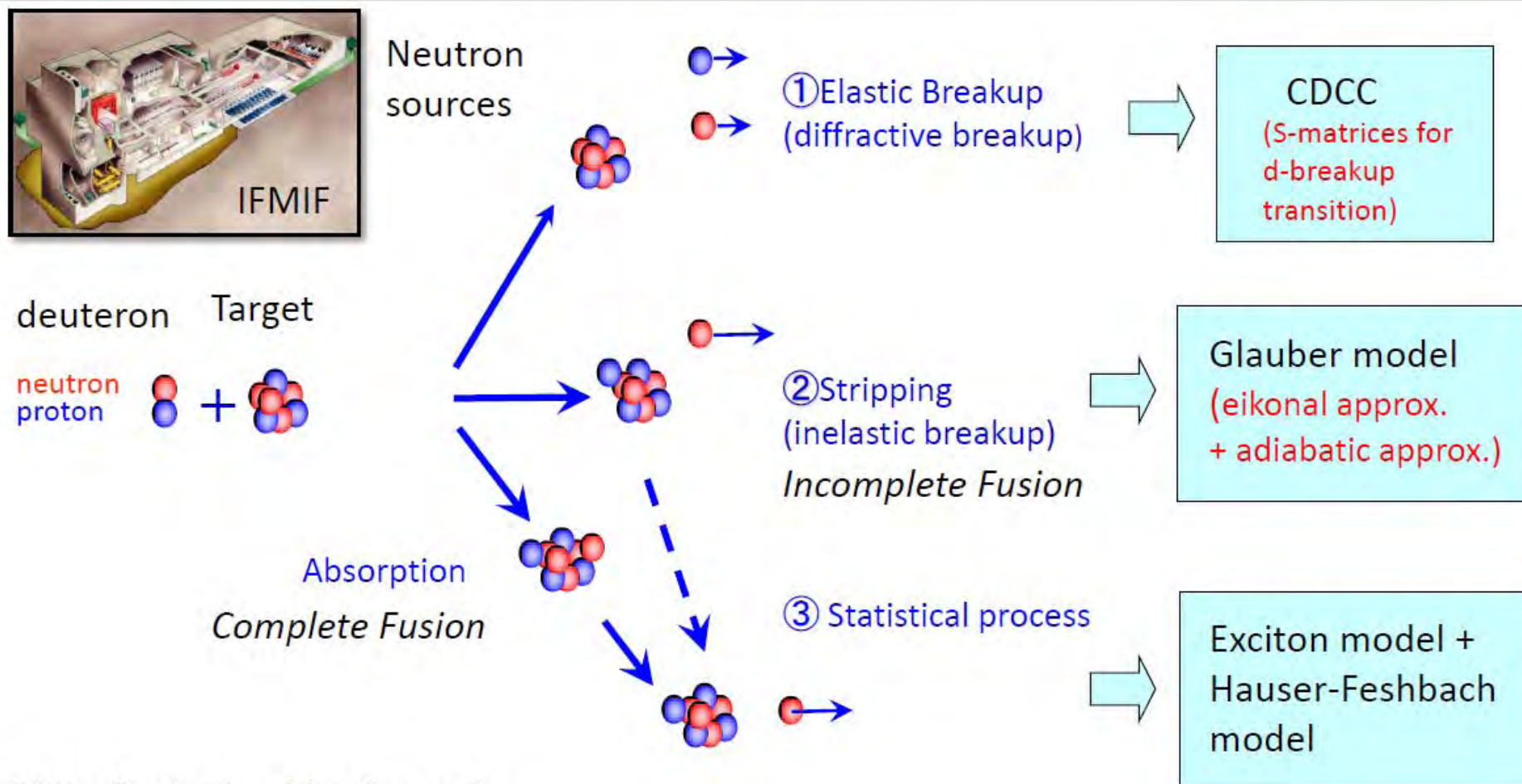
Triton production DDX for $p+{}^7\text{Li}$



7-6. 中性子源としてのLi(d,nx)反応

スライド提供: 渡辺幸信氏(九大総理工)

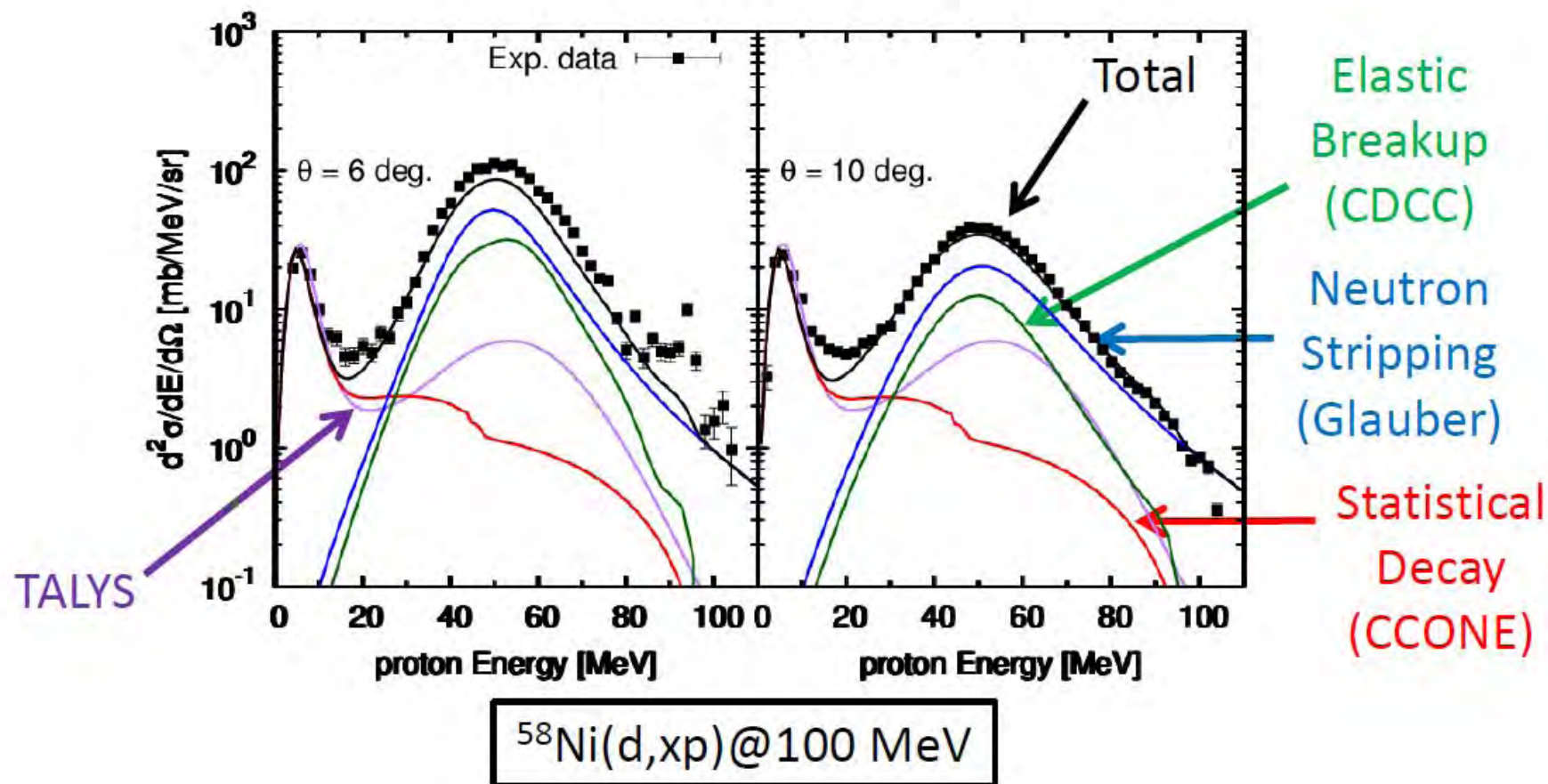
CDCC: Deuteron-induced reactions



DDX of inclusive (d,xn) reaction:

$$\frac{d^2\sigma^{(d,xn)}}{dE_n^L d\Omega_n^L} = \left. \frac{d^2\sigma_{\text{EB}}}{dE_n^L d\Omega_n^L} \right|_{\text{CDCC}} + \left. \frac{d^2\sigma_{\text{STR}}^p}{dE_n^L d\Omega_n^L} \right|_{\text{Glauber}} + \left. \frac{d^2\sigma_{\text{EP}}}{dE_n^L d\Omega_n^L} \right|_{\text{SD}}$$

DDXs for ^{58}Ni (d,xp) at 100 MeV



The summation of three components reproduces both the shape and magnitude of the experimental (d, xp) spectra better than TALYS calculation.

CDCCの天体核反応・核データ研究 への応用のまとめ

- ・ 模型空間の中で**正確かつ実効的**に反応計算を行うというCDCCの思想は、**周辺領域の研究開拓**に適している。
- ・ CDCCはこれまで多くの天体核反応研究・核データ研究に適用され、成功を収めている。
- ・ 非共鳴 triple α 反応率については**引き続き検証**が必要。
- ・ 天体核反応研究・核データ研究は、**定量的反応論が活躍**できる重要な(そして**シビアな**)舞台である。

おわりに

この講義で伝えたかったこと

- 模型空間の中での反応論(反応計算)という考え方の価値。
- 多くの批判に耐えて抜いたCDCCの歴史とその柔軟性。
- 素粒子物理学と原子核物理学の架け橋としての微視的反応論。
- アイコナール近似の威力。量子力学計算との綺麗な接続。
- 適切な自由度を取り入れた定量的反応解析の重要性(S_{17} の話)。
- 星が輝く仕組みの解明に関われる素晴らしさ(天との架け橋)。
- 核データ研究(社会との架け橋)に参画する重要性。